CHAPITRE III.

Pendule. — Observations de Galilée. — Intensité de la pesanteur. — Balance et dynamomètres.

Pendule. Observations de Galilée.

56. *Pendule.* — On distingue en physique deux sortes de pendules : le *pendule simple* et le *pendule composé*.

1° *Pendule simple.* Le pendule simple ou *pendule idéal* est celui que l'on suppose formé d'un point matériel pesant B (*fig.* 25) suspendu dans le vide par un fil CB, inextensible et sans pesanteur, à un point fixe C contre lequel il n'exercerait aucun frottement.

Abandonné à lui-même, le pendule prendrait, sous l'influence de la pesanteur, la direction verticale CB′ et resterait en équilibre comme le fil à plomb. Mais si on l'écarte de cette direction pour l'amener dans la position CB, l'équilibre est rompu. Le poids P du point matériel B se décompose alors en deux forces: l'une B*m*, dirigée suivant le prolongement du fil, l'autre B*n*, perpendiculaire à ce prolongement dans le plan BCB′. La première est détruite par la résistance du point C ; la seconde agit seule, et sollicite le pendule à revenir vers sa position d'équilibre. Il en résulte que le point matériel B parcourt avec une vitesse croissante l'arc BB′. Arrivé en B′, il s'élève, en vertu de sa vitesse acquise, qui va en décroissant jusqu'en B″, où il s'arrête, pour redescendre de nouveau jusqu'en B′, puis remonter jusqu'en B, et ainsi de suite, décrivant de la sorte une série d'*oscillations*, dont l'*amplitude* est mesurée par l'angle BCB″ que forment les deux positions extrêmes du fil.

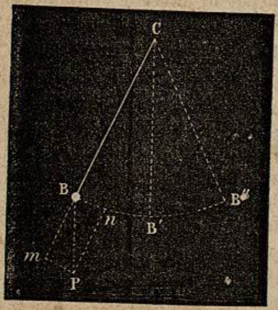

Fig. 25.

La pesanteur qui, de B en B′, a agi comme force *accélératrice,* agissant de B′ en B″, comme force *retardatrice,* doit diminuer successivement la vitesse de la même quantité dont elle l'a augmentée de B en B′. Par conséquent, les oscillations doivent conserver indéfiniment *la même amplitude* et *la même durée.* En théorie, le pendule réaliserait donc le mouvement perpétuel ; mais, dans la pratique, deux obstacles s'opposent à cette continuité du mouvement : d'une part, la résistance du milieu dans lequel se meut le pendule ; d'autre part, le frottement qui se produit toujours, quoi qu'on fasse, au point de suspension. Aussi, lorsqu'on fait osciller un pendule, voit-on bientôt l'amplitude des oscillations diminuer peu à peu, et, après un temps plus ou moins long, l'instrument s'arrêter dans sa position verticale d'équilibre.

Lois des oscillations du pendule. Les oscillations du pendule sont soumises aux quatre lois suivantes :

1re loi. *Pour un même pendule, et dans le même lieu, les oscillations dont l'amplitude ne dépasse pas 3 à 4 degrés sont isochrones, c'est-à-dire qu'elles s'exécutent dans des temps égaux, malgré les variations de l'amplitude.*

2e loi. *Pour des pendules de même longueur, oscillant dans le vide et dans un même lieu, la durée des oscillations est la même, quelle que soit la substance dont le pendule est formé.*

3e loi. *Pour des pendules de longueurs différentes, oscillant dans le même lieu, les durées des oscillations sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs de ces pendules.* Ainsi, si la longueur d'un pendule devient 4, 9, 16 fois plus grande, la durée de chaque oscillation devient 2, 3, 4... fois plus considérable.

4e loi. *Pour des pendules de même longueur oscillant en différents lieux de la terre, les durées des oscillations sont en raison inverse des racines carrées des intensités de la pesanteur dans ces différents lieux.*

Ces quatre lois, que l'on peut démontrer expérimentalement, se déduisent de la formule

$$t=\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (1)$$

que donne le calcul appliqué au mouvement du pendule simple oscillant dans le vide, et dans laquelle t représente la durée d'une oscillation, l la longueur du pendule, g l'intensité de la pesanteur et π le rapport de la circonférence au diamètre.

La première et la deuxième loi s'en déduisent immédiatement, puisque cette formule ne contenant ni l'amplitude de l'oscillation, supposée très-petite, ni la densité de la substance dont le pendule est formé, la valeur de t reste indépendante de ces deux quantités.

Pour la troisième loi, supposons un second pendule d'une longueur l', et désignons par t' la durée d'une de ces oscillations ; on aura, comme pour le premier pendule :

$$(2) \qquad t' = \pi \sqrt{\frac{l'}{g}}.$$

La valeur de g étant la même pour les deux pendules, puisque les oscillations se font dans le même lieu, si nous divisons membre à membre les deux égalités (1) et (2), et si nous supprimons les facteurs communs, nous aurons :

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l'}};$$

ce qui démontre qu'en un même lieu les durées des oscillations sont proportionnelles aux racines carrées des longueurs des pendules.

Pour la quatrième loi, supposons que l'on fasse osciller un second pendule de même longueur dans un autre lieu de la terre ; désignons par g' l'intensité de la pesanteur en ce lieu et par t' la durée d'une oscillation, on aura, comme pour le premier pendule :

$$(3) \qquad t' = \pi \sqrt{\frac{l}{g'}}.$$

Si nous divisons encore membre à membre les deux égalités (1) et (3), nous aurons, en supprimant les facteurs communs :

$$\frac{t}{t'} = \frac{\sqrt{g'}}{\sqrt{g}};$$

ce qui démontre qu'en différents lieux de la terre, les durées des oscillations d'un même pendule ou de deux pendules de même longueur sont en raison inverse des racines carrées des intensités de la pesanteur dans ces différents lieux.

2° *Pendule composé.* Les lois que nous venons de faire connaître pour le pendule simple s'appliquent également au pendule composé, le seul réalisable dans la pratique. Seulement, il faut alors définir ce qu'on entend par *longueur* de ce pendule. Dans le pendule simple (*fig.* 25), la longueur est la distance qui sépare le point matériel B de son point de suspension C ; mais il n'en est plus de même pour le pendule composé, dont la figure 26 représente la forme la plus ordinaire, et dans lequel le point matériel est remplacé par une masse plus ou moins grande, et le fil de suspension par une tige rigide et pesante. Il résulte de cette disposition que les divers points matériels dont se compose l'instrument tendent à décrire leurs oscillations dans des temps inégaux et d'autant plus longs qu'ils sont plus éloignés de l'axe ou du point de suspension A. Mais comme tous ces points sont invariablement liés entre eux, leurs oscillations ont nécessairement la même durée : d'où il suit que les points matériels les plus rapprochés de l'axe de suspension accélèrent le mouvement des points les plus éloignés, tandis que ceux-ci retardent le mouvement des premiers. Entre ces points extrêmes se trouve donc un point C dont le mouvement n'est ni accéléré ni retardé par sa liaison avec les points voisins et qui, par conséquent, oscille comme s'il était seul. On nomme ce point *centre d'oscillation*. Or, c'est la distance CA de ce point à l'axe de suspension que l'on appelle la *longueur du pendule composé*. En d'autres termes, on pourrait dire que la longueur du pendule composé est celle du pendule simple qui exécuterait son oscillation dans le même temps.

Fig. 26.

Vérification expérimentale des lois du pendule. Si l'on suspend à l'extrémité d'un fil très-fin une petite sphère de plomb ou de platine, on obtient un pendule composé dont la longueur est sensiblement égale à la distance du centre de la petite sphère au point de suspension. Rien n'est plus facile, avec cet instrument, que de vérifier expérimentalement les lois du pendule.

Pour la première loi, il suffit de compter au moyen d'un chronomètre le nombre d'oscillations qu'exécute le pendule en 2 minutes par exemple, en ayant soin que l'amplitude de ces oscillations ne dépasse pas 3 à 4 degrés. On observe alors que, pour des amplitudes successivement réduites à 3, 2, 1 degré, le nombre d'oscillations est constant.

Pour la deuxième loi, on fait osciller plusieurs pendules de même longueur, terminés par des sphères de même diamètre, mais formés de substances différentes, par exemple, de fer, de cuivre, de plomb, de platine, d'ivoire, etc. On observe alors qu'en négligeant la résistance de l'air, ces divers pendules exécutent dans le même temps le même nombre d'oscillations. Ce qui prouve, ainsi que nous l'avons dit (52), que la pesanteur, en un même lieu, imprime à tous les corps la même accélération.

Pour la troisième loi, on fait osciller plusieurs pendules dont les longueurs sont respectivement 1, 4, 9, 16... On trouve que, pendant le même temps, les nombres d'oscillations correspondants sont entre eux comme 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$... Ce qui montre que les durées des oscillations sont entre elles comme 1, 2, 3, 4..., c'est-à-dire comme les racines carrées des longueurs des pendules.

Pour vérifier la quatrième loi, il faut transporter le même pendule en différents lieux du globe, de manière à s'écarter ou à se rapprocher de l'équateur. En comptant les nombres d'oscillations qu'exécute ce pendule, dans le même temps, aux différentes stations, on constate que les durées des oscillations sont en raison inverse des racines carrées des intensités de la pesanteur correspondant à chacune de ces stations.

57. *Observations de Galilée. Usages du pendule.* — L'isochronisme des petites oscillations pendulaires a été pour la première fois constaté par Galilée. On raconte qu'il découvrit cette première loi en observant les oscillations d'une lampe suspendue à la voûte de l'église cathédrale de Pise. L'illustre physicien ne tarda pas à reconnaître également le rapport qui existe entre les durées des oscillations et les longueurs des pendules qui les exécutent. C'est donc à ce grand homme que la science est redevable de cet instrument à la fois si simple et si précis, et dont l'étude devait conduire à de si grands résultats. C'est avec le pendule, en effet, que l'on a pu déterminer, ainsi que nous allons le voir, non-seulement l'intensité de la pesanteur sur les différents points de notre globe, mais encore la masse des montagnes, la densité de la terre et, par suite, celle des autres planètes. Ce fut, comme on le sait, Huyghens, célèbre géomètre hollandais, qui le premier, en 1657, appliqua le pendule comme régulateur aux horloges, et utilisa ainsi l'isochronisme des petites oscillations pour la mesure du temps. Enfin, un physicien dont la science déplore la perte récente, M. L. Foucault, a, dans ces dernières années, fait servir le pendule à la démonstration expérimentale du mouvement de rotation de la terre sur son axe. Voici sur quel principe repose cette démonstration :

Soit (*fig.* 27) un pendule pouvant osciller librement dans tous les sens autour de son point de suspension O. Si nous portons la boule de ce pendule en A et que nous l'abandonnions à elle-même, nous verrons aussitôt l'instrument osciller suivant le diamètre AB tracé sur le plan MN. Si nous faisons alors tourner doucement l'appareil sur lui-même, soit dans le sens MGN indiqué par les flèches, nous verrons les oscillations du pendule *conserver leur direction*, et correspondre successivement aux diamètres CD, EF, à mesure que ces diamètres viendront l'un après l'autre prendre la place du diamètre AB : *le plan d'oscillation du pendule reste donc invariable*, malgré la rotation sur lui-même de son point de suspension.

Ceci posé, imaginons un pendule très-long, pouvant osciller pendant plusieurs heures et, au-dessous de lui, un cercle tracé sur le sol ; on verra, comme dans l'expérience précédente, son plan d'oscillation correspondre successivement, et de l'*est à l'ouest*, aux divers diamètres de ce cercle. Or, comme le plan d'oscillation reste invariable, c'est donc le cercle, c'est-à-dire le sol qui tourne en sens inverse du déplacement apparent des oscillations. La première expérience de ce genre a été faite au Panthéon en 1851, avec un pendule de 50 mètres de longueur.

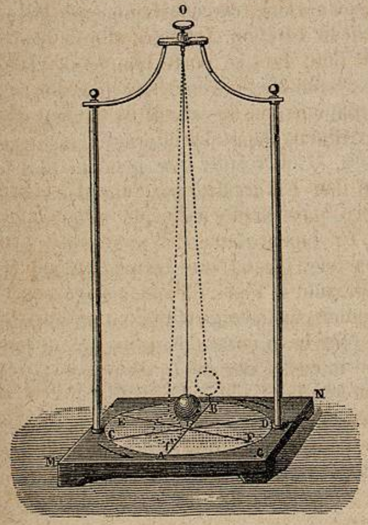

Fig. 27.

Remarque. Si cette expérience se faisait au pôle, le pendule paraîtrait faire le tour du cercle en vingt-quatre heures. A l'équateur, au contraire, le déplacement du pendule serait insensible, car son plan d'oscillation et le diamètre correspondant du cercle resteraient invariablement parallèles à eux-mêmes, et conserveraient par conséquent la même direction. Dans les stations intermédiaires, la vitesse du déplacement apparent serait d'autant plus grande que la latitude du lieu d'observation serait plus élevée.

L'application du pendule comme régulateur des horloges repose, avons-nous dit, sur l'isochronisme de ses petites oscillations. On sait que les horloges ont pour moteur soit un poids, soit un ressort. L'un ou l'autre tend à faire tourner un cylindre qui, au moyen de plusieurs roues dentées, dirige les aiguilles sur le cadran. Or, quelques précautions que l'on prenne pour régulariser soit la chute du poids, soit la détente du ressort et, par suite, le mouvement du cylindre, on ne peut jamais y arriver qu'incomplétement : de là la nécessité d'adapter à l'horloge un régulateur. Au dernier arbre de l'horloge est fixée (*fig.* 28) une roue dentée R, nommée *roue d'échappement*, et à laquelle le moteur, poids ou ressort, tend constamment à donner un mouvement de rotation. Derrière elle se trouve un pendule P dont la tige porte une pièce CD en forme d'ancre, et dont les extrémités recourbées sont disposées de manière que les dents de la roue d'échappement viennent s'appuyer alternativement sur chacune d'elles. Il en résulte que pendant tout le temps qu'une dent est arrêtée par l'une des extrémités de l'ancre, la roue reste immobile, ce qui oblige celle-ci à suivre rigoureusement le mouvement isochrone du pendule. Quand une horloge avance ou retarde il suffit, pour la régler, d'allonger ou de raccourcir le pendule, ou, ce qui revient au même, d'abaisser ou de relever le centre d'oscillation, ce que l'on obtient au moyen d'une petite vis placée sur la tige ou sous la lentille.

Fig. 28.

Dans les montres, le pendule est remplacé par un balancier circulaire que met en mouvement le moteur, et auquel est fixé un ressort très-fin nommé *spiral,* qui le fait osciller à la manière d'un pendule.

Intensité de la pesanteur.

58. *Intensité de la pesanteur.* — Nous avons vu (55) que l'accélération communiquée par la pesanteur à un corps quelconque tombant librement dans le vide ou, en d'autres termes, la *vitesse acquise par ce corps au bout d'une seconde* donne la mesure de l'intensité g de la pesanteur.

Théoriquement on pourrait déduire la valeur g des indications

de la machine d'Atwood. Mais le pendule fournit un moyen plus précis et plus simple de la déterminer.

En effet, si nous élevons au carré les deux membres de la formule

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

nous aurons :

$$t^2 = \frac{\pi^2 l}{g};$$

d'où nous tirerons la valeur de g, savoir :

$$g = \frac{\pi^2 l}{t^2},$$

Il suffira donc, pour trouver en un lieu quelconque la valeur numérique de g, de mesurer exactement dans ce lieu la durée t d'une oscillation exécutée par un pendule, dont la longueur l aura été déterminée avec soin. C'est de cette manière que Borda, lors de l'établissement du système métrique, a trouvé que la valeur de g est, à Paris, $9^{m},8088$. Ainsi, supposons un corps quelconque abandonné à lui-même et tombant dans le vide pendant une seconde ; si ce corps était alors soustrait à l'action de la pesanteur, il continuerait, en vertu de sa vitesse acquise, à se mouvoir uniformément, et il parcourrait dans chacune des secondes suivantes un espace de $9^{m},8088$.

59. *Variations de l'intensité de la pesanteur.* — L'intensité de la pesanteur n'est pas la même à toutes les latitudes. On observe qu'elle va en augmentant de l'équateur au pôle. Soit $g = \frac{\pi^2 l}{t^2}$ à Paris ; si l'on transporte le même pendule l dans un autre lieu, on trouvera que la durée t de chacune de ses oscillations augmentera ou diminuera selon que le lieu de l'observation sera plus éloigné ou plus rapproché du pôle ; soit t' cette durée, on aura

$$g' = \frac{\pi^2 l}{t'^2},$$

g' désignant l'intensité de la pesanteur ou l'accélération qui lui est due dans la deuxième station. On déduit de ces deux égalités :

$$\frac{g}{g'} = \frac{t'^2}{t^2},$$

c'est-à-dire que, *en deux lieux différents du globe, les intensités de la pesanteur sont inversement proportionnelles aux carrés des durées des oscillations d'un même pendule.*

Les causes de cette variation dans l'intensité de la pesanteur en divers points de la terre sont au nombre de deux : 1° l'aplatissement du globe terrestre ; 2° la force centrifuge.

1° Nous avons déjà dit (47) que l'attraction d'une masse sphérique ou sphéroïdale sur un corps situé en dehors ou à sa surface est la même que si la somme de toutes les molécules qui la composent était placée à son centre. Or, la terre étant renflée à l'équateur et aplatie vers les pôles, tous les points de la surface terrestre situés à l'équateur sont plus éloignés du centre d'attraction que ceux qui sont aux pôles : et comme la force d'attraction varie en raison inverse du carré de la distance (46), il en résulte que tous les corps placés à l'équateur doivent être moins fortement attirés que ceux qui sont dans le voisinage des pôles.

2° La terre tourne sur son axe en vingt-quatre heures. Ce mouvement de rotation engendre une force centrifuge dont l'intensité va décroissant de l'équateur, où elle est maximum, aux pôles, où elle devient nulle, et cela pour deux raisons : 1° parce que les cercles parallèles à l'équateur devenant de plus en plus petits à mesure qu'ils se rapprochent des pôles, la vitesse de rotation des divers points de leur circonférence diminue proportionnellement; 2° parce que la force centrifuge qui, à l'équateur, est directement opposée à la direction de la pesanteur, s'incline de plus en plus par rapport à la verticale, et devient ainsi de moins en moins effective, à mesure qu'on s'avance vers les pôles.

On a trouvé par le calcul que la force centrifuge à l'équateur est $\frac{1}{289}$ de la pesanteur. Or, 289 étant le carré de 17, si la terre tournait 17 fois plus vite, la force centrifuge, qui croit proportionnellement au carré de la vitesse (45), deviendrait à l'équateur 289 fois plus intense, c'est-à-dire égale à la pesanteur, et les corps à l'équateur ne pèseraient plus. Avec une vitesse de rotation plus grande encore, non-seulement les corps ne pèseraient plus à l'équateur, mais ils seraient lancés dans l'espace par l'effet de la force centrifuge.

L'intensité de la pesanteur diminue à mesure qu'on s'élève dans l'atmosphère. Pour de très-petites distances, au-dessus du niveau de la mer, cette diminution n'est pas apparente; mais quand la hauteur est considérable, elle peut devenir sensible, comme on l'a observé sur le sommet des hautes montagnes.

D'après les mesures de Borda, vérifiées par des savants contemporains, la valeur de l'intensité de la pesanteur est :

à l'équateur,	$9^m,7800$;
à Paris,	$9^m,8088$;
à la latitude de 80°,	$9^m,8293$.

La longueur du pendule qui *bat la seconde*, c'est-à-dire dont chaque oscillation dure une seconde, est, à Paris, $0^m,99386$; à l'équateur, $0^m,99103$; au pôle, $0^m,99667$.

60. *Formules relatives aux lois de la chute des corps.* La pesanteur étant une force constante, si nous représentons par g la vitesse acquise au bout d'une seconde par un corps qui tombe dans le vide, sa vitesse v après t secondes sera

$$v = gt,$$

les vitesses étant proportionnelles aux temps.

En vertu de la vitesse acquise à la fin de la première seconde, le mobile parcourt dans la seconde suivante *un espace double* de l'espace parcouru dans la première, comme l'indique la machine d'Atwood. Si donc nous désignons par k l'espace parcouru pendant la première unité de temps et par e l'espace parcouru pendant t secondes, nous aurons

$$k = \frac{g}{2}, \text{ et, par suite, } e = \frac{gt^2}{2},$$

puisque les espaces sont proportionnels aux carrés des temps.

La vitesse g étant égale à Paris à $9^m,8088$, en prenant la seconde pour unité de temps, il en résulte qu'un corps tombant dans le vide parcourt dans la première seconde de sa chute $4^m,9044$.

Les formules $v = gt$ et $e = \frac{gt^2}{2}$ ne sont applicables qu'aux corps qui tombent librement dans le vide, *sans vitesse initiale.* Pour calculer les vitesses et les espaces parcourus par des mobiles lancés verticalement, soit de haut en bas, soit de bas en haut, *avec une force quelconque d'impulsion*, on aura recours aux formules indiquées au paragraphe 39, dans lesquelles, représentant par a la vitesse impulsive ou initiale, on a

$$v = a \pm gt \quad \text{et} \quad e = at \pm \frac{gt^2}{2},$$

selon que le mobile est lancé de haut en bas ou de bas en haut.

61. *Problèmes relatifs aux lois de la chute des corps.* — 1° On demande l'espace que parcourrait un corps en tombant à Paris dans le vide pendant 7 secondes.

Appliquons la formule $e = \frac{gt^2}{2}$; en remplaçant g par sa valeur, qui est à Paris de $9^m{,}8088$, et t par le nombre de secondes donné, on aura

$$e = \frac{9^m{,}8088 \times 49}{2} = 240^m{,}315.$$

2° On demande le temps qu'un corps mettrait à tomber dans le vide de la hauteur de 2000 mètres.

La formule $e = \frac{gt^2}{2}$ donnera $t = \sqrt{\frac{2e}{g}}$. Remplaçant les lettres par leurs valeurs, on aura $t = \sqrt{\frac{2 \times 2000}{9{,}8088}} = 20^s{,}19$.

3° On demande la vitesse acquise par un corps qui aurait parcouru, en tombant librement dans le vide, un espace de 4000 mètres.

En éliminant t entre les deux formules $v = gt$ et $e = \frac{gt^2}{2}$, on obtient la formule $v = \sqrt{2ge}$, dans laquelle la vitesse acquise v se trouve exprimée en fonction de l'espace parcouru. Remplaçant les lettres par leurs valeurs, on aura

$$v = \sqrt{2 \times 9{,}8088 \times 4000} = 280^m{,}12.$$

Ainsi un corps qui tomberait dans le vide de la hauteur de 4000 mètres aurait, en arrivant à terre, une vitesse acquise capable de lui faire parcourir $280^m{,}12$ par seconde. Ce résultat peut nous donner une idée du danger que nous feraient courir les plus petits grains de grêle et même de simples gouttes de pluie, sans la résistance de l'air, qui ralentit considérablement leur vitesse.

4° On demande de quelle hauteur devrait tomber un corps dans le vide pour acquérir une vitesse de 60 mètres.

La formule $v = \sqrt{2ge}$ donne $e = \frac{v^2}{2g}$; d'où $e = \frac{3600}{2 \times 9{,}8088} = 183^m{,}486$.

5° Un corps est lancé verticalement de *bas en haut* dans le vide avec une vitesse initiale de 125 mètres par seconde ; on demande : 1° après combien de temps il s'arrêtera ; 2° la hau-

teur à laquelle il parviendra ; 3° le temps qu'il mettra pour retomber à terre ; 4° sa vitesse finale.

1° Il est évident qu'à chaque seconde la vitesse initiale du mobile diminuera de g, c'est-à-dire de $9^m{,}8088$, vitesse qu'il acquerrait pendant ce temps sous l'action de la pesanteur. Si donc nous représentons par v la vitesse acquise après t secondes et par a la vitesse initiale 125 mètres, nous aurons (60)

$$v = a - gt.$$

Or, le mobile s'arrêtera lorsque v égalera 0, ce qui donnera

$$a - gt = 0 \quad \text{ou} \quad gt = a;$$

d'où

$$t = \frac{a}{g} = \frac{125}{9{,}8088} = 12^s{,}74.$$

Ainsi le mobile s'arrêtera après 12 secondes 74 centièmes de seconde.

2° Pour connaître la hauteur à laquelle le mobile s'élèvera, c'est-à-dire l'espace parcouru, rappelons-nous la formule

$$e = at - \frac{gt^2}{2}. \qquad (60)$$

Si nous remplaçons t par sa valeur $\frac{a}{g}$, nous obtiendrons

$$e = \frac{a^2}{2g} = \frac{125^2}{2 \times 9{,}8088} = 796^m{,}478.$$

3° Quant au temps employé par le mobile pour retomber à terre, il est facile de voir qu'il sera précisément égal à celui qu'il a mis à s'élever. En effet, si dans la formule générale $e = \frac{gt^2}{2}$ nous remplaçons la quantité e par sa valeur $\frac{a^2}{2g}$, nous aurons

$$\frac{a^2}{2g} = \frac{gt^2}{2},$$

d'où

$$t = \frac{a}{g} = \frac{125}{9{,}8088} = 12^s{,}74.$$

4° Pour connaître la vitesse finale v du mobile en arrivant à terre, il suffit d'appliquer aux résultats qui précèdent soit la formule $v = \sqrt{2ge}$ en fonction de l'espace ($796^m{,}478$), soit la formule $v = gt$ en fonction du temps (12^s,74). On trouvera que cette vitesse est précisément égale à la vitesse initiale, c'est-à-dire 125^m par seconde.

6° On demande l'espace que parcourrait un corps en tombant pendant 12 secondes sur un plan incliné dont la hauteur et la longueur seraient dans le rapport de 2 à 5, abstraction faite du frottement et de la résistance de l'air.

En désignant par h la hauteur d'un plan incliné et par l sa longueur, la force effective qui produit la chute sur le plan est égale à la pesanteur multipliée par $\frac{h}{l}$ (53), et, par suite, la vitesse acquise v après la première seconde est égale à $gt.\frac{h}{l}$ Les deux équations du mouvement produit par la pesanteur sur un plan incliné seront donc

$$v=\frac{gth}{l} \quad \text{et} \quad e=\frac{gt^2h}{2l}.$$

Or, en remplaçant dans la seconde formule les lettres par leurs valeurs, nous aurons

$$e=\frac{9{,}8088\times 144\times 2}{2\times 5}=282^m{,}493.$$

7° On demande le temps qu'emploierait un mobile pour tomber le long d'un plan incliné dont la longueur serait de 175 mètres et la hauteur de 20 mètres, abstraction faite du frottement et de la résistance de l'air.

La formule $e=\frac{gt^2h}{2l}$ donnera $t=\sqrt{\frac{2el}{gh}}$.

Remplaçant les lettres par leurs valeurs, et remarquant que $e=l$, puisque l'espace à parcourir par le mobile est toute la longueur du plan, on aura

$$t=\sqrt{\frac{2\times 175^2}{9{,}8088\times 20}}=17^s{,}68.$$

Remarque. En éliminant le temps t entre les deux formules du mouvement que produit la pesanteur sur le plan incliné (probl. 6), et en posant $l=e$ dans l'équation résultante, on obtient $v=\sqrt{2gh}$ pour la vitesse acquise par un corps qui a parcouru toute la longueur l d'un plan incliné. Or, cette vitesse est précisément égale à celle qu'il acquerrait en tombant librement de la hauteur h de ce même plan (probl. 3).

Balance et dynamomètres.

62. *Balance.* — La balance est un instrument destiné à mesurer le poids relatif d'un corps, c'est-à-dire le rapport de son poids absolu à un autre poids déterminé que l'on prend pour unité (48). La théorie de la balance reposant sur celle du levier, nous emprunterons à la Mécanique les notions suivantes sur cet instrument.

On appelle *levier* une barre inflexible, droite ou courbe, mobile autour d'un de ses points, nommé *point d'appui,* et sur laquelle agissent deux forces, dont l'une se nomme la *puissance* et l'autre la *résistance.*

On distingue trois genres de leviers :

1° Le levier du *premier genre* (*fig.* 29), dans lequel le point d'appui C est situé entre la puissance P et la résistance R ;

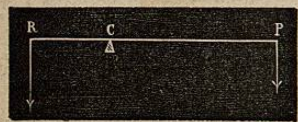

Fig. 29.

2° Le levier du *second genre* (*fig.* 30), dans lequel la résistance R est située entre le point d'appui C et la puissance P ;

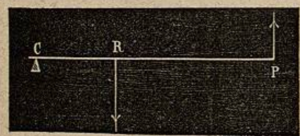

Fig. 30.

3° Le levier du *troisième genre* (*fig.* 31), dans lequel la puissance P est située entre le point d'appui C et la résistance R.

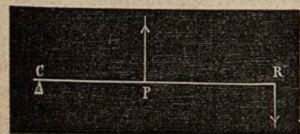

Fig. 31.

On appelle *bras de levier* d'une force, la longueur de la perpendiculaire menée du point d'appui sur la direction de cette force ou sur son prolongement. Ainsi, dans la *fig.* 31, CR est le bras de levier de la résis-

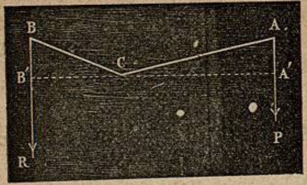

Fig. 32.

Fig. 33.

tance et CP celui de la puissance. Dans la *fig.* 32, qui représente un levier coudé, la ligne CB′ est le bras de levier de la résistance R, et CA′ celui de la puissance P.

L'équilibre de deux forces agissant sur un levier repose sur le principe suivant découvert par Archimède : *Deux forces agissant sur un levier se font équilibre lorsqu'elles sont entre elles en raison inverse des bras de levier aux extrémités desquels elles sont appliquées.*

Soit RP (*fig.* 33) un levier du premier genre dont les bras sont inégaux. Soient M et M′ deux masses appliquées aux extrémités P et R des bras de levier CP et CR. Si nous supposons ces masses en équilibre, nous aurons la proportion

$$\frac{M}{M'}=\frac{CR}{CP},$$

c'est-à-dire que les masses seront en raison inverse des longueurs des bras de levier. Ainsi, si nous supposons le bras de levier CP trois fois plus long que CR, la masse M sera trois fois plus petite que la masse M′ à laquelle elle fait équilibre.

Il résulte de ce principe que, si les deux bras de levier sont égaux, et que deux forces verticales soient appliquées à leurs extrémités, ces deux forces, pour se faire équilibre, devront aussi être égales. C'est le cas de la *balance ordinaire.*

63. *Balance ordinaire.* — Cet instrument (*fig.* 34) se compose d'un levier droit AB du premier genre, nommé *fléau,* mobile autour d'un axe horizontal *m*. Les deux bras du levier sont égaux en poids et en longueur, et supportent à leurs extrémités deux plateaux C et D, d'égal poids. Une aiguille placée verticalement au-dessus ou au-dessous de l'axe de suspension indique, par ses oscillations sur un cadran divisé, les plus petits mouvements du fléau. Quand la balance est vide, le fléau se

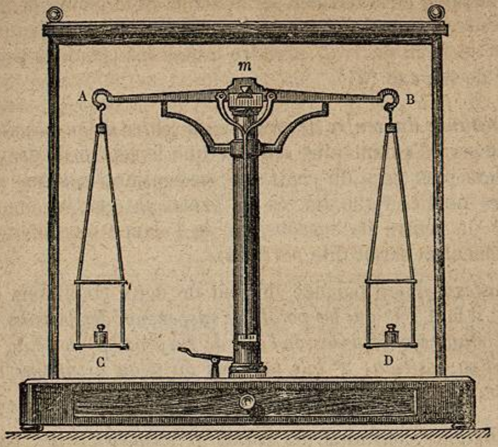

Fig. 34.

tient de lui-même horizontal, car son centre de gravité se trouve alors dans la verticale du point d'appui. Dans cette position, l'aiguille correspond exactement au milieu du cadran où se trouve le zéro de la division.

Pour être bonne, il faut que la balance soit *sensible*, c'est-à-dire capable d'osciller sous l'action d'un très-petit poids placé dans l'un de ses plateaux, et de plus, qu'elle soit *juste*, c'est-à-dire que deux poids égaux placés dans les bassins se fassent exactement équilibre.

La *sensibilité* d'une balance dépend de trois conditions essentielles : 1° de la *mobilité du fléau autour de l'axe de suspension ;* 2° de la *stabilité de l'équilibre ;* 3° de la *distance du centre de gravité du fléau au centre de suspension.*

1° *Mobilité du fléau autour de l'axe de suspension.* Cette mobilité s'obtient facilement en suspendant le fléau par un couteau d'acier dont le tranchant repose sur deux plans très-polis en acier ou en agate.

2° *Stabilité de l'équilibre.* Il faut, pour que cette condition soit remplie, que le centre de gravité du fléau soit placé *plus bas* que le centre de suspension. S'il était au-dessus, l'équilibre serait instable et la balance serait *folle*. Si le centre de gravité et le centre de suspension coïncidaient, l'équilibre serait indifférent, et le fléau pourrait prendre toutes les positions possibles autour de son axe (51).

3° *Distance du centre de gravité au centre de suspension.* La balance sera d'autant plus sensible que le centre de gravité du fléau sera plus près du centre de suspension, tout en restant toujours plus bas que lui. Si le centre de gravité était trop éloigné du centre de suspension, la balance n'oscillerait que difficilement et serait dite *paresseuse*.

La *justesse* d'une balance dépend de deux conditions essentielles ; il faut : 1° *que les points de suspension des bassins soient à des distances constantes de l'axe de suspension du fléau, quelle que soit sa position;* 2° *que les bras du fléau aient une égalité parfaite.*

1° *Distance constante des points de suspension des bassins.* Cela veut dire que la longueur des bras du fléau doit rester rigoureusement invariable pendant les oscillations de la balance, afin que la résultante de deux poids égaux situés dans les bassins passe toujours par l'axe de suspension, et que chaque poids agisse toujours à l'extrémité du même bras de levier pendant une même pesée. On obtient ce résultat en faisant supporter le fléau et les crochets des bassins par des pièces à arêtes très-aiguës.

2° *Égalité parfaite des bras du fléau.* Cette condition est indispensable pour que deux poids égaux placés dans les bassins soient en équilibre et maintiennent le fléau dans une position horizontale : car il résulte du principe précédemment énoncé sur l'équilibre des forces appliquées aux extrémités d'un levier, que si l'un des bras du fléau était plus court que l'autre, le poids placé dans le bassin correspondant devrait être plus fort que le poids placé dans le bassin opposé, pour lui faire équilibre.

Telles sont les conditions que doit remplir une balance pour être bonne, c'est-à-dire pour donner exactement le poids relatif d'un corps. Toutefois on peut obtenir ce dernier résultat avec une balance qui ne serait pas parfaitement juste, à l'aide d'un procédé que nous allons indiquer. Ce procédé, dû au physicien Borda, est connu sous le nom de *méthode des doubles pesées.*

64. *Méthode des doubles pesées.* — Voici en quoi consiste cette méthode : on place dans l'un des bassins le corps que l'on veut peser; puis on lui fait équilibre en mettant dans l'autre bassin des grains de sable ou de plomb. Cela fait, on retire le corps placé dans le premier bassin, et on met à sa place des poids marqués jusqu'à ce que l'équilibre soit de nouveau rétabli. Ce résultat obtenu, il est évident que les poids marqués représentent exactement le poids du corps, puisqu'ils font comme lui équilibre à la même quantité de matière placée dans le second bassin. Cette pesée sera donc rigoureusement exacte.

Principales sortes de balances. La balance que nous venons de décrire n'est pas le seul instrument employé pour peser les corps. Il en existe quelques autres dont on se sert journellement dans l'industrie : telles sont la *balance horizontale* ou *anglaise*, la *balance de Quintenz* ou *bascule*, la *balance romaine* et le *peson*.

65. *Balance horizontale* ou *anglaise*. — La balance horizontale ou anglaise (*fig.* 35) ne diffère pas dans son principe de la balance ordinaire. La seule modification qui l'en distingue consiste en ce que les deux bassins, au lieu d'être suspendus au-dessous du fléau, sont placés au-dessus, ce qui la rend d'un usage plus commode.

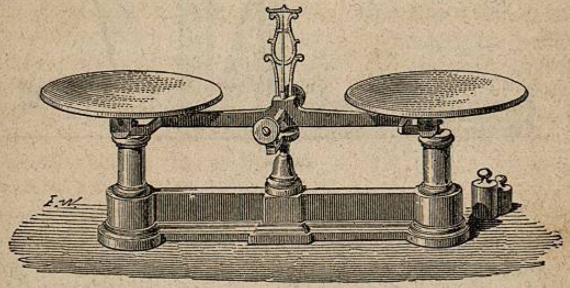

Fig. 35.

66. *Bascule* ou *balance de Quintenz.* — Cette balance (*fig.* 36), ainsi nommée du nom de son inventeur, est principalement employée dans les bureaux des messageries ou des chemins de fer pour peser les bagages, et dans les magasins pour peser les