

LOGARITMOS.

324.—TEORÍA DE LOS LOGARITMOS.—Si tomamos una cantidad *constante*, como 10, base de nuestro sistema de numeracion, y la elevamos á diversas potencias, obtendremos:

$$\begin{aligned} 1 &= 10^0 \\ 10 &= 10^1 \\ 100 &= 10^2 \\ 1000 &= 10^3 \end{aligned}$$

y en este caso los diferentes exponentes de la cantidad fija 10 son los *logaritmos* de los números que respectivamente se han producido. En nuestro ejemplo 0 es el logaritmo del número 1, 1 es el logaritmo de 10, 2 es el logaritmo de 100 y 3 es el logaritmo de 1000.

Generalizando estos principios consideraremos la ecuacion

$$y = a^x \dots \dots \dots (1)$$

en la que y representa un número cuyo valor depende del que se dé al exponente variable x ; siendo a una cantidad *constante*, que se llama *base* y que satisface las condiciones de ser positiva y diferente de la unidad; y vamos á demostrar que dando á x valores convenientes en la ecuacion $y=a^x$ se pueden obtener para y todos los valores numéricos positivos que se quiera.

1° Si se concibe que sea $a > 1$, haciendo en la ecuacion $y=a^x$ primero $x=0$, y en seguida $x=1$, $x=2$, etc.

para $x=0, 1, 2, 3 \dots$ logaritmos positivos
se tendrá: $y=1, a, a^2, a^3 \dots$ números mayores que 1

esto es, se obtendrán números mayores que la unidad sucesivamente crecientes hasta el infinito á medida que se aumenten los valores del exponente x ; pudiendo tambien obtenerse los números comprendidos entre 1 y a , dando á x valores intermedios entre 0 y 1; los números comprendidos entre a y a^2 dando á x valores intermedios entre 1 y 2, y los números comprendidos entre a^2 y a^3 dando á x valores intermedios entre 2 y 3. Si se dan á x valores negativos, se convertirá la ecuacion (1) en

$$y = a^{-x}, \quad y = \frac{1}{a^x}$$

para $x=0, -1, -2, -3 \dots$ logaritmos negativos

se obtendrá: $y=1, \frac{1}{a}, \frac{1}{a^2}, \frac{1}{a^3} \dots$ números menores que 1

esto es, dando á x valores negativos se obtendrán para y valores menores que 1 sucesivamente decrecientes hasta llegar á ser 0, cuando $x=-\infty$. Si se dan valores negativos á x intermedios entre 0, $-1, -2$, etc., se obtendrán los números comprendidos entre 1, $\frac{1}{a}$, y $\frac{1}{a^2}$ etc.

2° Si se supone $a < 1$, la base será un quebrado y se tendrá $a = \frac{1}{b}$, siendo $b > 1$. En este caso, la ecuacion general (1) se cambia en

$$y = \frac{1}{b^x}$$

y para $x=0, =1, =2$, etc. logaritmos positivos

se tendrá $y=1, =\frac{1}{b}, =\frac{1}{b^2}$, etc., números menores que 1,

esto es, á medida que se aumenten los valores de x se obtendrán números sucesivamente decrecientes, hasta tener $y=0$ cuando $x=\infty$; y dando á x valores intermedios convenientes, podrán obtenerse para y todos los números comprendidos entre 1 y 0. Si al contrario, damos á x valores negativos en la ecuacion $\frac{1}{b^x}$, considerando que $\frac{1}{b^{-x}} = b^x$

para $x=0, =-1, =-2$, etc., logaritmos negativos
se tendrá: $y=1, =b, =b^2$, etc., números mayores que 1,

esto es, se obtendrán valores mayores que la unidad sucesivamente crecientes á medida que aumenta el valor numérico de $-x$, pudiendo obtenerse todos los valores intermedios entre 1 y b , entre b y b^2 , etc., dando á x valores intermedios entre 0 y -1 , entre -1 y -2 , etc.

3° Si se supone $a=1$, cualquiera que sea el valor de x en la ecuacion $y=a^x$ se obtiene $y=1$, y por esta razon la base a de los logaritmos debe ser diferente de la unidad. Otro tanto sucederia si la base fuese cero. Por último, es conveniente que la base sea *positiva*, porque como hemos visto que las potencias pares de una cantidad negativa son números positivos, y las impares son negativos, la adopcion de una base

negativa haria complicado el uso de los logaritmos con los cuales se representan todos los números por las potencias á que es necesario elevar la base.

Así, pues, con tal de que a no sea cero ni la unidad, *habrá siempre en la ecuacion $y=a^x$, un valor de x que hará a^x igual á un número dado y .*

El uso continuo y las útiles propiedades de la ecuacion $y=a^x$, ha hecho dar un nombre especial á cada una de las cantidades que la forman; llamándose al exponente x , *logaritmo del número y , y la cantidad arbitraria pero invariable a , base.*

Lo que antecede, hará comprender la siguiente:

DEFINICION. *Logaritmos son los números que indican las diversas potencias á que se ha de elevar una cantidad constante para producir números dados.*

Si se supone una tabla en la que consten unos debajo de otros todos los números naturales 1, 2, 3, 4, etc., y al lado los números que indican las diferentes potencias á que se ha de elevar la base escogida ($a=10$, por ejemplo), para producir los números dados 1, 2, 3, 4, etc., se tendrá una idea de las tablas de logaritmos comunes.

Cuando se escribe $x=Log y$ para indicar que x es el logaritmo del número y , la base a está sobreentendida, porque una vez escogida tiene que permanecer invariable; pero si se cambia, se debe indicar la nueva base, que constituye otro sistema de logaritmos.

Fijada la base de un sistema de logaritmos cada número no tiene más que un logaritmo, porque solamente elevada la base á determinada potencia producirá el número dado. Por ejemplo, adoptada la base 10, siendo el número $1000=10^3$, 3 será el único logaritmo de 1000 en el sistema cuya base es 10. Al contrario, cambiando las bases, un mismo número puede tener diversos logaritmos, así como un mismo logaritmo puede corresponder á varios números; pero, lo repetimos, en *diversos sistemas.*

De todo lo que dejamos expuesto pueden deducirse las siguientes consecuencias:

1ª *La base de los logaritmos no puede ser cero ni la unidad y es conveniente que no sea negativa.*

2ª *En todos los sistemas de logaritmos el de la unidad es cero, (256) y el de la base es 1.*

3ª *Cuando la base a es mayor que 1, los logaritmos de los números mayores que la unidad, son positivos, y los de las fracciones son negativos. Cuando $a < 1$, tiene lugar lo contrario.*

4ª *Los números negativos no tienen logaritmos reales, supuesto que*

pasando x por toda la serie de valores posibles desde $-\infty$ hasta $+\infty$ no se encuentra para y sino números positivos desde 0 hasta $+\infty$. Mas adelante (337—IV) explicaremos el artificio que se emplea para ejecutar por logaritmos operaciones con cantidades negativas.

5ª *Fijado el valor de la base se constituirá un sistema de logaritmos en el que cada número no tiene más que un logaritmo, y cada logaritmo no corresponde más que á un solo número.*

6ª La formacion de una tabla de logaritmos consiste en determinar los valores de x que en la ecuacion $y=a^x$ dan $y=1, =2, =3, =4$, etc.

TEOR.— *Los logaritmos son números puestos en progresion aritmética, correspondientes término á término á otros números puestos en progresion geométrica, de modo que el término que es cero en la progresion aritmética corresponde al que es la unidad en la progresion geométrica.*

Si en la ecuacion general $y=a^x$ damos á x los valores 0, 1, 2, 3, etc., puestos en progresion aritmética, y calculamos los valores correspondientes de y , tendremos, 1, a^1, a^2, a^3 , etc., y si $a'=n$,

para $x=0 . 1 . 2 . 3$ logaritmos
resultará $y=1 : n : n^2 : n^3$ números

cuyos resultados demuestran la verdad del teorema.

Si 10 es la base del sistema, la ecuacion fundamental

$$y=a^x$$

se trasforma en

$$y=10^x$$

y las series correspondientes de los logaritmos y de los números en este caso serán:

para $x=-3 . -2 . -1 . 0 . 1 . 2 . 3$ logaritmos
 $y=\frac{1}{1000} : \frac{1}{100} : \frac{1}{10} : 1 : 10 : 100 : 1000$ números

325.—PROPIEDADES Y USO DE LOS LOGARITMOS EN LOS CÁLCULOS.— Vamos á demostrar los siguientes principios:

1º *El logaritmo del producto, es igual á la suma de los logaritmos de sus factores.*

Sean dos números y é y' cuyos logaritmos son respectivamente x y x' ; y llamando a la base del sistema tendremos:

$$y=a^x \quad \text{lo que significa que (324)} \quad x=\log. y$$

$$y'=a^{x'} \quad \text{lo que significa que} \quad x'=\log. y'$$

multiplicando ordenadamente los números y , y' y sus valores se tiene:

$$y y' = a^{x+x'}$$

y fundándonos en que el logaritmo de un número es el exponente de la potencia á que se ha de elevar la base a para producir el número dado, tendremos que

$$\log. y y' = x + x'$$

sustituyendo por x y x' sus valores, resulta que

$$\log. y y' = \log. y + \log. y'$$

que es lo que se debía demostrar.

2° *El logaritmo del cociente de dos cantidades, es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.*

Sea $y = a^x$ lo que significa que (324) $x = \log. y$
 $y' = a^{x'}$ lo que significa que $x' = \log. y'$

dividiendo ordenadamente los números y sus valores, se tiene:

$$\frac{y}{y'} = a^{x-x'}$$

y fundándonos en que logaritmo de un número es el exponente de la potencia á que se ha de elevar la base a para producir el número dado, tendremos que

$$\log. \frac{y}{y'} = x - x'$$

sustituyendo por x y x' sus valores, resulta que

$$\log. \frac{y}{y'} = \log. y - \log. y'$$

que es lo que se debía demostrar.

3° *El logaritmo de una cantidad elevada á una potencia, es igual al logaritmo de la cantidad multiplicado por el exponente de la potencia.*

Sea $y = a^x$ lo que significa que (324) $x = \log. y$

Elevando á la n^{ma} potencia $y^n = a^{n \cdot x}$

y fundándonos en que logaritmo de un número es el exponente de la potencia á que se ha de elevar la base a para producir el número dado, tendremos que

$$\log. y^n = n \cdot x$$

sustituyendo por x su valor, resulta que

$$\log. y^n = n \times \log. y$$

que es lo que se debía demostrar.

4° *El logaritmo de la raíz de una cantidad, es igual al logaritmo de la cantidad dividido por el índice del radical.*

Sea $y = a^x$ lo que significa que (324) $x = \log. y$

extrayendo la raíz m al número y , y á su valor a^x se tiene:

$$\sqrt[m]{y} = a^{\frac{x}{m}}$$

y fundándonos en que logaritmo de un número es el exponente de la potencia á que se ha de elevar la base a para producir el número dado, tendremos que

$$\log. \sqrt[m]{y} = \frac{x}{m}$$

sustituyendo por x su valor, resulta que

$$\log. \sqrt[m]{y} = \frac{\log. y}{m}$$

que es lo que se debía demostrar.

5° *Todo logaritmo negativo corresponde á un quebrado cuyo numerador es la unidad y su denominador el número al cual corresponde el logaritmo tomado como positivo.*

Si representando a la base se tiene $y = a^{-x}$
 por la definición de logaritmo tendremos $-x = \log. y \dots \dots (1)$

pero siendo $y = a^{-x}$, tendremos (299) $y = \frac{1}{a^x}$

sustituyendo en la ecuacion (1) $-x = \log. \frac{1}{a^x}$

luego $-x$ es el logaritmo de un quebrado cuyo numerador es la unidad y su denominador el número a^x á que corresponde el logaritmo x tomado como positivo.

6° Las propiedades de los logaritmos nos sirven para poder determinar el valor de una cantidad que entra como exponente en una expresión, por lo cual se llaman *ecuaciones exponenciales*.

Así para resolver la ecuacion $c=d^x$ en la que x es incógnita, basta tomar los logaritmos de los dos miembros de la ecuacion, y segun acabamos de demostrarlo (3°) se tiene

$$\log. c = x \log. d$$

de donde

$$x = \frac{\log. c}{\log. d}$$

por los medios empleados para resolver las ecuaciones nos habria sido imposible obtener el valor desconocido de un exponente.

326.—FORMACION DE LAS TABLAS DE LOGARITMOS.—Vamos á dar una idea de la manera como se puede formar una tabla de logaritmos, que segun lo hemos dicho ya, se compone de todos los números enteros constando al lado de cada uno su logaritmo; esto es, la potencia á que es preciso elevar la base escogida para producir el número propuesto. Por ser 10 la base del sistema de numeracion, hay ventajas en tomar este número igualmente por base de los logaritmos, pues así, como veremos adelante, poniendo en armonía el sistema de logaritmos con el de numeracion, puede determinarse más fácilmente la parte entera y aun la decimal de los logaritmos. Adoptando el número 10 por base, las series de los logaritmos y de los números serán:

logaritmos	÷ 0 . 1 . 2 . 3 . 4
números	÷ 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000

De esto resulta que 0 es el logaritmo de 1, que 1 es el logaritmo de 10, que 2 lo es de 100, etc. Además, que los números comprendidos entre 1 y 10 tendrán por logaritmo una fraccion decimal mayor que 0 y menor que 1: que los números desde 11 hasta 99 tendrán por logaritmos números sucesivamente mayores que 1 pero menores que 2, etc.

Ahora bien, si en una progresion, sea aritmética ó geométrica, por ejemplo

$$\begin{aligned} &\div 0 . 3 . 6 . 9 . 12 . 15 . 18 . 21 . 24 . 27 \\ &\div\div 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64 : 128 : 256 : 512 \end{aligned}$$

se suprime un término alternativamente entre cada dos consecutivos, las nuevas series

$$\begin{aligned} &\div 0 . 6 . 12 . 18 . 24 \\ &\div\div 1 : 4 : 16 : 64 : 256 \end{aligned}$$

estarán en progresion porque no se ha hecho más que duplicar la razon en la primera y elevarla al cuadrado en la segunda.

Si se suprimen dos términos alternativamente entre cada tres consecutivos, las nuevas series

$$\begin{aligned} &\div 0 . 9 . 18 . 27 \\ &\div\div 1 : 8 : 64 : 512 \end{aligned}$$

estarán en progresion, porque la razon aritmética se ha triplicado y la geométrica se ha elevado al cubo. Luego recíprocamente podemos considerar que las progresiones

$$\begin{aligned} &\div 0 . 1 . 2 . 3 . 4 \\ &\div\div 1 : 10 : 100 : 1000 : 10000 \end{aligned}$$

son parte de otras dos cuyos términos eran mucho más próximos, y de las cuales se han suprimido los términos intermedios.

Estos principios nos dan ya el medio de concebir un modo de formacion de las tablas. Si suponemos que entre 1 y 10 se hayan interpolado un gran número de medios geométricos, como la serie se eleva de 1 á 10 por pequeñísimos grados, sucederá que entre esa multitud de medios geométricos se encontrarán los números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9 con la aproximacion que se quiera. Si en seguida se interpolan entre 0 y 1 igual número de medios aritméticos, aquellos que ocupen en la progresion aritmética el mismo orden que los números 2, 3, 4 8 y 9 ocupan en la geométrica, serán sus logaritmos. Operaciones y racionios análogos harán comprender la formacion de los logaritmos de los números entre 10 y 100, entre 100 y 1000, etc.

La aproximacion de los logaritmos comunmente se limita á la de siete cifras decimales.

Para interpolar un gran número de medios geométricos es preciso extraer la raíz de un grado elevado, pero para evitar este inconveniente se procede interpolando solamente un medio geométrico y extrayendo sucesivamente varias raíces cuadradas.

Por ejemplo, si se quiere buscar el logaritmo del número 2, comenzaremos por interpolar un medio geométrico entre 1 y 10 cuyos logaritmos son 0 y 1. El medio geométrico es, 3.162 2777 cuyo logaritmo será 0.500 0000, medio aritmético entre 0 y 1; luego buscaremos un medio geométrico entre 1 y el número encontrado 3.162 2777 cuyo resultado es 1.778 2794; y tomando un medio aritmético entre 0 y el logaritmo encontrado 0.500 0000 hallaremos 0.250 0000 como logaritmo del número 1.778 2794, así se continuará la operacion como lo indicamos en seguida.

	Medios geométricos.	Logaritmos.		Medios geométricos.	Logaritmos.
1 ^a operacion.	1'000 0000	0'000 0000	4 ^a	1'778 2794	0'250 0000
	10'000 0000	1'000 0000		2'371 3737	0'375 0000
	3'162 2777	0'500 0000		2'053 5249	0'312 5000
2 ^a	1'000 0000	0'000 0000	5 ^a	1'778 2794	0'250 0000
	3'162 2777	0'500 0000		2'053 5249	0'312 5000
	1'778 2794	0'250 0000		1'910 9529	0'281 2500
3 ^a	1'778 2794	0'250 0000	6 ^a	1'910 9529	0'281 2500
	3'162 2777	0'500 0000		2'053 5249	0'312 5000
	2'371 3737	0'375 0000		1'980 9566	0'296 8750

Continuando el mismo procedimiento, en la 24^a operacion se encuentra:

	Números.	Logaritmos.
	1'999 9998.....	0'301 0299
	2'000 0004.....	0'301 0301
Término medio.....	2'000 0000.....	0'301 0300

Luego el logaritmo del número 2 es 0'301 0300.

Este método dilatado y penoso solo tendria que emplearse con los números primos, pues conocido por ejemplo, el logaritmo de 2, bastará sumarlo consigo mismo para tener el de 4; sumando el logaritmo de 4 con el de 2 se tendrá el de 8 y así sucesivamente se obtendrán todos los de los números potencias de 2. Hemos indicado este procedimiento con el solo fin de dar una idea del modo con que podría formarse una tabla de logaritmos con los conocimientos que poseemos; pues aunque se limitara á los números primos, seria bastante penoso y por esto se emplean otros métodos que más tarde se conocerán. *

* Una de las fórmulas en uso para calcular los logaritmos, es la siguiente:

$$d = 2M \left(\frac{1}{1(2z-1)} + \frac{1}{3(2z-1)^3} + \frac{1}{5(2z-1)^5} + \dots \right)$$

en la que d expresa la diferencia de los logaritmos de dos números consecutivos, esto es, $d = \log. z - \log. (z-1)$, y $M = 0'434 294 482 \dots$

Comunmente se usa esta fórmula calculando los logaritmos de los números de 10 000 en adelante, y se deducen de éstos los logaritmos de los números 10, 100..... veces menores. Por ejemplo: el logaritmo

327.—DETERMINACION DEL LOGARITMO DE UN NÚMERO EN OTRO SISTEMA.—Se pueden concebir una infinidad de sistemas de logaritmos, supuesto que puede tomarse por base un número cualquiera, pero dos son los sistemas generalmente usados: 1º, los *logaritmos vulgares*, conocidos bajo el nombre de *logaritmos de Briggs*, á causa de que este sabio publicó la primera tabla de este sistema en 1618 en Lóndres; 2º, los llamados *neperianos*, *hiperbólicos* ó *naturales*. Estos últimos son debidos al célebre geómetra escocés Juan Néper, inventor de los logaritmos, cuyo uso facilita sobre manera los cálculos, quien publicó sus tablas en 1614, dos años ántes de su muerte.

Los logaritmos neperianos han sido calculados en un sistema cuya base es el número 2'718 281 828..... y los logaritmos de Briggs tomando el número 10 por base.

Cuando se ha calculado una tabla de logaritmos en un sistema, es fácil convertirla en otra que tenga una base diferente.

Supongamos que conocidos los logaritmos neperianos ó hiperbólicos, cuya base es 2'718 281 828.... y que constan en las páginas nones de 171 á 189 de las tablas de Callet, se quieran trasformar en logaritmos de Briggs ó vulgares, cuya base es 10.

Para facilitar nuestra explicacion haremos la base de los logaritmos neperianos

$$2'718 281 828 459 \dots = e$$

y la base de los logaritmos vulgares

$$10 = a$$

Representando y un número dado, tendremos:

$$y = e^x \quad \text{siendo } x \text{ el Log. nep. de } y.$$

Como los logaritmos de cantidades iguales son iguales, tomando en el sistema cuya base es a los logaritmos de las cantidades que forman la ecuacion $y = e^x$, se tendrá:

de 10 000 es 4: haciendo $z = 10 001$ y calculando d por la fórmula anterior, se obtiene:

$$d = 0'000 043 425$$

$$\log. 10 000 = 4'000 000 000$$

$$\text{el log. de } 10 001 \text{ será } 4'000 043 425$$

Además, como permanece constante la diferencia d entre varios números seguidos, no es necesario calcularla entre todos los consecutivos, sino que basta hacerlo solamente por tramos para cada grupo de números entre los que no cambia esta diferencia. Esta fórmula da el valor que en las tablas de Callet consta en el encabezado de la columna de las diferencias.

$$\log. y = x'. \log. e.$$

esto es, $\log. \text{vulgar } y = \text{Log. nep. } y \times \log. \text{vulgar } e.$

Para otro número cualquiera y' se tendrá:

$$\log. \text{vulgar } y' = \text{Log. nep. } y' \times \text{por } \log. \text{vulgar } e.$$

Esta ecuacion expresa que *para transformar en logaritmo vulgar un logaritmo neperiano, bastará multiplicar éste por el logaritmo vulgar de la base del sistema neperiano de logaritmos.*

Este factor constante,—log. vulgar de la base e del sistema neperiano,—por el cual es necesario multiplicar el Log. neperiano para convertirlo en vulgar se llama *módulo*, y como el logaritmo vulgar de.... 2'718 281 828.... es igual á 0'434 294 482.... este último número es el módulo para pasar del sistema neperiano al de Briggs.

Supuesto que

$$\log. \text{vulgar } y = 0'434 294 482 \times \text{Log. nep. } y$$

resulta que

$$\text{Log. nep. } y = \frac{\log. \text{vulgar } y}{0'434 294 482}$$

y el módulo

$$0'434 294 482 = \frac{\log. \text{vulgar } y}{\text{Log. nep. } y}$$

En general, si representamos el logaritmo cuya base es a por $\log.$, el de otro sistema cualquiera cuya base sea e por Log. y por M el módulo; se tiene:

$$\log. y = M. \text{Log. } y$$

siendo M el log. de la base e en el sistema cuya base es a , y además

$$M = \frac{\log. y}{\text{Log. } y}$$

luego dividiendo uno por otro los logaritmos de un mismo número y en dos sistemas, el cociente será el módulo relativo á estos sistemas.

En lo de adelante indicaremos el logaritmo de un número en un sistema cualquiera por el signo *Log.*, y reservaremos el uso del signo *log.* para los logaritmos de Briggs, cuya base es 10.

PROBLEMAS.—I. Siendo 2'718 281 828 la base de los logaritmos neperianos y el Log. Hip. de $240 = 5'48063 89$, (pág. 173), se quiere determinar el log. vulgar de 240.

Sustituyendo en la fórmula:

$$\log. y = M. \text{Log. } y$$

se tiene:

$$\log. 240 = 0'434 2945 \times 5'480 6389$$

$$\log. 240 = 2'380 2112$$

II.—Se quiere calcular el logaritmo hiperbólico de 100, conociendo su logaritmo vulgar, que es 2, y sabiendo que la base de los logaritmos vulgares es 10.

$$\text{Si en la ecuacion } 100 = 10^2$$

tomamos los logaritmos hiperbólicos, tendremos:

$$\text{Log. Hip. } 100 = 2 \times \text{Log. Hip. } 10$$

$$\text{sustituyendo } \text{Log. Hip. } 100 = 2 \times 2'302 5851 = 4'605 1702.$$

III.—Conocido el logaritmo de 100, tanto en el sistema de logaritmos vulgares como en el de los hiperbólicos, calcular el módulo.

$$\text{La fórmula respectiva es } M = \frac{\log. \text{vul. } y}{\text{Log. Hip. } y} = \frac{\log. \text{vul. } 100}{\text{Log. Hip. } 100}$$

$$\text{sustituyendo } M = \frac{2}{4'605 1702} = 0'434 2945.$$

328.—CARACTERÍSTICA DE LOS LOGARITMOS.—*Se llama característica de un logaritmo á su parte entera, y se llama mantiza á la parte decimal.*

Si en la ecuacion fundamental de los logaritmos

$$y = a^x$$

en la que y representa un número cuyo valor depende del que se dé á x , a la base constante, y x el logaritmo de y , hacemos, de conformidad con el sistema de Briggs, $a=10$ y atribuimos á x valores negativos y positivos, tendremos, sustituyéndolos en la ecuacion

$$y = 10^x$$

para $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \dots \log.$

$$y = \frac{1}{1000}, \frac{1}{100}, \frac{1}{10}, 1, 10, 100, 1000 \dots \dots \text{números}$$

y expresando los quebrados en forma decimal, se tiene:

para $x = -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3 \dots \dots \log$

$$y = 0'001, 0'01, 0'1, 1, 10, 100, 1000 \dots \dots \text{números.}$$

Habiendo tomado 10 por base, se ha puesto en armonía el sistema de logaritmos con el de numeracion, y así se ha logrado que la *característica* de los logaritmos no sea necesario calcularla, pues fácilmente se de-