Supposons maintenant trois stations A, B et C; si on télégraphie entre A et B, on emploie un courant d'une intensité suffisante pour vaincre la résistance du circuit à parcourir, mais cette intensité n'est pas suffisante pour faire marcher la lame du relais de M. Wartmann mis dans le circuit en B, à cause de la résistance du ressort qui la retient, laquelle a été calculée en conséquence. Mais si on veut télégraphier de A en C, on emploie un courant plus fort, et cette augmentation doit être telle qu'elle triomphe de la résistance du ressort de la lame aimantée, qui étant attirée par l'électro-aimant fait cesser toute communication du relais avec la terre; en même temps ce mouvement établit la communication directe entre A et C sans que l'intervention d'aucun employé ait été nécessaire. Si la station C possède un appareil analogue à celui de la station B, on pourra, en renforçant encore le courant, pousser jusqu'à une station D la communication directe, et ainsi de suite.

Il faut, pour que toutes ces communications s'effectuent commodément, plusieurs dispositions accessoires, dont la plus importante est de pouvoir par une simple manœuvre introduire dans le circuit le nombre de couples nécessaires pour faire fonctionner par communication directe les appareils télégraphiques de telle ou telle station; c'est ce que M. Wartmann obtient au moyen d'un appareil de son invention, qu'il a nommé *régulateur*. A cet appareil est joint un appareil *indicateur* destiné à indiquer si la station voulue a été atteinte, et par conséquent si le courant lancé a eu une intensité suffisante pour faire jouer les appareils qui doivent fermer le circuit à chaque station intermédiaire. La persistance du magnétisme rémanent dans les électro-aimants fait que le circuit demeure fermé malgré les petites interruptions qu'exige la transmission des signes télégraphiques; et quand on veut obtenir instantanément la rupture du circuit, il suffit d'y lancer un courant inverse de courte durée, courant qui en renversant les pôles des électro-aimants, fait détacher les armatures aimantées qu'une répulsion immédiate ramène dans chaque appareil contre les butoirs d'arrêt.

NOTES

RELATIVES

AUX DÉVELOPPEMENTS MATHÉMATIQUES

DE QUELQUES POINTS PARTICULIERS[1].

NOTE A (p. 206),

RELATIVE A LA MESURE ABSOLUE DE L'INTENSITÉ DU MAGNÉTISME TERRESTRE.

Nous donnons dans cette note les développements de la méthode de Gauss, pour la mesure de l'intensité absolue du magnétisme terrestre (*Annales de chimie et de physique*, T. LVII, p. 5). Elle est un exemple intéressant de physique mathématique autant par la généralité avec laquelle l'illustre géomètre a traité la question, que par les résultats pratiques auxquels il a été conduit.

Pour comprendre ce qui va suivre, il est nécessaire de revenir un instant sur les principes fondamentaux de la théorie du magnétisme. Un corps magnétique doit être considéré comme un assemblage de particules dont chacune contient des quantités égales des deux fluides, et c'est la séparation plus ou moins grande, ou en plus ou moins grande quantité de ces deux portions de fluide, qui constitue le magnétisme libre de la particule. L'attraction qui a lieu entre deux quantités données de fluides de noms contraires supposés concentrés chacun en un point, est égale à la répulsion produite par des quantités respectivement égales de fluides de même nom agissant à la même distance. En prenant pour unité la quantité de fluide qui, agissant sur une quantité égale à elle-même et à l'unité de distance, produit l'unité de force accélératrice, l'action d'une quantité m de fluide boréal sur une quantité m' du même fluide, à la distance r, sera exprimée par $\frac{mm'}{r^2}$ (en admettant la loi de la raison inverse du carré de la distance), et la formule sera applicable à tous les cas si l'on convient de donner le signe négatif au fluide austral, et d'entendre par une attraction une force négative.

Concevons un corps magnétique de forme quelconque rapporté à trois axes de coordonnées rectangulaires. Soit dm un élément de magnétisme libre, positif ou négatif, en un point x, y, z; xdm est ce qu'on peut appeler le moment de cet élément par rapport à l'axe des x ou au plan des

[1] Ces notes ont été rédigées par M. LUCIEN DE LA RIVE.

zy; faisons la somme des produits analogues dans toute l'étendue du corps, et posons :

$$\Sigma x\,dm = X;\quad \Sigma y\,dm = Y;\quad \Sigma z\,dm = Z.$$

La valeur du moment magnétique du corps par rapport à un axe ne dépend pas de l'origine des coordonnées; en effet, on a :

$$\Sigma (x-a)\,dm = \Sigma x\,dm - a\,\Sigma dm.$$

Et comme par hypothèse $\Sigma\,dm = 0$, on a :

$$\Sigma (x-a)\,dm = \Sigma x\,dm.$$

Exprimons le moment magnétique du corps par rapport à un axe faisant avec les axes des coordonnées les angles A, B, C; soit V ce moment.

$V = \Sigma (x \cos. A + y \cos. B + z \cos. C)\,dm = X \cos. A + Y \cos. B + Z \cos. C.$

Considérons en particulier l'axe que nous nommerons axe principal, pour lequel on a :

$$\cos. A = \frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}},\quad \cos. B = \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}},\quad \cos. C = \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}.$$

La valeur que prendra V sera :

$$M = \sqrt{X^2+Y^2+Z^2}$$

et l'expression générale de V pourra se mettre sous la forme :

$$V = M\left\{\frac{X}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}\cos. A + \frac{Y}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}\cos. B + \frac{Z}{\sqrt{X^2+Y^2+Z^2}}\cos. C\right\},$$

$$\text{ou } V = M \cos. \omega,$$

en désignant par ω l'angle que fait l'axe pour lequel le moment magnétique est V avec l'axe principal.

Ainsi, l'on obtient le moment magnétique du corps par rapport à un axe quelconque, en multipliant le moment M par le cosinus de l'angle que fait cet axe avec l'axe dont la direction a été établie par les équations ci-dessus; on en conclut que M est le moment magnétique maximum, et que tout moment magnétique relatif à un axe perpendiculaire à l'axe principal est nul.

Pour expliquer l'action du magnétisme terrestre sur une aiguille aimantée, on admet qu'une force d'intensité et de direction constantes (pour une valeur constante du temps) vient agir sur chaque molécule de magnétisme libre; en prenant pour unité la force analogue qui, en agissant sur l'unité de magnétisme, produit l'unité de force, et en désignant par P la force terrestre, $P\,dm$ est l'action élémentaire exercée suivant une direction déterminée et dans un sens dépendant du signe dm. En composant toutes ces forces parallèles, on aura pour la somme des moments, suivant les axes coordonnés :

$$\Sigma P x\,dm,\ \Sigma P y\,dm,\ \Sigma P z\,dm, \text{ ou}$$
$$P\,\Sigma x\,dm,\ P\,\Sigma y\,dm,\ P\,\Sigma z\,dm;$$

et, d'après le résultat précédemment obtenu, on voit que la résultante de toutes ces actions est un couple dont les deux forces ont leurs points d'application sur une droite parallèle à l'axe principal, et que la somme des moments de ces forces par rapport à cet axe est M P.

Cet axe principal est donc *l'axe magnétique* du corps, puisque celui-ci, pour être en équilibre sous l'action du magnétisme terrestre, devra se placer de telle sorte que cet axe coïncide avec la direction de la force terrestre.

Nous allons voir maintenant comment on peut mesurer cette force P, ou plutôt ce qui est plus commode, sa composante horizontale T. Supposons une aiguille aimantée dont l'axe magnétique est horizontal et qui est mobile autour d'un axe vertical, conditions qui seront remplies en la suspendant à un fil par le point où son centre de gravité se trouve transporté par l'action de la composante verticale de la force terrestre; écartons-la de sa position d'équilibre; elle fera pour y revenir une série d'oscillations. Lorsqu'un pendule composé oscille sous l'action de la pesanteur, la formule qui donne le temps d'une oscillation d'amplitude infiniment petite est :

$$t = \Pi \sqrt{\frac{\Sigma.\,mr^2}{pl}},$$

dans laquelle Σmr^2 est le moment d'inertie du pendule par rapport à l'axe d'oscillation et pl le moment de rotation maximum de la pesanteur. Cette formule est évidemment applicable au cas qui nous occupe, et il faudra seulement y remplacer le moment de rotation maximum de la pesanteur par celui de la composante horizontale de la force terrestre agissant sur l'aiguille. Or cette action est celle d'un couple, dont le moment statique par rapport à l'axe magnétique est M T; le moment de rotation maximum est donc aussi M T, et l'on aura ainsi :

$$t = \Pi \sqrt{\frac{K}{MT}},$$

où K est le moment d'inertie de l'aiguille par rapport à l'axe auquel elle est suspendue; on tire de là :

$$MT = \frac{\Pi^2 K}{t^2}.$$

On obtient donc ainsi le produit du moment magnétique de l'aiguille par la composante horizontale de la force terrestre; ce produit est un moment de rotation, c'est-à-dire une force multipliée par un bras de levier, et la formule suppose que les unités choisies pour les longueurs, les temps, les masses et les forces, sont telles que l'unité de force donne à l'unité de masse dans l'unité de temps l'unité de vitesse. Si, après avoir obtenu la valeur du produit M T, on obtient celle du rapport $\frac{M}{T}$, en éliminant M, on aura T; or, ce rapport sera donné par l'observation de la position d'équilibre d'une seconde aiguille placée à la fois sous l'influence de la première et du magnétisme terrestre; mais, avant d'aller plus loin, il convient d'indiquer comment l'on doit s'y prendre pour tirer de l'observation les différents termes de la formule :

$$\mathrm{MT} = \Pi^2 \frac{\mathrm{K}}{t^2}.$$

Il faut en effet tenir compte de la torsion du fil qui diminue le temps des oscillations. Supposons l'aiguille en équilibre sous la double action du magnétisme terrestre et de la torsion ; soit u l'angle que fait avec le méridien magnétique un diamètre du fil pris à son extrémité inférieure et parallèle à l'axe magnétique de l'aiguille, et v l'angle que fait aussi avec le méridien le diamètre pris à l'extrémité fixe du fil qui, si celui-ci était sans torsion, serait parallèle au diamètre inférieur que nous avons choisi. Le moment de rotation de la torsion est $\theta\,(v-u)$, θ étant un coefficient constant ; celui de l'action terrestre est MT sin. u ; on a donc :

$\mathrm{MT}\ \sin. u = \theta\,(v-u)$ ou à cause de la petitese de u :

$\mathrm{MT}\ u = \theta\,(v-u)$

$$1 + \frac{\mathrm{MT}}{\theta} = \frac{v}{u}.$$

Comme il est difficile d'avoir la valeur exacte des v et des u, il vaut mieux observer des différences, et l'on a :

$$1 + \frac{\mathrm{MT}}{\theta} = \frac{v' - v''}{u' - u''}.$$

D'autre part, le temps t d'une observation observé et réduit à une amplitude infiniment petite satisfait à la formule :

$$t = \Pi \sqrt{\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{MT} + \theta}}.$$

Le temps t' que l'on trouverait, s'il n'y avait pas de torsion, est donné par la formule

$$t' = \Pi \sqrt{\frac{\mathrm{K}}{\mathrm{MT}}};$$

on a donc

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{\mathrm{TM} + \theta}{\mathrm{MT}}};$$

et en faisant $\frac{\mathrm{MT}}{\theta} = n$, nombre qui résulte de l'observation des angles u et v, on a :

$$\frac{t'}{t} = \sqrt{\frac{n+1}{n}}.$$

Si le corps oscillant est une aiguille de figure régulière et de masse homogène, on peut trouver son moment d'inertie par des méthodes connues, mais dans l'appareil de Gauss (*Magnétomètre unifilaire*, Voy. T. III, p. 211), l'aiguille est jointe à un système compliqué. Pour déterminer le

moment d'inertie de la masse oscillante, on fixe transversalement à l'aiguille une tige de bois sur laquelle on fait reposer, par des pointes aiguës et à des distances égales du point de suspension, deux poids déterminés.

En désignant par K le moment d'inertie cherché, par m la masse de chacun des deux poids, par r la distance de leurs points d'application au point de suspension, et par C la somme du moment d'inertie de la tige de bois par rapport à l'axe de suspension et des moments des poids par rapport à l'axe vertical de chacun d'eux, le moment d'inertie de tout l'appareil est :

$$\mathrm{K} + \mathrm{C} + 2\,m\,r^2.$$

Si donc t, t' et t'' sont les temps d'oscillation observés et corrigés pour les cas successifs où on ne met pas la tige de bois, où les poids sont à une distance r', et enfin où ils sont à une distance r'', on a les trois équations :

$$\mathrm{MT}\ t^2 = \Pi^2\,\mathrm{K};$$
$$\mathrm{MT}\ t'^2 = \Pi^2\,(\mathrm{K} + \mathrm{C} + 2\,m\,r'^2);$$
$$\mathrm{MT}\ t''^2 = \Pi^2\,(\mathrm{K} + \mathrm{C} + 2\,m\,r''^2);$$

d'où l'on tire MT et K qui, une fois connu, devient une constante de l'appareil. Ajoutons que, pour une plus grande précision, il faut donner à r plusieurs valeurs différentes et déterminer par la méthode des moindres carrés des inconnues auxiliaires qui satisfassent le mieux possible à toutes les équations ; puis, comme ces diverses opérations demandent assez de temps, il faut faire osciller simultanément une autre aiguille, de manière à pouvoir ramener les observations successives à la valeur moyenne de l'intensité du magnétisme terrestre pour l'une d'elles.

C'est ainsi que Gauss a obtenu avec le magnétomètre unifilaire, d'après une série d'observations faites le 11 septembre 1832 :

$$\mathrm{TM} = 179575250.$$

Il avait pris, pour unité de temps, de longueur et de masse, la seconde, le millimètre et la masse d'un milligramme. D'après ce que nous avons dit, l'unité de force est donc la force qui, agissant pendant une seconde sur la masse d'un milligramme, lui donne une vitesse d'un millimètre par seconde, c'est-à-dire le poids d'un milligramme divisé par la vitesse acquise au bout d'une seconde par un corps tombant dans le vide. Cette vitesse est 9811,03 à Gœttingue. De sorte qu'en prenant pour unité le poids d'un milligramme à Gœttingue :

$$\mathrm{TM} = 18302{,}29.$$

Nous allons voir maintenant comment le rapport de ces deux mêmes quantités peut se tirer avec tout autant d'exactitude que leur produit de la position d'équilibre que prend une seconde aiguille (nº 2) sous la double action du magnétisme terrestre et de l'aiguille que nous avons fait osciller (nº 1). Dans ce qui va suivre, Gauss laisse indéterminée la loi de la variation des forces magnétiques avec la distance, et ses premières observations ont eu pour objet de la fixer.

Il s'agit d'établir les conditions d'équilibre de l'aiguille (n° 2) mobile autour d'un axe vertical et ayant son axe magnétique horizontal; les forces qui agissent sur elle sont le magnétisme terrestre, l'action de l'aiguille (n° 1) fixe et ayant son axe magnétique dans le même plan horizontal, et enfin la torsion du fil de suspension.

Pour qu'un corps soit en équilibre, d'après le principe des vitesses virtuelles, il suffit que la somme des produits de chacune des forces par le déplacement infiniment petit de son point d'application projeté sur la direction de la force soit nulle, pour tout mouvement compatible avec les liaisons du corps, et, dans ce cas, ce sera pour tout mouvement de rotation autour de l'axe vertical, que nous pouvons considérer comme fixe.

Prenons pour axe des z le fil de suspension, pour axe des x le méridien magnétique, et pour axe des y une perpendiculaire au méridien; l'origine est en h au milieu de l'épaisseur de l'aiguille.

Exprimons les conditions tirées du principe des vitesses virtuelles : 1° pour les forces provenant du magnétisme terrestre. Soit e un élément de magnétisme libre de l'aiguille (n° 2) dont les coordonnées sont x, y, z, $T\,e\,dx$ est le produit de la force par le déplacement du point d'application projeté sur sa direction. Nous avons donc pour toute l'aiguille le terme :

$$\Sigma\, T\, e\, dx;$$

2° Pour l'action de l'aiguille (n° 1). Soit E un élément de magnétisme libre de l'aiguille (n° 1) qui a pour coordonnées X Y Z.

L'action de E sur e est, en posant :

$$r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2},$$

$\frac{Ee}{r^n}$ (n étant réellement égal à 2).

Le produit voulu est donc :

$$\frac{Ee\;dr}{r^n},$$

et pour l'ensemble des deux aiguilles on a la double somme :

$$\Sigma\Sigma\,\frac{Ee\;dr}{r^n}.$$

3° Pour la torsion on a, d'après ce que nous avons vu, u étant l'angle de l'axe magnétique de l'aiguille en équilibre avec le méridien magnétique, et N l'angle de collimation, le terme $\theta\,(N-u)\,du$.

L'équation d'équilibre est donc :

$$\Sigma\, T\, e\, dx + \Sigma\Sigma\,\frac{Ee\;dr}{r^n} + \theta\,(N-u)\;du = o.$$

Il s'agit maintenant d'exprimer soit x, soit r en fonction de u dans les deux premiers termes; il est plus commode de les intégrer par rapport à x et à r et d'en reprendre plus tard la dérivée par rapport à u.

On aura ainsi :

$$T\,e\,x \text{ et } \frac{Ee}{(n-1)\,r^{(n-1)}}.$$

Concevons maintenant un système d'axes rectangulaires ayant même origine et même axe des z que le précédent, mais mobile avec l'aiguille dont l'axe magnétique sera l'axe des x'; prenons un système analogue pour l'aiguille (n° 1); leur origine sera en H dans le même plan horizontal que h, et sa position sera déterminée d'une part par la longueur R de la droite h'H, h' étant à son tour déterminé par les coordonnés $\alpha\,\beta$, et de l'autre par l'angle ψ de la droite R avec le méridien magnétique; l'axe des X' de ce système coïncidera avec l'axe magnétique de l'aiguille (n° 1), et sera déterminé par l'angle U qu'il fait avec le méridien magnétique (fig. n° 1). Les angles u, U, ψ sont comptés positivement à l'orient du méridien magnétique.

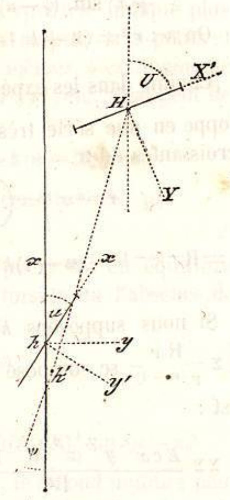

Fig. 1

Pour passer des x aux x' on a les équations :

$$x = x'\cos.u - y'\sin.u;$$
$$y = x'\sin.u + y'\cos.u;$$
$$z = z';$$

et pour passer des X aux X' on a :

$$X = \alpha + R\cos.\psi + X'\cos.U - Y'\sin.U;$$
$$Y = \beta + R\sin.\psi + X'\sin.U - Y'\cos.U;$$
$$Z = Z'.$$

Remplaçons maintenant x et X par leurs valeurs.

Pour le terme $\Sigma\,T\,ex$, il vient

$$\Sigma\,T\,ex'\cos.u - \Sigma\,T\,e\,y'\sin.u.$$

Or, $\Sigma\,T\,ex' = T\,m$, en désignant par m le moment magnétique maximum de l'aiguille (n° 2), et $\Sigma\,T\,e\,y = o$.

Donc il reste $m\,T\cos.u$ dont la dérivée, par rapport à u, est : $-m\,T\sin.u$.

Prenons maintenant le terme $\Sigma\Sigma\,\frac{E\;e}{(n-1)\,r^{(n-1)}}$; on a :

$$r^2 = (X-x)^2 + (Y-y)^2 + (Z-z)^2.$$

En remplaçant les anciennes coordonnées par leurs valeurs, en effectuant les calculs et en posant pour simplifier :

$$k = \alpha \cos.\psi + \beta \sin.\psi + X' \cos.(\psi - U) + Y' \sin.(\psi - U) + x' \cos.(\psi - U) - y' \sin.(\psi - U).$$

$$l = [\alpha \sin.\psi - \beta \cos.\psi + X' \sin.(\psi - U) - Y' \cos.(\psi - U) + x' \sin.(\psi - u) + y' \cos.(\psi - u)]^2 + (Y' - y')^2.$$

On a : $r^2 = (R + k)^2 + l$.

Comme dans les expériences R sera toujours très-grand, $\frac{1}{r^{(n-1)}}$ se développe en une série très-convergente suivant les puissances négatives et croissantes de R.

$$r^{-(n-1)} = \left((R + k)^2 + l\right)^{-\frac{(n-1)}{2}}$$

$$= R^{-(n-1)} - (n-1) k R^{-n} + \left(\frac{(n^2 - n)}{2} k^2 - \frac{(n-1)}{2} l\right) R^{-(n+1)} + \text{etc.}$$

Si nous supposons k et l remplacés par leurs valeurs, on voit que $\Sigma\Sigma \frac{Ee}{r^{(n-1)}}$ se compose d'une série de termes dont l'expression générale est :

$$\Sigma\Sigma \frac{E e x'^{\lambda} y'^{\mu} z'^{\nu} X'^{\lambda'} Y'^{\mu'} Z'^{\nu'}}{R^p} = \frac{\Sigma e x'^{\lambda} y'^{\mu} z'^{\nu} \times \Sigma E X'^{\lambda'} Y'^{\mu'} Z'^{\nu'}}{R^p}.$$

Dans le cas le plus général, tout ce qu'on peut établir se réduit aux équations :

$$\Sigma e = o \qquad \Sigma e x' = m \qquad \Sigma e y' = o \qquad \Sigma e Z' = o$$
$$\Sigma E = o \qquad \Sigma EX' = M \qquad \Sigma EY' = o \qquad \Sigma EZ' = o$$

Dans le cas particulier où la figure de chacune des deux aiguilles ainsi que la distribution de son magnétisme est symétrique, par rapport à l'origine des systèmes d'axes, on a : $\Sigma e x'^{\lambda} y'^{\mu} z'^{\nu} = o$ et $\Sigma E X'^{\lambda'} Y'^{\mu'} Z'^{\nu'} = o$ pour toutes valeurs paires des nombres $(\lambda + \mu + \nu)$ et $(\lambda' + \mu' + \nu')$.

Ainsi dans ce cas si l'on a en même temps $\alpha = o$, et $\beta = o$, les coefficients des termes $R^{-(n+2)}$ $R^{-(n+4)}$, etc., disparaissent. Dans le cas général, ces coefficients seront toujours très-petits, les coefficients des deux premiers termes de la série sont nuls, et le terme principal est :

$$\Sigma\Sigma \frac{Ee}{(n-1)} \left\{ \frac{(n^2 - n)}{2} k^2 - \frac{(n-1)}{2} l \right\} R^{-(n+1)}$$

$$= m M R^{-(n+1)} [n \cos.(\psi - U) \cos.(\psi - u) - \sin.(\psi - U) \sin.(\psi - u)]$$

dont la dérivée par rapport à u est :

$$- m M R^{-(n+1)} \{ n \cos.(\psi - U) \sin.(\psi - u) - \sin.(\psi - U) \cos.(\psi - u) \}.$$

On a donc, pour le développement du terme de l'équation d'équilibre de l'aiguille relatif à l'action de l'autre aiguille, une série de la forme :

$$f R^{-(n+1)} + f' R^{-(n+2)} + f'' R^{-(n+3)} + \text{etc.};$$

dans laquelle les coefficients f sont des fonctions rationnelles des sinus et cosinus des angles $(\psi - U)$ et u, et des constantes des deux aiguilles.

On voit de plus que dans le cas particulier de symétrie indiqué plus haut f', f''', etc., sont nuls, que dans le cas général ils sont très-petits et que de plus, si toutes les autres quantités restant les mêmes, ψ est augmenté de 180°, f, f'', etc., gardent les mêmes valeurs et f', f''', etc., changent de signes. L'équation d'équilibre est donc :

$$- m T \sin.u + f R^{-(n+1)} + f' R^{-n+2} + \text{etc.} - \theta (u - N) = o;$$

comme u et N sont très-petits, on peut remplacer $\theta (u - N)$ par

$$\theta \sin.(u - N).$$

Soit u_0 la valeur de u pour laquelle l'aiguille (nº 2) est en équilibre sous l'action du magnétisme terrestre et de la torsion en l'absence de l'aiguille (nº 1), on a :

$$m T \sin.u_0 - \theta \sin.(u_0 - N) = 0.$$

A cause de cette égalité, l'équation :

$$m T \sin.u + \theta \sin.(u - N) = \{ m T \cos.u_0 + \theta \cos.(u_0 - N) \} \sin.(u - u_0)$$

est une identité, et comme u_0 est à peu près nul, le second nombre peut s'écrire : $(mT + \theta) \sin.(u - u_0)$, en sorte que l'équation d'équilibre devient :

$$(mT + \theta) \sin.(u - u_0) = f R^{-(n+1)} + f' R^{-(n+2)} + \text{etc.}$$

Si l'on ne garde que le coefficient f, en remplaçant dans sa valeur l'angle $\psi - u$ par $(\psi - u_0) + (u_0 - u)$, on a :

$$(mT + \theta) \sin(u - u_0) =$$
$$M m R^{-(n+1)} \left\{ \begin{array}{l} \cos.(u - u_0) \{ n \cos.(\psi - U) \sin.(\psi - u_0) + \sin.(\psi - U) \cos.(\psi - u_0) \} \\ \sin.(u - u_0) \{ n \cos.(\psi - U) \cos.(\psi - u_0) - \sin.(\psi - U) \sin.(\psi - u_0) \} \end{array} \right.$$

D'où l'on tire :

$$\text{tg.}(u - u_0) = \frac{m M \{ n\cos.(\psi - U)\sin.(\psi - u_0) + \sin.(\psi - U)\cos.(\psi - u_0) \} R^{-(n+1)}}{mT + \theta + mM \{ n\cos.(\psi - U)\cos.(\psi - u_0) - \sin.(\psi - U)\sin.(\psi - u_0) \} R^{-(n+1)}}$$

ou en négligeant au dénominateur le facteur de $R^{-(n+1)}$

$$\text{tg.}(u - u_0) = \frac{m M}{m T + \theta} \{ n \cos.(\psi - U) \sin.(\psi - u_0) + \sin.(\psi - U) \cos.(\psi - u_0) \} R^{-(n+1)}$$
$$= F R^{-(n+1)},$$

où l'on a $F = \frac{f}{m T + \theta}$ en changeant u en u_0.

Si l'on veut prendre un plus grand nombre de termes, il faut effectuer la division, et en posant pour simplifier :

$$q = m\mathrm{M}\left\{n \cos.(\psi - \mathrm{U})\cos.(\psi - u_0) - \sin.(\psi - \mathrm{U})\sin.(\psi - u_0)\right\}, \text{ on a:}$$

$$\begin{array}{r|l} f\mathrm{R}^{-(n+1)} + \text{etc.}\ldots + f_n \mathrm{R}^{-(2n+1)} + f_{(n+1)} & \mathrm{R}^{-(2n+2)} \\ -\dfrac{q f}{m\mathrm{T}+\theta} & \end{array}$$

$$\frac{m\mathrm{T} + \theta + q\mathrm{R}^{-(1+n)} + \ldots}{\dfrac{f\mathrm{R}^{-(n+1)}}{m\mathrm{T}+\theta} + \dfrac{f'\mathrm{R}^{-(n+2)}}{m\mathrm{T}+\theta} + \ldots \dfrac{f_n\mathrm{R}^{-(2n+1)}}{m\mathrm{T}+\theta} + \left\{\dfrac{f^{n+1}}{m\mathrm{T}+\theta} - \dfrac{(f\,q)}{(m\mathrm{T}+\theta)^2}\right\}\mathrm{R}^{-(2n+2)} + \ldots}$$

Ainsi on a : $\mathrm{tg}\,(u - u_0) = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{F}'\mathrm{R}^{-(n+2)} + \ldots$

Série dans laquelle les coefficients F proviennent respectivement des termes f, où u est changé en u_0 et cela jusqu'au terme en $\mathrm{R}^{-(2n+1)}$; mais, à partir de là, des termes nouveaux s'introduisent.

Il convient ici de faire une remarque qui nous servira plus tard. Nous savons qu'en changeant le signe de ψ, f', f'', etc., gardent les mêmes valeurs, tandis que f' f''', etc., changent de signe. Or, si n est pair (ce qui est le cas) le coefficient de $\mathrm{R}^{-(2n+2)}$ dans la série de tg. $(u - u_0)$ renferme un coefficient de l'espèce f et un coefficient de l'espèce f'; donc, à partir de ce terme, on n'obtient plus de termes respectivement égaux et des signes contraires, en changeant le signe ψ.

Nous avons donc tg. $(u - u_0) = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{F}'\mathrm{R}^{-(n+2)}$, etc.

On voit maintenant que si l'on fait varier R et qu'on observe les angles $(u - u_0)$ on a une série d'équations d'où l'on peut tirer F, et l'on a alors :

$$\frac{\mathrm{M}}{\mathrm{T}} = \left(1 + \frac{\theta}{m\,\mathrm{T}}\right)\frac{\mathrm{F}}{n\cos.(\psi - \mathrm{U})\sin.(\psi - u_0) + \sin.(\psi - \mathrm{U})\cos.(\psi - u_0)};$$

$\dfrac{\theta}{m\mathrm{T}}$ sera déterminé comme nous l'avons vu pour l'aiguille (nº 1).

Ainsi théoriquement le problème est résolu, mais au lieu de comparer u et u_0 il vaut mieux comparer entre elles deux déviations opposées u' et u'' obtenues en augmentant U de deux droits, puis faire de nouveau cette double observation après avoir augmenté ψ de deux droits, ce qui donne : u''' et u''''. En effet, d'après la remarque ci-dessus, on a :

$$\mathrm{tg}\,(u' - u_0) = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{F}'\mathrm{R}^{-(n+2)}\ldots + \left\{\frac{f^{(n+1)}}{m\mathrm{T}+\theta} - \frac{f.\,q}{(m\mathrm{T}+\theta)^2}\right\}\mathrm{R}^{-(2n+2)} + \ldots$$

$$\mathrm{tg.}\,(u''' - u_0) = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} - \mathrm{F}'\mathrm{R}^{-(n+2)}\ldots + \left\{\frac{-f^{(n+1)}}{m\mathrm{T}+\theta} - \frac{f q}{(m\mathrm{T}+\theta)^2}\right\}\mathrm{R}^{-(2n+2)} + \ldots$$

Par la série arc. tg. $x = x - \dfrac{x^3}{3} + \ldots$; on voit que le développement de

$u - u$ est le même que celui de tang. $(u - u_0)$ jusqu'au terme en $\mathrm{R}^{-(2n+3)}$, donc :

$$(u' - u_0) + (u''' - u_0) = 2\mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + 2\mathrm{F}''\mathrm{R}^{-(n+3)}\ldots - \frac{2 f q\,\mathrm{R}^{-(2n+2)}}{(m\mathrm{T}+\theta)}.$$

nous changeons maintenant le signe U, nous aurons :

$$(u'' - u_0) + (u''' - u_0) = -2\mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{G}'\mathrm{R}^{-(n+3)}\ldots - \frac{2 f q\,\mathrm{R}^{-(2n+2)}}{(m\,\mathrm{T}+\theta)^2},$$

G' désignant un coefficient quelconque dont nous ne déterminons pas la valeur. Le dernier terme ne change pas de signe, parce que f et q en changent tous deux ; on aura, en retranchant ces deux développements et en divisant par 4 .

$$\frac{1}{4}(u' - u'' + u''' - u'''') = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{L}'\mathrm{R}^{-(n+3)}\ldots + \mathrm{L}_{\frac{n+2}{2}}\mathrm{R}^{-(2n+3)}$$

e par conséquent aussi :

$$\mathrm{tg.}\,\frac{1}{4}(u' - u'' + u''' - u'''') = \mathrm{F}\mathrm{R}^{-(n+1)} + \mathrm{L}'\mathrm{R}^{-(n+3)}\ldots + \mathrm{L}_{\frac{n+2}{2}}\mathrm{R}^{-(2n+3)}.$$

De sorte que nous obtenons ainsi un développement dans lequel la moitié des coefficients a disparu jusqu'au terme en $\mathrm{R}^{-(2n+3)}$.

Il reste à déterminer les valeurs à donner à ψ et à U, qui doivent être telles que les erreurs dans leur mesure influent le moins possible sur la valeur de F ; pour cela, la valeur de U pour une valeur donnée à ψ doit rendre F maximum ; on a ainsi :

$$\mathrm{Cotg.}\,(\psi - \mathrm{U}) = n\,tg.\,(\psi - u_0)\,cos.^2\,(\psi - u_0).$$

La valeur donnée à ψ devra rendre cette expression maximum ou minimum, ce qui a lieu :

1º En faisant $(\psi - u_0) = 90^0$ ou 270^0 ; dans ce cas $\mathrm{F} = \dfrac{n\,m\,\mathrm{M}}{m\mathrm{T}+\theta}$;

2º En faisant $(\psi - u_0) = 0$ ou 180^0… $\mathrm{F} = \dfrac{m\mathrm{M}}{m\mathrm{T}+\theta}$.

Il y a donc deux méthodes d'observation (fig. 2) ; dans chacune des positions indiquées par H_1 et H_2, l'aiguille fixe doit prendre deux positions diamétralement opposées.

La première méthode est la plus avantageuse, car elle donne pour F une valeur n fois plus grande, et les erreurs sont par conséquent diminuées dans le rapport de 1 à $\dfrac{1}{n}$.

Les premières expériences de Gauss ont eu pour objet de déterminer la valeur de n laissé indéterminé dans tous les calculs. Voici le tableau de

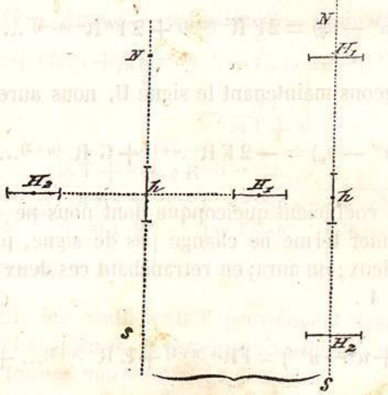

Fig. 2.

ses observations pour lesquelles il a employé simultanément les deux méthodes; dans ce tableau $v = \frac{1}{4}(u' - u'' + u''' - u'''')$.

R	v 1[re] méthode.	v 2[e] méthode.
$1^m,3$	2° 13′ 51″,2	1° 57′ 24″,8
1, 4	1° 47′ 28″,6	1° 29′ 40″,5
1, 5	1° 27′ 19″,1	1° 10′ 19″,3
1, 6	1° 12′ 7″,6	0° 55′ 58″,9
etc.	etc.	etc.

On voit d'abord que les nombres de la seconde colonne sont à peu près doubles de ceux de la troisième, ce qui montre que n doit être égal à 2.

En donnant à n la valeur 2, Gauss a trouvé pour les coefficients les valeurs suivantes :

tg. $v = 0{,}086870\ R^3 - 0{,}002185\ R^5$ pour la première méthode, et le tableau suivant donne les valeurs comparatives des angles v observés et calculés d'après cette formule :

R	Valeurs de v observées.	Valeurs de v calculées.	Différences.
1,3	2° 13′ 51″,2	2° 13′ 50″,4	+0″,8
1,4	1° 47′ 28″,6	1° 47′ 24″,1	+4″,5
1,5	1° 27′ 19″,1	1° 27′ 28″,7	−9″,6
1,6	1° 12′ 7″,6	1° 0′ 14″,9	−3″,3

Il ne peut rester aucun doute sur la valeur de n et la loi des attractions magnétiques se trouve ainsi confirmée. En outre, l'on voit que si l'on ne prend pas des valeurs de R plus petites que 4 fois la longueur des aiguilles (elles avaient $0^m,3$), deux termes de la série sont suffisants.

Voici maintenant les éléments d'une détermination de la valeur absolue de la force horizontale du magnétisme terrestre :

$$R = 1^m,2 \quad v = 3°,\ 42'\ 19'',4\ ;$$
$$R' = 1^m,6 \quad v' = 1°,\ 34'\ 19'',3\ ;$$

On a donc tg. $v = F R^{-3} + L' R^{-5}$ ou R^5 tg. $v = F R^2 + L'$;
de même. . . . . R'^5 tg. $v' = F R'^2 + L'$.

d'où $F = \dfrac{R^5 \text{ tg. } v - R'^5 \text{ tg. } v'}{R^2 - R'^2} = 113056200$;

de là $\dfrac{M}{T} = 56606437$.

L'on a d'ailleurs MT = 179770600,

d'où T = 1,782088 ; et on se rappelle que l'unité est la force qui, en agissant sur l'unité de magnétisme libre, produirait une action égale à l'unité de force.

En résumé, la détermination de l'intensité absolue du magnétisme terrestre se compose de deux opérations bien distinctes; dans la première on détermine le nombre des oscillations que fait une aiguille dans un temps donné ; ce nombre dépend de l'intensité du magnétisme terrestre et de la constitution de l'aiguille, c'est-à-dire du moment statique de ses éléments de magnétisme libre et de son moment d'inertie; comme on peut facilement déterminer ce moment d'inertie, on obtient le moment statique du magnétisme de l'aiguille multiplié par l'intensité du magnétisme terrestre. La seconde opération consiste à observer la position d'équilibre que prend une aiguille soumise à l'action du magnétisme terrestre et à celle de l'aiguille que l'on a fait osciller ; cette dernière action dépend de la distribution du magnétisme libre dans les deux aiguilles, de la distance des centres, de la position des axes magnétiques par rapport à la droite qui joint les centres, et enfin de la loi que suivent les attractions et les répulsions magnétiques. Cette loi une fois connue, on trouve que l'action totale de l'aiguille fixe sur l'aiguille mobile tend, à mesure que la distance des centres augmente, à varier en raison inverse du cube de la distance, en sorte que ce moment de rotation pris pour une distance suffisamment grande et multiplié par le cube de la distance peut être considéré comme un produit constant ; et ce produit, en plaçant les axes magnétiques des deux aiguilles dans des directions relatives déterminées, est exprimé par le produit des moments statiques du magnétisme des deux aiguilles. Comme d'ailleurs le moment de rotation exercé par le magnétisme terrestre sur l'aiguille mobile est exprimé par le produit du moment statique de l'aiguille et de l'intensité magnétique terrestre, et que la position d'équilibre de l'aiguille nous fait connaître le rapport des deux moments de rotation, on en conclut le rapport des deux quantités dont on a obtenu le produit par la première opération.

NOTE B (p. 231),

RELATIVE AU MAGNÉTOMÈTRE BIFILAIRE.

Cette note a pour objet de montrer comment l'on trouve la valeur du couple que fait naître, sous l'action de la pesanteur, le mode de suspension du barreau aimanté dans le magnétomètre bifilaire et comment l'on en déduit l'intensité du magnétisme terrestre et les variations de cet élément.

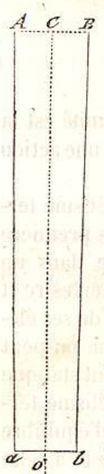

Fig. 3.

La figure 3 représente la position d'équilibre qui résulte pour le magnétomètre de l'action de la pesanteur seule, c'est-à-dire celle qu'il prendra si l'on suppose le barreau dépourvu de magnétisme ; nous admettons que les deux points d'attache supérieurs des fils A et B sont sur une même horizontale et que les points d'attache inférieurs a et b sont situés tous les deux à la même distance du centre de gravité c du barreau. Pour qu'il y ait équilibre, il faut que les deux fils viennent se couper sur la verticale, passant par le centre de gravité, de telle sorte que le poids du barreau, transporté en ce point d'intersection, se décompose en deux forces dirigées suivant le prolongement des fils, ce qui exige que ces fils soient dans un même plan vertical et qu'ils soient symétriquement placés, de part et d'autre, de la verticale du point o, c'est-à-dire que cette verticale coupe par le milieu les lignes A B et $a\,b$.

Concevons qu'un couple horizontal vienne à agir sur l'aiguille; il se produira un mouvement de torsion du système suspenseur et les fils cesseront de se trouver dans un plan vertical; en même temps le point c, milieu de $a\,b$, remontera d'une fort petite quantité le long de la verticale.

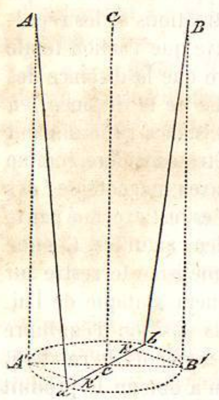

Fig. 4.

Supposons maintenant le système en équilibre sous l'influence de toutes les forces qui agissent sur lui, et soient α l'angle dont a tourné l'aiguille, $2\,\Delta$ la longueur A B espacement supérieur des fils, $2\,\delta$ la longueur $a\,b$ espacement inférieur des fils, P le poids du barreau, T la tension commune de chacun des fils, L leur longueur et l cette même longueur projetée sur la verticale. Menons par le point c la ligne A'B' égale et parallèle à A C B; joignons AA' et BB'; AA' BB' sera un rectangle vertical et les lignes A'B' et $a\,c\,b$ seront dans un même plan horizontal (Fig. 4).

Le poids P peut se décomposer en deux forces égales à $\frac{P}{2}$ appliquées en a et b, la tension T, dirigée suivant a A, se décompose suivant la verticale en une force qui a pour valeur T cos. A'Aa, c'est-à-dire $\frac{T\,l}{L}$. Or le système étant un équilibre, la résultante des forces appliquées en a doit être nulle. La projection de cette résultante sur la verticale doit être nulle aussi, et par conséquent on a :

$$\frac{T\,l}{L} = \frac{P}{2}\ .$$

Du point A' abaissons une perpendiculaire A'k' sur $a\,c\,b$; la composante horizontale de la tension qui agit suivant aA' peut se décomposer elle-même suivant $a\,k'$ et k'A'; il en est exactement de même en b, en sorte que nous aurons deux forces égales dirigées suivant $a\,k'$ et $b\,k$ qui se détruiront, et deux autres dont la direction est perpendiculaire à celle de l'aiguille qui constituent un couple faisant équilibre au couple du magnétisme terrestre.

La composante horizontale de la tension a pour valeur :

$$T\ \cos.\ \mathrm{A}a\mathrm{A}' = T\,\frac{\mathrm{A}a}{L}.$$

L'expression de la composante perpendiculaire à l'aiguille est donc :

$$T\,\frac{\mathrm{A}'a}{L} \times \cos.\,k'\mathrm{A}'a = T\,\frac{\mathrm{A}'a}{L} \times \frac{\mathrm{A}'k'}{\mathrm{A}'a}\,;$$

$$\text{ou } T \times \frac{\mathrm{A}'k'}{L}.$$

En nommant K la valeur du couple bifilaire horizontal qui tend à ramener l'aiguille à sa position d'équilibre, on aura donc :

$$K = 2\,T \times \frac{\mathrm{A}'k'}{L} \times a\,c = 2\,\Delta\,\delta\,\sin.\,\alpha\,\frac{T}{L}.$$

Et en remplaçant T par sa valeur tirée de l'équation qui égale les composantes verticales, on a : $K = \frac{\Delta\,\delta\,P\,\sin.\,\alpha}{l}$, équation à laquelle il faut joindre l'équation de condition

$$l^2 = L^2 + \Delta^2 - \delta^2 - 2\,\Delta\,\delta\,\cos.\,\alpha.$$

En général Δ et δ sont si petits par rapport à L qu'on peut sans erreur supposer $l = L$, et nous ajouterons que la torsion propre à chaque fil introduit aussi deux petits couples obliques, mais tellement faibles qu'on peut négliger leur action.

Parmi toutes les positions que peut prendre le barreau sous l'action combinée des deux couples magnétique et bifilaire, il en est une particulièrement intéressante au point de vue des observations, qui est celle pour laquelle l'axe magnétique de l'aiguille est normal au méridien magnétique. On voit, en effet, que pour cette position toutes les forces magnétiques perturbatrices qui altèrent la déclinaison sans modifier l'intensité horizontale, laisseront le barreau magnétique immobile, puisque les composantes de chaque couple perturbateur sont appliquées en sens directement contraires l'un à l'autre aux deux extrémités de l'axe magnétique ; au contraire, les forces qui altèrent l'intensité horizontale auront leur entier effet et manifesteront leur action par des déplacements angulaires du barreau autour de l'axe C O.

Concevons donc que par des tâtonnements, c'est-à-dire en faisant varier peu à peu la position d'équilibre dépendant du mode de suspension seul, on ait amené l'aiguille dans la position indiquée, le moment du couple magnétique est maximum et, en le désignant par M, on a :

$$M = \frac{\Delta\,\delta\,P \sin.\,\alpha}{l} \quad \text{ou} \quad \frac{d^2\,P \sin.\,\alpha}{L}\,;$$

en désignant par d l'espacement des fils lorsqu'on les suppose parallèles et en remplaçant l par L qui en diffère très-peu, comme nous l'avons vu.

On voit donc que la mesure directe des différentes quantités qui entrent dans cette expression permettra de trouver la valeur du couple magnétique tout aussi bien qu'en observant la durée d'un certain nombre d'oscillations, et comme la méthode qui sert à la mesure des angles dans le magnétomètre comporte une très-grande précision et qu'on peut obtenir aussi les autres éléments de la formule avec toute la rigueur désirable, il s'ensuit qu'on arrive ainsi à une valeur très-approchée de la force directrice qui agit sur le barreau aimanté.

Nous allons voir maintenant comment l'on se sert du magnétomètre bifilaire pour observer les variations de l'intensité horizontale. Le moment M est le produit du magnétisme propre du barreau que nous supposons invariable par l'intensité horizontale variable du magnétisme terrestre. Lorsqu'en vertu de cette variation M varie, l'angle α varie aussi; on a donc :

$$d\,M = \Delta\,\delta\,P \left\{ \frac{\cos.\,d\,\alpha}{l} - \frac{\sin.\,\alpha\,dl}{l^2} \right\}.$$

L'équation de condition dont nous avons parlé plus haut donne :

$d\,l = \dfrac{\Delta\,\delta \sin.\,\alpha\,d\,\alpha}{l}$, de sorte qu'en remplaçant $d\,l$ par sa valeur, on trouve :

$$d\,M = \Delta\,\delta\,P \left\{ \frac{\cos.\,\alpha\,d\,\alpha}{l} - \frac{\Delta\,\delta.\,\sin.^2\,\alpha.\,d\,\alpha}{l^2} \right\},$$

et, en divisant par M, $\dfrac{d\,M}{M} = \left\{ \text{cotg.}\,\alpha + \dfrac{\Delta\,\delta \sin.\,\alpha}{l^3} \right\} d\,\alpha.$

Si l'on néglige la petite fraction $\dfrac{\Delta\,\delta}{l^2}$

$$\frac{d\,M}{M} = \text{cotg.}\,\alpha\,d\,\alpha.$$

Enfin, il est toujours possible d'établir les conditions d'équilibre de telle sorte que pour la valeur moyenne de M, on ait : $\alpha = 45°$, soit en modifiant les longueurs Δ, δ, soit en faisant varier la longueur des fils, soit encore en ajoutant des poids au barreau ; de cette manière l'équation précédente devient : $\dfrac{d\,M}{M} = d\,\alpha$.

Nous avons dit comment l'on observe avec une échelle horizontale un miroir et une lunette les déplacements angulaires du barreau. Si D est la distance exprimée en millimètres qui sépare le miroir de l'échelle, et par conséquent aussi le miroir de la lunette, une lecture de n millimètres dans la lunette correspondra à une valeur de $d\,\alpha$ égale à $\dfrac{n}{2\,D}$. Or, comme on a $\dfrac{d\,M}{M} = d\,\alpha$, il en résulte $\dfrac{d\,M}{M} = \dfrac{n}{2\,D}$, et on a ainsi la fraction dont on a changé l'intensité horizontale magnétique, sa valeur moyenne étant prise comme unité.

Note C (p. 257),

RELATIVE A LA DÉTERMINATION DES ÉLÉMENTS MAGNÉTIQUES DES PRINCIPALES STATIONS DU GLOBE TERRESTRE.

Nous donnons dans cette note tous les renseignements que nous avons pu recueillir, grâce à l'empressement obligeant avec lequel ils nous ont été communiqués.

Nous avons déjà eu l'occasion de citer les observations magnétiques qui se font à Paris avec une précision remarquable sous la direction de M. Liais. En 1855, MM. Goujon et Liais ont déterminé l'influence locale pour les différentes salles de l'Observatoire où se font des observations magnétiques. Dans ce but, ils ont choisi quatre stations circonvoisines qui étaient Montrouge, la plaine St-Denis, Vincennes et St-Cloud, et ils ont observé dans chacune la déclinaison, l'inclinaison et l'intensité magnétique. On a pu conclure de la valeur de ces éléments celle qu'ils devaient avoir à l'Observatoire, et en comparant cette valeur avec celles réellement observées, on a déterminé les erreurs locales.

STATION.	DATE.	DÉCLINAISON.	INCLINAISON.	Intensité horiz. Valeur absolue. Unités de Gauss.
OBSERVATOIRE DE PARIS. Lat. 48° 50′ 13″. . . . . Longitude de Greenwich. 2° 20′ 24″ E.	1854	20° 1′ 55″	66° 25′ 3	»
	1855	19 57 45	66 22 5	»
	1856	19 48 23	66 19 2	1,8882

M. Plantamour, directeur de l'Observatoire de Genève, nous a communiqué les résultats des observations magnétiques les plus récentes :

STATION.	DÉCLINAISON.	DATES.	INCLINAISON.	DATES.
Genève. . . . . . Lat. 46° 11′ 59″	18° 59′,76	1846,0	64° 40′,5	1855,34
Long. au mérid. de Paris. 3° 49′ O.	17° 54′,49	1853,0	63° 59′,65	1842,32

A l'Observatoire de Greenwich, la moyenne de toutes les observations faites pendant l'année 1856 donne pour les éléments du magnétisme terrestre les valeurs suivantes :

GREENWICH.	Déclinaison. . . . 21° 42′ 52.
Lat. . . . . . . 51° 28′ 39″.	Inclinaison. . . . 68 31
Long. de Paris. 2 20 24 O.	Intensité horizontale. . . 3,822.
	Valeur absolue.
	Unités anglaises.

Les unités dont on s'est servi à Greenwich pour la mesure de l'intensité sont le pied et le grain anglais, au lieu du millimètre et du milligramme comme à Paris.

M. Quetelet, directeur de l'Observatoire de Bruxelles, publie chaque année le résultat d'un grand nombre d'observations magnétiques faites, soit à Bruxelles sous sa direction, soit par divers observateurs qui les lui communiquent. Nous extrayons de ses notices les tableaux suivants :

STATION.	DATES.	DÉCLINAISON.	INCLINAISON.
BRUXELLES.	1852	20° 18′ 2	67° 48′ 6
Latitude. . . . . 50° 51′ 11″.	1853	20 6, 0	67 47, 6
Long. de Paris. . 2 1 46 E.	1854	19 57, 7	67 45, 0
	1855	19 57, 5	67 43, 0

La moyenne des valeurs obtenues pour l'intensité de la force horizontale à Bruxelles de 1828 à 43 est 0,963 en prenant pour celle de Paris 1,000.

Eléments magnétiques pour la date 1853, 66, déterminés par M. A. Ermann.

STATIONS.	LATITUDE.	Long. à l'E. de Paris.	INCLINAISON.	DÉCLINAISON.	Intensité horiz. Valeur absol.
Berlin. . .	52° 31′ 5 5″	11° 3′ 11″	67° 29′ 72″	14° 57′ 3″	1,7900
Paris. . .	48 50 16	0	66 25 29	20 17 51	1,8503
Marseille .	43 18 10	356 58 0	61 57 47	17 35 35	2,1026
Carthagène .	37 35 42	356 40 30	57 55 74	18 53 20	2,3251
Malaga . .	36 43 15	353 14 34	58 19 16	20 11 41	2,3436
Santander	48 29 57	351 27 22	63 38 39	21 13 31	2,0493
Nantes . .	47 13 18	356 6 44	66 2 95	21 28 57	1,9360

Les unités qui mesurent les intensités sont les unités de Gauss.

Observations magnétiques dans le nord de l'Allemagne et en Hollande, par M. E. Quetelet, réduites au 1er janvier 1856.

STATIONS.	LATITUDE.	Longitude au méridien de Paris.	INCLINAISON.	Intensité horizont. rapportée à celle d'Altona.
Bruxelles.	50° 51′ 11‴	2° 51′ 46″ O.	67° 37′ 6	1,034
Cologne.	50 56 29	4 37 30 E.	67 11,9	1,049
Bonn.	50 43 45	4 45 45 E.	67 2,6	1,058
Gotha.	50 57	8 23 E.	66 48,6	1,051
Gœttingue. . . .	51 32	7 14 E.	67 9,1	1,033
Berlin.	52 31	10 41 46 E.	67 27,4	1,029
Altona.	53 32 46	7 36 30 E.	68 27,2	1,000
Amsterdam. . . .	52 22 30	2 32 54 E.	68 14,9	1,014
Rotterdam. . . .	51 55 19	2 8 59 E.	68 4,6	1,008

Une communication de M. Lamont nous donne les résultats des observations les plus récentes faites à Munich :

STATION.	DATES.	DÉCLINAISON MOYENNE.	INTENSITÉ HORIZONT. MOYENNE.
Munich.	1854	13° 19′ 45	1,9615
Lat. 48° 8′ 45″	1855	15 11 72	1,9598
Longitude de Paris :	1856	15 5 41	1,9680
9° 16′ 15″ E.	1857	14 57 86	