En general, *en una ecuacion se puede tomar por incógnita cualquiera de los datos ó literales que entran en ella,* no siendo necesario distinguir los elementos de una ecuacion en datos ó incógnitas, sino expresar simplemente la relacion que liga las cantidades que forman la ecuacion.

X. Determinar el valor de la fraccion periódica simple 0'(273).

Sea $$0'(273)=x$$

multiplicando por 1000 $$273'(273)=1000x$$

restando la primera ecuacion de la última se obtiene:

$$273=999x$$

luego $$x=\frac{273}{999}$$

XI. Determinar el valor de la fraccion periódica mixta 0'54(273).

Sea $$0'54(273)=x$$

multiplicando por 100 $$54'(273)=100x$$
multiplicando ésta por 1000 $$54273'(273)=100\,000x$$

restando de esta última ecuacion la anterior se tiene:

$$54273-54=99900x$$

luego $$x=\frac{54273-54}{99900}.$$

Este resultado es igual al que se obtiene conforme á la regla demostrada en Aritmética. (174 4° caso)

En efecto $$0'54(273)=\frac{54}{100}+\frac{273}{99900}$$

$$\frac{54}{100}+\frac{273}{99900}=\frac{54\times999+273}{99900}=\frac{54(1000-1)+273}{99900}=\frac{54000-54+273}{99900}$$

y finalmente $$0'54(273)=\frac{54273-54}{99900}$$

DISCUSION

DE LAS ECUACIONES DE PRIMER GRADO, Y OBSERVACIONES SOBRE LAS CANTIDADES NEGATIVAS Y VALORES INFINITOS, INDETERMINADOS É IMPOSIBLES.

267.—FORMAS DIVERSAS QUE PUEDEN TENER LOS VALORES DE LA INCÓGNITA.—En los problemas que hemos resuelto se habrá observado que la incógnita no ha tenido más que un valor, que éste ha sido positivo, y que sustituido en la ecuacion que nos ha servido para plantearlo se ha obtenido para el primer miembro un valor igual al del segundo; pero debiéndose considerar en Algebra las relaciones entre las cantidades de la manera más general que sea posible, es necesario tener símbolos para representar todos los resultados á que pueda conducir la resolucion de un problema, ó de una ecuacion.

El valor de una incógnita puede ser *positivo* ó *negativo; nulo* ó *infinitamente grande; determinado* ó *indeterminado; posible* ó *imposible.* Será positivo cuando su valor sea mayor que cero y negativo en el caso contrario: será nulo cuando sea igual á cero, é infinito cuando sea mayor que cualquiera magnitud: será determinado cuando no tenga más de un solo valor, é indeterminado cuando admita cualquiera; por último, será imposible cuando no haya ninguna cantidad que pueda satisfacer las condiciones del problema.

Demostraremos ante todo, *que en cualquiera ecuacion de primer grado, la incógnita no puede tener más que un solo valor.*

DEMOSTRACION.—La forma más general que puede darse á una ecuacion de primer grado, despues de quitar los denominadores, de hacer positivos ~~todos los términos~~ y de sacar la incógnita como factor comun, en cada miembro, es:

$$ax+b=cx+d$$

suponiendo que la incógnita x pudiera tener dos valores diferentes, n y n' por ejemplo, que verificaran la ecuacion, tendriamos:

$$an+b=cn+d \text{ de la que } n=\frac{d-b}{a-c}$$

y tambien

$$an'+b=cn'+d \text{ de la que } n'=\frac{d-b}{a-c}$$

y como dos cantidades iguales á una tercera no pueden ser desiguales, resulta que la incógnita en una ecuacion de primer grado no puede tener más que un solo valor, que es lo que se debia demostrar.

268.—CANTIDADES NEGATIVAS.—En general, se puede considerar que las cantidades negativas son originadas por la sustraccion de una cantidad mayor de otra menor, y como se sabe que el valor de la resta disminuye á medida que el sustraendo aumenta, tendremos que siendo por ejemplo, $4-4=0$: si aumentamos una unidad al sustraendo, la resta disminuirá una unidad y como $4-5=-1$ inferimos que el símbolo -1 debe considerarse como una cantidad, una unidad menor que cero; $4-6=-2$ será un resultado dos unidades menor que el de $4-4$, luego -2 debe considerarse como 2 unidades menor que cero. De esta consideracion, que puede ampliarse cuanto se quiera, nace el principio convencional de considerar el cero como orígen de las cantidades, siendo las positivas mayores que cero y las negativas menores que cero.

Si se concibe la escala decreciente de los números positivos y se continúa rebajando sucesivamente una unidad, se obtendrán los números negativos menores que cero como sigue:

$$5,\ 4,\ 3,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2,\ -3,\ -4,\ -5 \ldots\ldots$$

La diferencia entre el número positivo $+4$ y -2, por ejemplo, se ve que es 6 unidades, número que se obtiene cambiando el signo del sustraendo -2 y sumando 4 con 2.

De dos números negativos es menor el de mayor valor numérico. Sean dos cantidades ó números, N y n, en los que $N > n$, y demostraremos que $-N < -n$.

Tenemos que $\quad N-N=0$

y $\quad n-n=0$

luego $\quad N-N=n-n \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$

Por ser $N > n$, será N igual á n más alguna cantidad, que representaremos por d, esto es

$$N=n+d$$

Sustituyendo este valor en la ecuacion (1) se tiene:

$$n+d-N=n-n$$

suprimiendo n en los dos miembros, y trasladando á d resulta:

$$-N=-n-d$$

luego $\quad -N<-n.$

Cuando en las operaciones entran cantidades negativas, el valor del resultado no estará sujeto á los principios establecidos para las positivas. Así si se suma con 4, por ejemplo -2, la suma es menor que el sumando 4: si se resta de 4, por ejemplo -2, la resta ó diferencia 6 es mayor que el minuendo.

Aunque no se concibe fácilmente que una cantidad negativa pueda existir por sí sola, se conviene en ejecutar con ella las operaciones bajo las mismas reglas que si estuviera acompañada, y la exactitud de los resultados obtenidos en las operaciones que hasta ahora hemos hecho con los términos negativos, considerándolos aisladamente ó reunidos á otros, nos comprueba que esto no tiene ningun inconveniente. Las cantidades negativas deben considerarse como resultados de ciertos cálculos, cuyos resultados necesitamos representar por signos que los distingan de los valores positivos. Así pues, -3, por ejemplo, es el símbolo que representa el resultado de la sustraccion $6-9$, sea que estas cantidades estén aisladas ó reunidas á otras con las cuales debamos combinar el resultado -3, y si nosotros ejecutamos una operacion cualquiera con la expresion $6-9$, como una multiplicacion, una division, una elevacion á determinada potencia, etc., obtendremos el mismo resultado que si hacemos igual operacion con la cantidad negativa -3, aplicando las reglas correspondientes á los signos. La razon de esto es que siendo valores iguales -3 y $6-9$, los resultados de las operaciones que se ejecuten con una ó con otra expresion tendrán que ser iguales. Algunas aplicaciones de las cantidades negativas, se derivan de la propiedad que tienen los signos $+$ y $-$ de indicar analíticamente la oposicion de sentido en las cantidades. Por ejemplo, si en una medida se conviene en distinguir con el signo $+$, todas las medidas que se hagan subiendo, y con el signo $-$, las que se hagan bajando; el resultado final indicará lo que un punto está *más alto* ó *más bajo* que el punto de partida, segun sea su signo. Si un comerciante anota con el signo $+$ lo que vende, y con el signo $-$ lo que compra, el signo del resultado final le indicará cuánto tiene de más ó de ménos que al comenzar sus operaciones mercantiles. Así, lo repetimos, los signos $+$ ó $-$ indican la oposicion de sentido de que son susceptibles ciertas cantidades, como caminar al Norte ó al Sur; pagar ó recibir; ganar ó perder; adelantar ó retroceder; aumentar ó disminuir, etc. En los casos en que por la naturaleza de los problemas pueden admitirse resultados positivos y negativos, no se debe modificar su enunciado aunque el valor de la incógnita resulte negativo, y puede tomarse como contestacion directa del problema tal como se ha propuesto.

El empleo de las cantidades negativas, constituye una de las notables diferencias entre el Algebra y la Aritmética, y sometiendo esa clase de cantidades á las reglas del cálculo, se obtiene un poderoso medio para *generalizar*, que como hemos visto, es uno de los principales fines que nos proponemos en Algebra al tratar las cuestiones del resorte de esta ciencia.

Si se tiene el problema siguiente: *encontrar un número que sumado con la cantidad* a *dé por resultado* s.

Llamando x el número buscado tendremos la siguiente ecuacion:

$$a+x=s$$

Resolviéndola $\quad x=s-a$

Hagamos algunas aplicaciones de esta fórmula dando valores á las cantidades conocidas. Si $s=35$ y $a=23$ se tendrá

$$x=35-23=12$$

cuyo resultado contesta directamente el problema.

Si hacemos $s=20$ y $a=38$ se tendrá

$$x=20-38=20-(20+18)=20-20-18$$
$$x=-18$$

Este resultado negativo ha provenido de restar una cantidad 38 de otra menor 20, operacion que materialmente no puede practicarse, y como toda fórmula no puede ofrecer una idea racional á ménos que indique operaciones ó cálculos numéricos cuya ejecucion sea posible, tenemos que interpretar convenientemente el resultado obtenido.

Si considerando los datos que nos han conducido á este resultado negativo -18, nos remontamos al problema primitivo, se verá que es imposible encontrar un número que sumado con 38 pueda dar 20 por suma. Con estos datos el problema es absurdo y el resultado negativo nos lo indica. Sin embargo, si en la ecuacion que sirve para traducir el problema $38+x=20$ sustituimos por x el valor obtenido -18, se tendrá $38-18=20$, ecuacion exacta; luego el valor obtenido tomado con su signo verifica la ecuacion del problema, y además la ecuacion........ $38-18=20$ nos indica que las condiciones deben variarse, así: ¿cuál es el número que *restado* de 38 da 20 por *diferencia?* Estas condiciones son análogas á las del problema primitivo; pero á fin de obtener el mismo resultado 20 ha sido necesario modificar el período de la cuestion en el que entraba la incógnita.

Vamos á resolver el siguiente problema: Siendo 18 años la edad de una persona y 36 la de su padre, se pregunta ¿dentro de cuántos años la edad del hijo será $\frac{4}{6}$ de la de su padre?

Llamando x el número de años que deben pasar para que la edad del hijo sea los $\frac{4}{6}$ de la del padre, tendremos la siguiente ecuacion:

$$18+x=\tfrac{4}{6}(36+x)$$

Resolviéndola $\quad 18\times6+6x=4\times36+4x,\ 2x=144-108$

$$x=\tfrac{36}{2}=18$$

En efecto, dentro de 18 años, el padre tendrá $36+18=54$ años, el hijo tendrá $18+18=36$; y siendo 9 la sexta parte de 54 se ve que.... $36=4\times9$. Este valor *positivo* de la incógnita ha contestado directamente el enunciado del problema.

Sea ahora por resolver el siguiente problema: *Siendo* 18 *años la edad de una persona, y* 36 *la de su padre, se quiere saber ¿dentro de cuántos años el hijo tendrá $\frac{1}{3}$ de la edad de su padre?*

El problema planteado da $18+x=\frac{1}{3}(36+x)$

Resolviéndo $\quad 18\times3+3x=36+x,\ 2x=36-54$

$$x=\frac{-18}{2}=-9$$

Cuando la cuestion por su naturaleza no admite valores negativos, este resultado nos indica que el problema tal como se ha propuesto es absurdo, y en efecto, bastará reflexionar que teniendo el hijo actualmente la mitad de la edad de su padre $\left(\frac{18}{36}=\frac{1}{2}\right)$ y siendo un tercio de 36 menor que 18, es imposible que dentro de algunos años el hijo pueda llegar á tener una fraccion de la edad de su padre inferior á la que ahora tiene; pero sustituyendo este valor -9 en lugar de $+x$ en la ecuacion en que se ha planteado el problema, tendremos el medio de modificar convenientemente el enunciado de la cuestion para hacerla posible. La ecuacion primitiva era $18+x=\frac{1}{3}(36+x)$; poniendo por x su valor se tiene: $18-9=\frac{1}{3}(36-9)$, ecuacion verdadera, y la cual es traduccion del siguiente problema: *siendo la edad de una persona* 18 *años y la de su padre* 36, *se quiere saber ¿cuántos años hace que la edad del hijo fué $\frac{1}{3}$ de la de su padre?*

El resultado negativo nos indica que en lugar de tener que trascurrir algunos años para que se satisfagan las condiciones del problema, debe buscarse cuántos son los años que han pasado despues que dichas condiciones se verificaron.

El exámen de estos problemas y el de todos los que conducen á resultados negativos, sirve de fundamento á los siguientes principios:

1° *Todo valor positivo de la incógnita resuelve ó contesta directamente el problema tal como ha sido propuesto.*

2° *Un valor negativo encontrado para la incógnita, en el caso de que la cuestion no admita esta clase de valores, no contesta sino indirectamente al problema; pero sustituido el valor de la incógnita con su signo en la ecuacion la verifica, y puede servir para modificar convenientemente las condiciones del problema. El valor absoluto de la incógnita tomado positivamente será la solucion del problema modificado.*

269.—Discusion de la ecuacion de primer grado con una incógnita.—*Se llama discutir una ecuacion, examinar metódicamente la variacion que produce en el resultado final, ó en la ecuacion primitiva un cambio en el valor de las cantidades que la forman.*

El exámen de las alteraciones que origina el atribuir á los datos de un problema valores particulares, es de la mayor importancia; pero para obtener todas las ventajas de este método, es preciso considerar un problema en toda su generalidad, prescindiendo de los valores numéricos y representando las cantidades con letras. Podriamos discutir la ecuacion general de primer grado $ax+b=cx+d$ considerándola en abstracto; pero para facilitar la inteligencia de nuestras explicaciones, consideraremos en general el problema resuelto en el párrafo anterior, que da lugar á una ecuacion de la misma forma despues de quitar los denominadores y ejecutar las multiplicaciones en la ecuacion que sirve para plantearlo.

Siendo 18 años la edad de una persona y 36 la de su padre ¿dentro de cuántos años la edad del hijo será $\frac{4}{8}$ de la del padre? Llamando h la edad del hijo, p la del padre, $\frac{n}{m}$ la relacion entre las edades y x el número de años que han de pasar, tendremos:

$$h+x=\frac{n}{m}(p+x)$$

quitando el denominador $mh+mx=np+nx$

resolviéndola $$x=\frac{np-mh}{m-n}\ldots.(1)$$

Las formas de los resultados de una ecuacion, son seis: positivo, negativo, nulo, infinito, indeterminado é imposible.

1° El valor de *x puede ser positivo,* y para esto es necesario que tanto el numerador como el denominador sean positivos, ó que ambos sean negativos, esto es, se debe tener juntamente $np>mh$, y $m>n$, ó bien $np<mh$, y $m<n$; cuando estas dos últimas condiciones estén satisfechas, tendremos que el cociente de una cantidad negativa por otra negativa será positivo. Para comprobar los resultados, basta hacer $h=18$, $p=36$, $n=4$ y $m=6$ y se tiene $x=\frac{np-mh}{m-n}=18$

ó bien $h=20$, $p=10$, $n=5$ y $m=4$, y se tiene $x=\frac{np-mh}{m-n}=30$

Cuando el valor de la incógnita es positivo contesta directamente el problema tal como ha sido planteado.

2° El valor de *x puede ser negativo,* y para esto es necesario que el numerador y que el denominador tengan signos contrarios. Esto es, se debe tener

$np<mh$, y $m>n$, haremos $n=1$, $m=3$, $h=18$ y $p=36$
ó bien $np>mh$, y $m<n$, haremos $n=3$, $m=2$, $h=36$ y $p=30$.

Cuando el valor de la incógnita es negativo, y la cuestion no admite esta clase de valores, no contesta sino indirectamente el problema.

3° El valor de *x puede ser igual á cero,* y para esto es necesario que el numerador de su valor sea cero, supuesto que cero dividido por cualquiera cantidad da cero por cociente. El valor general $x=\frac{np-mh}{m-n}$ se trasformará en

$$x=\frac{0}{m-n}$$

y para esto es preciso que se tenga

$$np=mh$$

de cuya ecuacion resulta $\frac{n}{m}=\frac{h}{p}$

En consecuencia, si en nuestro problema damos valores que satisfagan esta última condicion, obtendremos 0 para el valor de x. Si teniendo el hijo 18 años y el padre 36, queremos saber dentro de cuántos años el hijo tendrá $\frac{4}{8}$ de la edad del padre, tendremos:

$$x=\frac{np-mh}{m-n}=\frac{4\times36-8\times18}{8-4}=\frac{0}{4}=0$$

En efecto, teniendo el hijo la edad de 18 años$=\frac{4}{8}$ de 36, es claro que no necesita pasar ningun tiempo para que se satisfagan las condiciones del problema.

4° El valor de *x puede ser infinitamente grande,* cuyo resultado se nos revelará cuando el denominador del quebrado que representa el valor de x sea cero. En efecto, si tenemos la expresion $x=\frac{a}{0}$, como mientras menor sea el divisor siendo uno mismo el dividendo, tanto mayor será el cociente, resulta que cuando el divisor ha llegado á ser menor que cualquiera cantidad dada, el cociente habrá tomado un valor mayor que otro cualquiera, y esto es lo que denominamos por infinito, representándolo por el signo $\frac{a}{0}=\infty$

Para que el valor de $x=\frac{np-mh}{m-n}$ sea infinito, es necesario que el denominador $m-n=0$, esto es, que $m=n$. Si se introduce esta condicion en el problema, éste se cambia en saber ¿de aquí á cuántos años llegará á tener la misma edad una persona que su padre, teniendo éste 36 años y 18 el hijo? El resultado de $x=\infty$ nos indica un absurdo en el enunciado del problema cuando la incógnita no admite un valor de esta especie. En el presente caso, el resultado obtenido indica que despues de una infinidad de años, la diferencia entre las edades será despreciable ante la magnitud de esas edades.

5° El valor de x *puede ser indeterminado*, esto es, puede suceder que las condiciones exigidas por el problema estén satisfechas con cualquier valor que se dé á la incógnita. Para esto es necesario que el valor de x tenga la forma de $\frac{0}{0}$. En efecto, si se tiene $x=\frac{0}{0}$ se deduce $x\times 0=0$, y como cualquiera cantidad multiplicada por 0, da 0 por producto, se infiere que x podrá tener cualquier valor.

Para este caso es preciso tener en el valor de $x=\frac{np-mh}{m-n}$

$$m=n; \text{ y } np=mh, \text{ para reducirlo á } x=\tfrac{0}{0}$$

y siendo $m=n$ para que $np=mh$ es preciso que $p=h$

Introducidas estas condiciones en nuestro problema, se convierte en este: ¿dentro de cuántos años tendrán la misma edad dos personas que ahora tienen 18 años? Y es claro que la tendrán dentro de 1, de 2, de 3 y de cualquier número de años, resultado indicado por el símbolo de indeterminacion $x=\frac{0}{0}$.

Sin embargo, hay veces en las que el símbolo $x=\frac{0}{0}$ indica la presencia de un factor comun al numerador y al denominador, cuyo factor se ha hecho nulo en virtud de un valor atribuido á alguna de las cantidades que entran en los términos del quebrado que representa el valor de x. Si se tiene como valor de la incógnita en un problema:

$$x=\frac{3\,(a^2-b^2)}{4\,(a-b)}$$

y se supone $a=b$, se tendrá $x=\frac{0}{0}$ cuyo resultado podria hacer creer que el problema es indeterminado; pero si se observa que tanto el numerador como el denominador tienen el factor $a-b$, que se vuelve 0 á consecuencia de la condicion de que $a=b$, y se tiene cuidado de suprimir este factor ántes de introducir en la expresion la condicion $a=b$, se tendrá:

$$x=\frac{3\,(a^2-b^2)}{4\,(a-b)}=\frac{3\,(a-b)\,(a+b)}{4\,(a-b)}=\frac{3\,(a+b)}{4}$$

haciendo ahora $a=b$, se tiene $x=\frac{6a}{4}$, verdadero valor de la incógnita en este caso.

Así, pues, el símbolo $\frac{0}{0}$ indica algunas veces la existencia de un factor comun á los dos términos de la fraccion del valor de la incógnita, cuyo factor se hace nulo en virtud de determinadas condiciones; por lo cual, ántes de decidir si el problema es indeterminado, es forzoso asegurarse de que no existe ningun factor comun que pueda hacerse nulo.

6°. Por último, puede suceder que se tenga un resultado absurdo por sí mismo, como $3a=5a$, ó contradictorio con las condiciones del problema, como cuando resulta el valor de la incógnita fraccionario, no pudiendo ser sino entero. En este caso la resolucion del problema es imposible.

Si por ejemplo se busca un número cuya mitad, más su tercera parte, sea igual al duplo del mismo número. La cuestion quedará planteada en la siguiente ecuacion:

$$\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=2x$$

quitando los denominadores y reduciendo se tiene $3x+2x=12x$, lo cual es absurdo, pues sería necesario tener $5=12$.

Si preguntamos cuál es el número de animales que hay en un establo y resulta, por ejemplo, 7 y $\frac{2}{3}$, este será un resultado inadmisible y el problema imposible.

En cualquier caso es preciso comenzar por asegurarse de que no se ha cometido ningun error al plantear ó al resolver el problema; en seguida se examinará si la cuestion propuesta puede admitir un valor de la forma obtenida.

De las observaciones que anteceden resulta:

1°.—*Que toda ecuacion de primer grado con una incógnita, no admite más que una sola resolucion.*

2°.—*Todo valor positivo de la incógnita resuelve ó contesta directamente el problema tal como ha sido propuesto.*

3°.—*Un valor negativo encontrado para la incógnita, en el caso de* *que la cuestion no admita esta clase de valores, no contesta sino indirectamente al problema; pero sustituido el valor de la incógnita con su signo en la ecuacion la verifica, y puede servir para modificar convenientemente las condiciones del problema.*

4°.—*Toda expresion de la forma* $\frac{0}{a}$ *encontrada para la incógnita indica un valor nulo, y todo valor de la forma* $\frac{a}{0}$ *expresa un valor infinito.*

5°.—*El símbolo* $\frac{0}{0}$ *indica una indeterminacion, ó la existencia de un factor comun á los dos términos del quebrado, valor de la incógnita, que se ha hecho nulo.*

6°.—*Todo valor inadmisible por sí mismo ó incompatible con las condiciones del problema, indica que éste es imposible.*

270.—PROBLEMAS.—Para ejercicio de los alumnos pondremos los siguientes que se prestan á ser discutidos:

I.—Tejiendo un trabajador a metros de tela al dia, y otro b metros en el mismo tiempo, se pregunta: ¿dentro de cuántos dias tendrán tejidos igual número de metros? en el concepto de que el primero tiene ya tejidos c metros y el segundo $c+m$.

Llamando x el número de dias, el problema se plantea por medio de la ecuacion

$$c+ax=c+m+bx,$$

de la que resulta

$$x=\frac{m}{a-b}$$

II.—Dos correos parten de dos ciudades, distantes una de la otra a leguas, al mismo tiempo y en igual direccion. El primer correo anda m leguas por hora, y el segundo n leguas por hora. Se pregunta: ¿á qué distancia de la ciudad más lejana se encontrarán los dos correos?

Llamando x esta distancia, el primer correo tendrá que andar x leguas, y como recorre m leguas por hora, las andará en $\frac{x}{m}$ horas.

El segundo correo tendrá que andar $x-a$ leguas, y como recorre n leguas por hora, empleará $\frac{x-a}{n}$ horas para andarlas, y como el tiempo empleado por los dos correos debe ser el mismo, la cuestion quedará planteada en la ecuacion:

$$\frac{x}{m}=\frac{x-a}{n}$$

de la que

$$x=\frac{ma}{m-n}$$

ECUACIONES DETERMINADAS DE PRIMER GRADO CON VARIAS INCOGNITAS.

271.—ELIMINACION.—Sucede á menudo en las cuestiones de Algebra que las cantidades desconocidas son más de una, y entónces pueden ocurrir dos casos: haber igual número de ecuaciones que de incógnitas, ó tener mayor número de incógnitas que de ecuaciones. Cuando se tienen tantas ecuaciones como incógnitas, se dice que el problema es *determinado*, porque empleando los procedimientos que vamos á explicar, cada incógnita no tiene más que un solo valor. Al contrario, cuando se tiene menor número de ecuaciones que incógnitas, el problema es *indeterminado*, esto es, las incógnitas podrán tener varios ó una infinidad de valores. En efecto, en el último caso, dando valores arbitrarios á todas las incógnitas ménos á una, la resolucion de la ecuacion que contiene á esta incógnita, da para ella un valor correspondiente á los valores arbitrarios dados á las otras incógnitas; y se concibe que pudiendo variar al infinito los valores arbitrarios, se tendrá así una infinidad de resoluciones para cada incógnita. Este número infinito de resoluciones se limita por alguna condicion, como que los números sean enteros, positivos, ó menores que una cantidad dada, etc.

Se llama *sistema de ecuaciones el conjunto de las que se parte para determinar las incógnitas.* Así un sistema de ecuaciones para ser determinado, debe constar de tantas ecuaciones como incógnitas, y todo sistema de ecuaciones es el resultado de plantear un problema.

Se llama eliminar una incógnita, hacerla desaparecer del sistema de ecuaciones.

Si de un sistema de ecuaciones con varias incógnitas se va eliminando sucesivamente cada una de ellas, se llega á obtener una sola ecuacion con una incógnita, en la cual, conforme á las reglas dadas, es fácil determinar su valor expresado en cantidades conocidas.

Tenemos tres métodos de eliminacion: 1° por *igualacion*, 2° por *sustitucion* y 3° por *reduccion*, llamado tambien por *adicion y sustraccion.* Vamos á explicar en qué consiste cada uno de ellos.

272.—MÉTODO DE IGUALACION Ó DE COMPARACION.—*Se sacará de cada ecuacion el valor de una misma incógnita como si las demás fuesen conocidas; y en seguida se igualarán estos valores de dos en dos formando tantas ecuaciones como incógnitas quedan, esto es, el sistema primitivo de ecuaciones y de incógnitas se habrá reducido á una ecuacion y á una incógnita ménos: despejando del 2° sistema de ecuaciones*