$$2^\circ \begin{cases} y=ax \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{funcion de } \textit{producto.} \\ y=\frac{a}{x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{funcion de } \textit{cociente.} \end{cases}$$

$$3^\circ \begin{cases} y=x^a \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{funcion de } \textit{potencia.} \\ y=\sqrt[a]{x} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{funcion de } \textit{raíz.} \end{cases}$$

$$4^\circ \begin{cases} y=a^x \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \text{funcion } \textit{exponencial.} \\ y=\text{log. } x \text{ (siendo } a \text{ la base) funcion } \textit{logarítmica.} \end{cases}$$

La dificultad que presentan algunas cuestiones para resolverse por Algebra, consiste principalmente en que no disponemos sino de un corto número de funciones simples elementales para poder formar ecuaciones que expresen las relaciones que ligan las cantidades desconocidas con las conocidas. Las ocho funciones anteriores, expresan las operaciones simples fundamentales, por medio de las cuales se engendra una cantidad desconocida de un modo peculiar y diferente en cada una de ellas.

REGLAS DE ALIGACION, INTERES Y ANUALIDADES.

342.—Casos y fórmulas de las reglas de aligacion.—Dos son los casos relativos á las cuestiones comprendidas en la regla que generalmente se llama de *aligacion:* 1°, *cuando conociéndose el número de unidades y el precio de la unidad en cada una de varias clases de un efecto, se trata de determinar el precio medio de la mezcla;* 2°, *cuando conociéndose los precios de cada clase de un efecto, se quiere determinar cuántas unidades deben tomarse de cada clase para que la mezcla pueda venderse á un precio medio fijo.*

Por ejemplo, es un problema relativo al primer caso el siguiente:

Habiéndose comprado tres partidas de maíz

una de 400 cargas á $ 4'50 carga
otra de 600 ,, á 5 ,, ,,
y otra de 700 ,, á 4'25 ,,

se quiere determinar el precio medio de cada carga de la mezcla total.

Es un problema relativo al segundo caso el siguiente:

Teniendo aguardiente de dos clases

una que vale á 40 $ el barril
otra que vale á 62 $ el id.

se quiere saber cuántos barriles de aguardiente se han de tomar de cada una de las dos expresadas clases para formar una mezcla cuyo precio medio sea de 50 $.

Comprendidos bien los casos de la regla de aligacion, vamos á ocuparnos de fijar las fórmulas que sirven para resolver cada uno de ellos; pero ántes diremos que *por precio se entiende el valor de la unidad,* y que conforme al primer uso de la multiplicacion *el valor total de un efecto se obtiene multiplicando el número de unidades por el precio de la unidad.*

El principio que nos servirá de fundamento para deducir las fórmulas de aligacion es el siguiente:

La suma de los valores de las partes de la mezcla, estimando cada parte á su precio, es igual al valor de la mezcla al precio medio, supuesto que lo mismo ha de ser vender cada clase á su precio que la mezcla al precio medio.

Primer caso.—Si llamamos c, c', c'' las cantidades de cada una de las clases de un efecto, p, p' y p'' los precios respectivos de cada clase, y m el precio medio de la mezcla, en virtud del principio que antecede podemos establecer la siguiente ecuacion:

$$cp+c'p'+c''p''=(c+c'+c'')\,m$$

de la que despejando á m tendremos

$$m=\frac{cp+c'p'+c''p''}{c+c'+c''} \ldots\ldots\ldots\ldots \text{(1)}$$

esta fórmula, que fácilmente puede ampliarse para cuando se conocen más de tres clases de un efecto y sus precios, nos servirá para resolver los problemas del primer caso de la regla de aligacion, enseñándonos que *el precio medio es igual al cociente que resulta de dividir la suma de los productos de cada cantidad por su precio, por la suma de las cantidades.*

Conocido el precio medio que da la fórmula (1) sin perder ni ganar, será fácil determinar por medio de una simple proporcion, el precio de la mezcla cuando se quiera perder ó ganar un tanto por ciento.

Si por ejemplo, se quiere fijar el precio de la mezcla ganando un 5 por ciento sobre los precios de compra, se pondrá:

$$100 : 5 :: m : x=\frac{5m}{100}$$

y el precio será $=m+x=m+\frac{5m}{100}=\frac{105\,m}{100}$

Segundo caso.—Si conocidos los precios de dos clases de un efecto, que llamaremos p y p', y el precio medio m á que se ha de vender la mezcla se quieren determinar las porciones x é y que de cada clase se han de tomar para formar una mezcla cuyo precio medio sea m, tendremos, que siendo el valor de la mezcla al precio medio igual á la suma de los importes de cada porcion á su precio respectivo, podrá establecerse la siguiente ecuacion:

$$(x+y)\,m=px+p'y$$

ejecutando la multiplicacion indicada, pasando al primer miembro los términos que contienen á x, y al segundo los que no la contienen, resultará

$$xm-px=p'y-ym$$

sacando á x y á y como factor comun, se tiene:

$$x\,(m-p)=y\,(p'-m)\ldots\ldots\ldots\ (a)$$

estando pues establecido el problema en una sola ecuacion con dos incógnitas, es claro que es indeterminado, obteniéndose fácilmente de la última ecuacion un valor para x dando otro arbitrario á y; pero en la práctica lo que se determina es la relacion que debe haber entre la porcion del efecto de la clase cuyo precio es p, y la de la otra clase cuyo precio es p'; siendo muy fácil sacar la expresada relacion de la ecuacion (a) pasando y al primer miembro y $m-p$ al segundo

$$\frac{x}{y}=\frac{p'-m}{m-p}$$

formando una proporcion

$$x : y :: p'-m : m-p$$

luego la porcion de la cantidad del efecto cuyo precio es p, es á la porcion de la cantidad cuyo precio es p', como la diferencia entre el 2° precio p' y el precio medio, es á la diferencia entre dicho precio medio y el primer precio p.

Comunmente la operacion se dispone como sigue:

$$\text{precio medio} = m \begin{cases} p \ldots . p'-m = \text{cant. de la clase cuyo precio es } p \\ p' \ldots . m-p = \text{cant. de la clase cuyo precio es } p' \end{cases}$$

debiendo ser $m<p'$ y $m>p$, ó bien $m>p'$ y $m<p$.

Determinada la relacion en que deben mezclarse las clases del efecto para obtener una mezcla cuyo precio es m, fácilmente podrá deducirse la porcion de una de las clases que ha de mezclarse con una cantidad

fija de la otra clase; ó bien las porciones que han de formar una cantidad determinada de mezcla. Al resolver los problemas de este segundo caso de la regla de aligacion haremos ver que basta establecer una proporcion para obtener las cantidades de cada clase que satisfagan las indicadas condiciones, y lo que se hace cuando hay más de dos clases.

343.—PROBLEMAS DE LA REGLA DE ALIGACION.—I.—Se han comprado 800 arrobas de sal á razon de \$0'80 la arroba; 1000 arrobas á \$1, y 6000 arrobas á \$0'75 y se quiere determinar el precio medio de la mezcla.

Sustituyendo en la fórmula (1) $m=\dfrac{cp+c'p'+c''p''}{c+c'+c''}$

los valores de los datos del problema se tiene:

$$m=\frac{800\times 0'80+1000\times 1+600\times 0'75}{800+1000+600}$$

se obtiene que el precio medio de la arroba es \$0'87 $\frac{1}{12}$.

II. Se tienen 80 quintales de ácido sulfúrico á \$22, y 70 quintales á \$16; se quiere determinar el precio medio de la mezcla ganando el 5 por ciento sobre el costo.

Siendo un problema del primer caso, la fórmula correspondiente es:

$$m=\frac{cp+c'p'}{c+c'}$$

Sustituyendo se tiene $m=\dfrac{80\times 22+70\times 16}{80+70}=\$19'20$

supuesto que se ha de utilizar el 5 por ciento pondremos:

$$100 : 5 :: 19'20 : x=\$0'96$$

Sumando \$19'20 con 0'96 tendremos que \$20'16 será el precio pedido.

III. Se tiene vino de dos clases, uno cuyo precio es 40 centavos de peso la botella, y otro cuyo precio es 65 centavos. Para formar una mezcla que pueda venderse á razon de 50 centavos la botella, se trata de determinar cuántas botellas se han de tomar de cada clase de vino.

Siendo este un problema relativo al 2° caso, haremos uso de la fórmula:

$$m \begin{cases} p \ldots\ldots\ldots . p'-m \\ p' \ldots\ldots\ . m-p \end{cases}$$

y sustituyendo los valores del problema tendremos:

$$50 \text{ centavos} \left\{ \begin{array}{l} 40 \ldots\ldots\ldots 15 \text{ botellas} \\ 65 \ldots\ldots\ldots 10 \quad ,, \end{array} \right.$$

resultando que la relacion en que deben mezclarse los vinos es la de 15 botellas del vino de á 40 centavos con 10 del de á 65 centavos.

IV. Se tiene aceite de tres clases, de á $36 barril, de á 28 y de á 22, y se quiere determinar la relacion en que deben mezclarse para poder vender la mezcla á $30 el barril.

Este problema en el que hay efectos de *tres* clases, cuyos precios se conocen, nos va á servir para explicar el procedimiento que se emplea para resolver el 2° caso de la regla de aligacion cuando hay conocidos más de dos precios.

Dispondremos los datos de nuestro problema como sigue:

$$\text{Precio medio } \$30 \left\{ \begin{array}{llll} \$\ 36 & \text{precio de la } 1^{a} & \text{clase de aceite.} \\ \ \ 28 & \quad ,, \quad 2^{a} & \quad ,, \\ \ \ 22 & \quad ,, \quad 3^{a} & \quad ,, \end{array} \right.$$

Desde luego es fácil observar que 30 es un precio medio entre 36 y 28, así como entre 36 y 22, pero que no lo es entre 28 y 22. Esto es, no puede formarse una mezcla con los aceites de á 28 y de á $22 barril, que pueda venderse á $30, por ser este precio superior á los dos escogidos.

Si prescindimos por el pronto del tercer aceite, cuyo precio es $22, nuestro problema sería determinar el número de barriles que debian tomarse de á 36 y de á $28, para formar una mezcla que pudiera venderse á $30; y conforme á lo explicado y demostrado (342—2° caso), procederiamos como sigue:

$$\$30 \left\{ \begin{array}{l} \$\ 36 \ldots\ldots\ldots 30-28=2 \text{ barriles de á } \$36 \\ \ \ 28 \ldots\ldots\ldots 36-30=6 \quad ,, \quad \text{de á } \ 28 \end{array} \right.$$

En efecto, con 2 barriles de á $36 y con 6 de á 28, queda formada una mezcla de 8 barriles que pueden venderse á $30.

Si ahora hacemos abstraccion del aceite de á $28, podemos establecer un segundo problema que tendrá por objeto determinar el número de barriles de aceite que deben tomarse de á 36 y de á $22 para formar una segunda mezcla que pueda venderse igualmente á $30, el cual se resolverá como sigue:

$$\$30 \left\{ \begin{array}{l} \$\ 36 \ldots\ldots\ldots 30-22=8 \text{ barriles de á } \$36 \\ \ \ 22 \ldots\ldots\ldots 36-30=6 \quad ,, \quad \text{de á } \ 22 \end{array} \right.$$

Efectivamente, con 8 barriles de á $36 y 6 de á $22 se hará una mezcla de 14 barriles que puede venderse tambien á $30 barril.

Ahora bien, si se reunen estas dos mezclas, como el precio de cada una de ellas es de $30 barril, es claro que el de su suma tambien lo será, y por tanto el problema general quedará resuelto,

tomando del aceite de á $36.........2+8 barriles
,, ,, á 28.........6 ,,
,, ,, á 22.........6 ,,

En la práctica para resolver esta clase de problemas se procede como sigue:

$$\text{Precio medio } \$30 \left\{ \begin{array}{l} \$\ 36 \ldots\ldots\ldots 2+8 \\ \ \ 28 \ldots\ldots\ldots 6 \\ \ \ 22 \ldots\ldots\ldots 6 \end{array} \right.$$

Comparando el precio medio con 36 y con 28, se tomarán 2 barriles de la primera clase y 6 de la segunda. Comparando despues el precio medio con 36 y con 22, se tomarán 8 barriles más del primer aceite y 6 del segundo, resultando que para formar una mezcla que pueda venderse á $30 barril, deberian tomarse: 2+8=10 barriles de á $36, 6 barriles del de á 28 y otros 6 del de á 22.

Como se habrá observado, se tiene siempre cuidado de comparar el precio medio con dos de aquellos de las clases del efecto que han de mezclarse, de los cuales uno es mayor y otro menor que él. Hemos dicho que los problemas de aligacion son indeterminados, pero para fijar una de las relaciones en que puede hacerse la mezcla satisfaciendo las condiciones de la cuestion, se sigue el procedimiento de determinar la relacion de las porciones de dos de las clases del efecto; en seguida se determina una nueva relacion de las porciones de otras dos clases del efecto, se continúa así formando mezclas de dos en dos clases, y sumando las porciones de las mezclas binarias se tendrá la relacion total de todas las clases del efecto que son objeto del problema.

Si tuviéramos aceite de cuatro clases: de á $36 barril, de á 28, de á 22 y de á $20, y lo mismo que ántes se quisiera formar una mezcla que sin ganar ni perder pueda venderse á $30 barril, procederiamos como sigue:

$$\$30 \left\{ \begin{array}{ll} \$\ 36 \ldots\ldots\ldots 2+8+10=20 & \text{barriles.} \\ \ \ 28 \ldots\ldots\ldots 6 & \quad ,, \\ \ \ 22 \ldots\ldots\ldots 6 & \quad ,, \\ \ \ 20 \ldots\ldots\ldots 6 & \quad ,, \end{array} \right.$$

Como el precio medio de $30 es mayor que 28, que 22 y que 20$, será forzoso comparar sucesivamente estos precios menores que el precio medio con $36, que es el único mayor que él, para determinar el número de barriles que se han de tomar de cada clase para formar tres mezclas binarias con el aceite de á \$36 de modo que resulte cada una de ellas á \$30 barril, y sumando despues estas tres mezclas, la total podrá venderse á ese precio sin ganar ni perder. Comparando con el precio medio 36 y 28\$, deberán tomarse 2 barriles de la 1ª clase y 6 de la segunda. Comparando en seguida con el precio medio 36 y 22\$, deberán tomarse 8 barriles de la primera clase y 6 de la tercera. Por último, comparando con el precio medio 36 y 20\$, se tomarán 10 barriles de la primera clase y 6 de la cuarta. Sumando las porciones de estas tres mezclas binarias se tendrá la total, formada de $2+8+10=20$ barriles del aceite de á \$36, de 6 barriles del de á \$28, 6 del de á 22 y de 6 del de á \$20. En efecto, como verificacion se tiene:

$$\$36\times20+28\times6+22\times6+20\times6=\$30\,(20+6+6+6)$$

En general, si se trata de determinar las porciones que deben tomarse de cada una de las clases de un efecto cuyos precios son: p, p', p'', p''', p^{IV}, etc., para formar una mezcla que sin ganar ni perder pueda venderse al precio medio m, procederemos como sigue para ir formando mezclas binarias que conforme á lo explicado (342—2º caso), satisfagan las condiciones del problema; y por último, se hará la suma de las porciones que forman las mezclas binarias.

Supondremos que $p>p'>p''>p'''>p^{\text{IV}}\ldots\ldots$ y que siendo por ejemplo, $m<p'$ y que p, sea $m>p''$, que p''' y que p^{IV}. En tal supuesto observaremos que no es posible comparar m con p y p' porque ambos precios son mayores que m, y que tampoco pueden compararse p'', p''' y p^{IV} con m porque estos tres precios son menores que m.

$$m\left\{\begin{array}{l} p\ldots\ldots\ldots\ldots(m-p'')+(m-p^{\text{IV}}) \\ p'\ldots\ldots\ldots\ldots(m-p''') \\ p''\ldots\ldots\ldots\ldots(p-m) \\ p'''\ldots\ldots\ldots\ldots(p'-m) \\ p^{\text{IV}}\ldots\ldots\ldots\ldots(p-m) \end{array}\right.$$

Así pues, comparando primero con m, p y p'' se tendrán las porciones $(m-p'')$ y $(p-m)$ de las dos clases cuyos precios son p y p'' para formar la primera mezcla binaria. Comparando en seguida con m, p' y p''' se tendrán las porciones $(m-p''')$ y $(p'-m)$ para la segunda mezcla. Por último, comparando m con p y con p^{IV} se tendrán las porciones $(m-p^{\text{IV}})$ y $(p-m)$ para la tercera mezcla. Este procedimiento equivale á formar sucesivamente las ecuaciones:

$$p\,(m-p'')+p''\,(p-m)=m\Big((m-p'')+(p-m)\Big)$$

$$p'(m-p''')+p'''(p'-m)=m\Big((m-p''')+(p'-m)\Big)$$

$$p\,(m-p^{\text{IV}})+p^{\text{IV}}\,(p-m)=m\Big((m-p^{\text{IV}})+(p-m)\Big)$$

y sumándolas ordenadamente se obtendrá: que la suma de los valores de las partes de la mezcla, estimando cada porcion á su precio, es igual al valor de la mezcla al precio medio.

V. Se tiene plata de á \$9 y de á \$7‘75 el marco, y debiéndose formar una liga cuyo precio sea \$8‘25 se quiere determinar la relacion en que han de mezclarse.

$$\$8‘25\left\{\begin{array}{l}\$\ 9‘00\ldots\ldots\ldots0‘50 \text{ marcos.} \\ \ \ 7‘75\ldots\ldots\ldots0‘75\ \ \text{,,}\end{array}\right.$$

quiere decir que se mezclarán en la relacion de 0‘50 marco de la primera plata con 0‘75 marco de la segunda.

Como dijimos al explicar el segundo caso de la regla de aligacion, puede agregarse una de estas condiciones: 1ª, que en la mezcla éntre una porcion determinada de una de las dos clases del efecto, ó 2ª, que haya de formarse una cantidad determinada de mezcla.

Así pues, en el último problema podria haberse agregado la condicion, por ejemplo, de que en la liga entraran 100 marcos de la plata cuyo valor es \$9 el marco; ó bien la de que se habian de formar 500 marcos de la liga. Despues de haber determinado por la fórmula general del segundo caso la relacion en que deben mezclarse las cantidades, una simple proporcion nos conduce á la resolucion del problema con cualquiera de las expresadas condiciones.

1º Supuesto que para que el marco de la liga valga \$8‘25 es necesario tomar 0‘50 marco de la primera plata y ligarlos con 0‘75 marco de la segunda, cuando hayan de entrar en la liga 100 marcos de la primera, la siguiente proporcion nos enseñará cuántos deben tomarse de la segunda clase de plata:

$$0‘50 : 0‘75 :: 100 : x=150 \text{ marcos.}$$

Por tanto, con 100 marcos de á \$9 deben ligarse 150 de á \$7‘75 para que el marco de la liga tenga el valor de \$8‘25.

2º Si el total de la liga ha de ser 500 marcos, diremos: si en 1‘25 marcos (suma de $0‘50+0‘75$), de liga que tiene el precio dado, entran 0‘50 de la plata de \$9, cuando el total de la liga sea 500 marcos, ¿cuántos deberán tomarse de la primera clase de plata?

La resolucion de las dos siguientes proporciones nos conduce á la del problema con las expresadas condiciones:

$$1‘25 : 500 :: 0‘50 : x=200 \text{ marcos.}$$

$$1‘25 : 500 :: 0‘75 : y=300 \text{ marcos.}$$

En consecuencia, con 200 marcos de plata de á \$9 deben ligarse 300 de á \$7'75, para formar 500 de liga cuyo precio sea \$8'25.

344.—Casos de la regla de interés.—Hay dos especies de interés, el *simple* y el *compuesto*. En el primero solo produce interés el capital; en el segundo, los intereses que causa el capital se reunen á éste al fin, por ejemplo, de cada año, de lo cual resulta que va aumentando, y que no solo el capital, sino tambien los intereses caidos producen interés en los años siguientes.

Distinguiremos dos casos, tanto en los problemas relativos al *interés simple*, como en los correspondientes al *interés compuesto*, de lo cual deduciremos cuatro fórmulas generales para resolver todas las cuestiones de la regla de interés.

Es un ejemplo del primer caso el siguiente:

Se ha prestado á una persona la suma de \$2000 con el interés de 6 por ciento anual, y se quiere saber lo que esa persona adeuda al cabo de cinco años.

Es un ejemplo del segundo caso el siguiente:

Se ha arrendado una casa á una persona en \$2000 anuales, con la obligacion de pagar el interés de 6 por ciento sobre las rentas que no cubra con puntualidad, y se trata de determinar cuánto adeuda esa persona al fin del quinto año por rentas y por intereses.

Como se habrá comprendido por estos ejemplos, en el primer caso no se debe más que una sola suma, y ésta es la que produce interés; en el segundo se deben tantas rentas como plazos se hayan vencido y además los intereses producidos por las rentas que no se pagaron oportunamente; pudiendo ser en uno y otro caso el interés simple ó compuesto.

345.—Fórmulas relativas á los casos de interés simple.—Primer caso.—*Dado el capital que se presta ó impone, el tanto por ciento y el tiempo que está impuesto, determinar al cabo de éste la suma del capital y sus intereses, á interés simple.*

Llamando C el capital, i el interés ó tanto por ciento, t el tiempo y s la suma del capital é intereses que buscamos, tendremos la siguiente proporcion:

$100\$: C :: i : x = \frac{Ci}{100}$ interés del capital en la unidad de tiempo.

Para calcular éste en el tiempo t bastará multiplicarlo por t, y siendo $\frac{Cit}{100}$ el interés del capital C en el tiempo t, la suma que buscamos será:

$$s = C + \frac{Cit}{100} \ldots\ldots\ldots (1)$$

una vez establecida esta fórmula, por medio de ella podrá determinarse cualquiera de las cantidades s, C i ó t cuando se conozcan las otras tres.

Segundo caso.—*Dada una renta que se ha de pagar cada año, el número de años que deja de pagarse, y el tanto por ciento; determinar lo que se debe al cabo de ese número de años por la suma de las rentas vencidas y sus intereses á interés simple.*

Llamaremos R la renta ó cantidad que ha de pagarse periódicamente, t el número de años ó de plazos que dejan de pagarse, i el interés ó tanto por ciento, y s la suma que buscamos de las rentas y sus intereses.

Se deberá

al fin del 1er. año, por rentas R.... y de intereses 0.

— „ — 2° „ — „ —$2R$——— „ ——— $0+\frac{Ri}{100}$

$\frac{Ri}{100}$ es el interés que produce R, suma que se debia al fin del primer año, en el trascurso del segundo, resultado de la siguiente proporcion:

$$100 : R :: i : \frac{Ri}{100}$$

Al fin del tercer año se deberá por rentas $3R$; y de intereses, además de $0+\frac{Ri}{100}$ que se debian al fin del segundo, el interés producido en un año por la suma $2R$ que se adeudaba al fin del segundo año, esto es,

$$100 : 2R :: i : \frac{2Ri}{100}$$

en consecuencia, se deberá al fin del

3er. año, por rentas, $3R$, y de intereses, $0+\frac{Ri}{100}+\frac{2Ri}{100}$

Al fin del cuarto se deberá por rentas $4R$, y de intereses, además de $0+\frac{Ri}{100}+\frac{2Ri}{100}$ que se debian al fin del tercero, el interés producido en un año por $3R$ que se adeudaba al fin del tercero, esto es:

$$100 : 3R :: i : \frac{3Ri}{100}$$

de lo cual resulta que se deberá al fin del

4° año, por rentas, $4R$, y de intereses, $0+\frac{Ri}{100}+\frac{2Ri}{100}+\frac{3Ri}{100}$

Al cabo de t años se deberá por rentas tR

y por intereses $0+\frac{Ri}{100}+\frac{2Ri}{100}+\frac{3Ri}{100}+\ldots\ldots\ldots\frac{(t-1)\,Ri}{100}$

formando los intereses una progresion aritmérica, cuya suma (320) es igual al primer término, más el último multiplicados por la mitad del número de términos, tendremos que la suma de las rentas é intereses que buscamos es:

$$s=tR+\frac{(t-1)\,Rit}{100\times2}$$ sacando tR como factor

comun $$s=tR\left(1+\frac{(t-1)\,i}{200}\right)\ldots\ldots(2)$$

por cuya fórmula podrá determinarse el valor de s, R, t ó i, conocidas las otras tres cantidades.

346.—Problemas de la regla de interés simple.—I.—*Se han impuesto \$8500 al 8 por 100 anual: se pregunta cuánto importa la suma del capital y los intereses á interés simple al cabo de 5 años.*

La fórmula correspondiente es $$s=C+\frac{Cit}{100}$$

Sustituyendo por cada cantidad su valor tendremos:

$$s=8500+\frac{8500\times8\times5}{100}=11900\$$$

será la suma buscada.

II.—*¿Al cabo de qué tiempo un capital que produce 6 por 100 anual se habrá duplicado á interés simple?*

Supuesto que al cabo del tiempo t que buscamos, el capital C se habrá duplicado, será la suma $s=2C$ y la fórmula (1) se convierte en

$$2C=C+\frac{Cit}{100}$$

quitando el denominador $$200\ C=100C+Cit$$

depejando á t $$t=\frac{200\ C-100\ C}{Ci}=\frac{100}{i}$$

sustituyendo por i su valor $t=\frac{100}{i}=\frac{100}{6}=16$ años 8 meses

el capital se habrá duplicado al cabo de 16 años 8 meses.

III.—*Se ha arrendado una hacienda en 3000\$ anuales, causando el interés de 6 por 100 anual las rentas que no se paguen á su vencimiento: se quiere determinar lo que se deberá al cabo de 7 años por rentas é intereses á interés simple.*

La fórmula correspondiente es $$s=tR\left(1+\frac{(t-1)\,i}{200}\right)$$

Sustituyendo los valores del problema

$$s=7\times3000\left(1+\frac{(7-1)\,6}{200}\right)=\$24780$$

El importe de las rentas y los intereses será 24780 pesos.

IV. *Arrendada una finca en \$3000 anuales, al fin del 7° año resulta que el arrendatario debe por rentas é intereses á interés simple \$24780; se quiere determinar el tanto por ciento que han producido las rentas vencidas.*

Siendo la incógnita i tendremos que despejar esta cantidad de la fórmula

$$s=tR\left(1+\frac{(t-1)i}{200}\right)$$

quitando el denominador y efectuando la multiplicacion

$$200s=200tR+tR(t-1)i$$

despejando á i $$i=\frac{200(s-tR)}{t\times R(t-1)}$$

sustituyendo los valores del problema

$$i=\frac{200(24780-7\times3000)}{7\times3000\times(7-1)}=6 \text{ por ciento}$$

el interés estipulado era 6 por ciento. Este problema puede servir como comprobacion del anterior.

347.—Formulas relativas a los casos de interés compuesto.—Primer caso.—*Dado un capital* c, *que queda impuesto por un tiempo* t, *y el tanto por ciento* i; *determinar el importe* s *del capital y los intereses á interés compuesto.*

Ya hemos dicho que cuando el interés es compuesto, no solo el capital produce interés, sino tambien los intereses vencidos, los cuales se reunen al capital al fin de cada año ó de cada plazo en que se conviene pagar el interés. Así, pues, si 100 pesos producen i de interés, estos 100 pesos se convierten al fin del primer año en $100+i$, cuya suma será la que producirá el interés respectivo en el segundo año. Para determinar la suma en que se convierte la unidad al fin del primer año, estableceremos la siguiente proporcion:

$$100 : 100+i :: 1 :: \tfrac{100+i}{100}$$

Para simplificar haremos:

$$\tfrac{100+i}{100}=q$$