

$$\begin{aligned}\cos. \xi &= \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta + \cos. \varphi \cos. \delta \cos. \theta \\ \cos. z &= \text{sen. } \varphi \text{ sen. } \delta + \cos. \varphi \cos. \delta \cos. h\end{aligned}$$

de cuya combinacion resulta inmediatamente la que sigue, en la cual  $x = \xi - z$  designa lo que antes hemos llamado "reduccion al meridiano;" pero que ahora tiene la significacion mas general de reduccion al instante  $T$ .

$$\text{sen. } \frac{1}{2} x = \frac{\cos. \varphi \cos. \delta \text{ sen. } \frac{1}{2} (\theta + h) \text{ sen. } \frac{1}{2} (\theta - h)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (\xi + z)}$$

Estas reducciones son por lo general bastante pequeñas para que pueda tomarse el arco en segundos en lugar de su seno, y entónces:

$$x = \frac{2 \cos. \varphi \cos. \delta \text{ sen. } \frac{1}{2} (\theta + h) \text{ sen. } \frac{1}{2} (\theta - h)}{\text{sen. } \frac{1}{2} (\xi + z) \text{ sen. } 1''}$$

Si por  $T$  se toma el instante del tránsito de la estrella por el meridiano, se tendrá  $\theta = 0^\circ$ , y por tanto,

$$x = - \frac{2 \cos. \varphi \cos. \delta \text{ sen. }^2 \frac{1}{2} h}{\text{sen. } \frac{1}{2} (\xi + z) \text{ sen. } 1''}$$

que da la reduccion comun al meridiano, aunque expresada en un solo término. En este caso deberá emplearse

$$\begin{aligned}\xi &= \delta - \varphi \dots \dots \dots \text{al Norte del zenit.} \\ \xi &= \varphi - \delta \dots \dots \dots \text{al Sur del zenit.}\end{aligned}$$

La misma fórmula puede aplicarse á los tránsitos inferiores ó subpolares contando  $h$  desde el meridiano inferior; pero en tal caso se cambiará el signo de  $x$ .

Si se cuentan siempre los ángulos horarios desde el meridiano superior, se tiene  $\theta = 180^\circ$ , y entónces:

$$x = + \frac{2 \cos. \varphi \cos. \delta \cos. \frac{2}{2} h}{\text{sen. } \frac{1}{2} (\xi + z) \text{ sen. } 1''}$$

siendo  $\xi = 180^\circ - (\varphi + \delta)$  para los tránsitos subpolares.

Puede tambien elegirse por instante comun  $T$ , el de la mayor digresion, en cuyo caso se tendrá:

$$\cos. \theta = \frac{\tan. \varphi}{\tan. \delta} \qquad \cos. \xi = \frac{\text{sen. } \varphi}{\text{sen. } \delta}$$

valores que, para las circumpolares, se obtienen por estas fórmulas con suficiente exactitud, aunque haya un pequeño error en la latitud  $\varphi$  supuesta; y con ellos se procede al cálculo de la reduccion  $x$  por la fórmula general. Una

vez hallado así el valor correcto  $\xi = z + x$ , se obtiene la latitud por la ecuacion:

$$\text{sen. } \varphi = \text{sen. } \delta \cos. \xi$$

ó bien puede calcularse la correccion de la latitud por la expresion:

$$\Delta \varphi = - \tan. \varphi \tan. \xi \Delta \xi$$

siendo  $\Delta \xi$  la diferencia entre el valor de  $\xi$  supuesto en el cálculo de la reduccion, y el de  $\xi = z + x$  obtenido por la observacion. La latitud correcta será  $\varphi + \Delta \varphi$ .

Por último, pueden reducirse las observaciones al instante  $T$  en que la altura de la estrella es igual á la latitud. A este fin, por medio de consideracion tan sencillas, que no valen la pena de indicarse, se halla que en aquel momento el ángulo horario de la estrella se obtiene por la ecuacion:

$$\cos. \theta = \tan. \varphi \tan. (45^\circ - \frac{1}{2} \delta)$$

y resulta con toda la exactitud necesaria aun cuando la latitud supuesta contenga algun error. En cuanto á la distancia zenital que debe emplearse en el cálculo de  $x$ , es evidentemente igual á la colatitud supuesta, esto es. . . . .  $\xi = c = 90^\circ - \varphi$ . En seguida se tendrá:

$$\varphi = 90^\circ - (z + x)$$

Este último procedimiento equivale al cálculo de la série de Littrow, pues es claro que esta reduce las observaciones al polo mismo, que es un punto cuya altura es tambien igual á la latitud. La única diferencia consiste en que nuestro método las reduce al punto del círculo de declinacion de la estrella que se halla en el almicantrat que pasa por el polo.

Tratándose de las circumpolares, es casi indiferente la eleccion del instante  $T$ , y por tanto la de su correspondiente ángulo horario y distancia zenital; pero á fin de que  $x$  siempre resulte pequeño, puede seguirse la regla de reducir de preferencia al meridiano, siempre que el ángulo horario  $h$  correspondiente al instante  $t$  de la observacion, y contado desde el tránsito mas inmediato, no exceda de  $4^h$  ó  $60^\circ$ . Desde  $4^h$  hasta  $6^h$  es mas pequeña la reduccion al instante de la elongacion ó al de la altura igual á la latitud.

Sea cual fuere el momento que se elija, como siempre se tienen entre las horas, los ángulos horarios y la ascension recta  $a$ , las relaciones:  $T = \theta + a$  y  $t = h + a$ , resultará en tiempo:

$$\frac{1}{2} (\theta + h) = \frac{1}{2} (T + t) - a \qquad \frac{1}{2} (\theta - h) = \frac{1}{2} (T - t)$$

valores que pueden usarse en la expresion de  $x$ , en lugar de calcular individualmente los ángulos horarios, con tal de que  $T$  y  $t$  expresen tiempo sidereal.

En las 10 observaciones extra-meridianas que hice de la estrella polar, he ejecutado los cálculos por el último de los anteriores procedimientos; quiere decir, reduciendo la distancia zenital obtenida por la observacion, al instante en que la estrella adquiría una altura igual á la latitud. La tabla que sigue contiene los datos y resultados de estas observaciones. Su primera columna indica las fechas; la segunda las horas cronométricas; la tercera la indicacion *n* del nivel, ya expresada en segundos; la cuarta los valores de las distancias zenitales *z*, corregidas por la indicacion zenital del instrumento, por el estado del nivel y por la refaccion, á saber:

$$z = g - g_0 + n + r \quad \text{con el círculo á la derecha,}$$

$$z = g_0 - g' + n' + r' \quad \text{con el círculo á la izquierda.}$$

siendo *g* ó *g'* el promedio de las lecturas de los micrómetros. Finalmente, la quinta contiene las reducciones *x* al instante antes indicado, y la sexta las latitudes que resultan.

OBSERVACIONES EXTRA-MERIDIANAS DE *α Ursae minoris*.

Fechas.	Cronómetro.	<i>n</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>φ</i>
1874. Nov. 29	<sup>h</sup> 7 <sup>m</sup> 45 <sup>s</sup> 11.0	- 0.52	53° 14' 27.4	+ 1 18 39.2	35° 26' 53.4
"	" 48 10.0	+ 0.52	" 14 12.2	+ 1 18 54.7	" " 53.1
"	" 52 4.0	- 0.52	" 13 51.0	+ 1 19 13.9	" " 55.1
"	" 54 35.0	- 0.52	" 13 43.3	+ 1 19 25.5	" " 51.2
" Dic. 19	9 23 22.5	- 0.52	" 23 24.5	+ 1 9 38.3	" " 57.2
"	" 26 56.5	0.00	" 24 4.2	+ 1 8 58.7	" " 57.1
"	" 30 20.6	- 0.52	" 24 40.9	+ 1 8 19.7	" " 59.4
"	" 33 38.5	- 0.52	" 25 23.7	+ 1 7 41.1	" " 55.2
"	" 37 2.3	- 0.52	" 26 7.7	+ 1 7 00.5	" " 51.8
"	" 39 55.2	+ 0.52	" 26 38.6	+ 1 6 25.3	" " 56.1

Promedio 35° 26' 55.0

La misma disposicion de la Tabla se ha adoptado para poner á la vista los datos y resultados de las observaciones de distancias zenitales circunmeridianas de la estrella polar, con la única diferencia de que en este caso *x* representa la reduccion al meridiano. La primera de las Tablas siguientes contiene las 49 observaciones, hechas cerca del tránsito superior, y la segunda las 41 ejecutadas cerca del tránsito sub-polar.

OBSERVACIONES CIRCUNMERIDIANAS DE *α Ursae minoris*. Paso superior.

Fechas.	Cronómetro.	<i>n</i>	<i>z</i>	<i>x</i>	<i>φ</i>
1874. Nov. 30	<sup>h</sup> 8 <sup>m</sup> 16 <sup>s</sup> 21	- 5.20	53° 12' 16.3	- 22.5	35° 26' 53.9
"	" 19 39	4.16	" 12 10.8	16.2	" " 53.1
"	" 22 4	4.16	" 12 6.6	12.3	" " 53.4
"	" 24 50	4.16	" 12 1.1	8.4	" " 55.0
"	" 30 21	4.16	" 11 52.8	2.9	" " 57.8
"	" 33 2	- 4.16	" 11 52.6	- 1.2	" " 56.3
" Dic. 1 <sup>o</sup>	8 34 36	- 6.76	" 11 52.9	0.0	" " 55.1
" " 5	8 18 40	- 1.56	" 11 53.5	0.0	" " 55.5
"	" 25 21	+ 5.20	" 11 54.9	- 2.6	" " 56.8
"	" 29 27	- 1.04	" 11 58.2	6.3	" " 57.1
"	" 35 2	+ 5.20	" 12 6.1	13.9	" " 56.9
"	" 39 9	- 1.04	" 12 15.2	21.4	" " 55.2
"	" 42 19	+ 6.76	" 12 22.4	- 28.3	" " 54.9
" " 6	8 15 13	+ 0.52	" 11 53.5	- 0.1	" " 55.9
"	" 18 13	+ 6.24	" 11 54.2	0.9	" " 56.0
"	" 21 12	- 1.04	" 11 57.6	2.5	" " 54.2
"	" 23 45	- 9.36	" 12 1.3	4.6	" " 52.6
"	" 26 22	+ 1.04	" 12 1.6	7.4	" " 55.1
"	" 29 2	+ 7.80	" 12 3.8	- 10.9	" " 56.4
" " 12	7 49 48	+ 2.60	" 11 56.1	0.0	" " 54.7
"	" 53 5	4.68	" 11 58.3	- 0.6	" " 53.0
"	" 56 26	2.60	" 11 57.8	2.2	" " 55.2
"	" 59 44	3.64	" 12 1.1	4.9	" " 54.6
"	8 3 5	2.60	" 12 3.8	8.6	" " 55.6
"	" 6 8	3.64	" 12 7.3	13.0	" " 56.5
"	" 9 1	2.60	" 12 13.6	17.9	" " 55.0
"	" 12 1	4.16	" 12 19.8	23.8	" " 54.8
"	" 15 13	3.64	" 12 26.3	31.1	" " 55.6
"	" 18 00	+ 4.16	" 12 31.3	- 38.2	" " 57.7
" " 13	7 47 10	0.00	" 11 53.7	- 0.1	" " 55.4
"	" 50 19	+ 1.04	" 11 59.3	1.1	" " 53.9
"	" 53 36	0.00	" 11 59.2	3.1	" " 54.9
"	" 56 37	+ 1.04	" 12 3.8	5.8	" " 53.0
"	" 59 52	0.00	" 12 9.2	9.7	" " 51.5
"	8 2 40	0.00	" 12 8.7	- 13.9	" " 56.2
" " 31	6 23 51	+ 2.08	" 12 5.0	- 1.5	" " 50.7
"	" 26 13	2.08	" 12 4.0	0.5	" " 50.6
"	" 33 17	3.64	" 12 0.3	0.7	" " 54.4
"	" 40 56	+ 2.60	" 12 1.8	- 6.2	" " 58.5
1875. Enero 1 <sup>o</sup>	6 9 47	- 1.56	" 12 17.6	- 16.6	" " 53.2
"	" 11 36	1.56	" 12 14.1	13.5	" " 53.6
"	" 14 3	1.04	" 12 9.9	9.9	" " 54.2
"	" 15 49	2.08	" 12 10.2	7.6	" " 51.7
"	" 18 26	1.56	" 12 7.4	4.8	" " 51.6
"	" 22 4	4.16	" 12 2.8	2.0	" " 53.3
"	" 24 20	3.64	" 12 2.3	0.8	" " 52.7
"	" 28 29	4.16	" 12 2.3	0.0	" " 51.9
"	" 31 21	3.12	" 12 1.3	0.4	" " 53.3
"	" 33 45	+ 3.64	" 12 2.8	- 1.3	" " 52.7

Promedio 35° 26' 54.5

OBSERVACIONES CIRCUNMERIDIANAS DE  $\alpha$  *Ursae minoris*. Paso inferior.

Fechas.	Cronómetro.	n	z			x	φ		
			°	'	''		°	'	''
1874. Dic. 28.	18 20 22	+ 0.52	55	53	52.9	+ 23.0	35	26	50.5
	" 24 12	+ 3.64	"	53	57.2	15.8	"	"	53.4
	" 28 44	- 0.52	"	54	4.9	9.0	"	"	52.5
	" 32 5	+ 1.56	"	54	8.4	5.2	"	"	52.7
	" 35 4	- 1.04	"	54	12.1	2.7	"	"	51.5
	" 38 18	+ 2.08	"	54	9.2	0.9	"	"	56.3
	" 42 11	+ 1.04	"	54	8.2	0.0	"	"	58.1
	" 45 32	+ 4.16	"	54	12.7	0.3	"	"	53.3
	" 48 34	+ 1.56	"	54	7.4	1.5	"	"	57.4
	" 52 12	+ 5.72	"	54	9.1	4.1	"	"	53.2
	" 55 32	- 1.56	"	54	5.8	7.5	"	"	53.1
	" 58 35	+ 4.16	"	53	59.7	11.5	"	"	55.2
19	1 35	- 0.52	"	53	53.2	16.2	"	"	57.0
"	" 5 26	+ 5.20	"	53	47.8	+ 23.5	"	"	55.1
"	" 29.								
	18 20 55	0.00	"	53	57.3	+ 14.5	"	"	54.4
	" 23 16	0.00	"	54	1.8	10.9	"	"	53.5
	" 25 45	0.00	"	54	6.3	7.7	"	"	52.2
	" 27 52	- 0.52	"	54	7.5	5.4	"	"	53.3
	" 31 10	+ 1.56	"	54	9.5	2.6	"	"	54.1
	" 33 27	+ 0.52	"	54	13.4	1.3	"	"	51.5
	" 35 59	+ 0.52	"	54	13.6	0.3	"	"	52.2
	" 41 18	00.0	"	54	14.1	0.3	"	"	51.8
	" 43 7	- 1.04	"	54	12.8	0.9	"	"	52.5
	" 43 50	- 1.04	"	54	11.5	1.2	"	"	53.5
	" 46 24	0.00	"	54	10.3	2.7	"	"	53.2
	" 48 37	- 1.56	"	54	8.3	4.5	"	"	53.4
	" 52 45	- 1.04	"	54	4.4	9.0	"	"	52.8
	" 55 51	- 1.04	"	53	57.6	13.5	"	"	55.2
	" 58 59	- 1.04	"	53	52.1	18.8	"	"	55.3
19	1 14	- 1.04	"	53	49.4	23.2	"	"	53.6
"	" 6 12	- 1.04	"	53	39.4	+ 14.6	"	"	52.2
1875. Enero 1º	18 14 13	- 9.36	"	54	7.0	+ 6.9	"	"	51.9
	" 16 50	- 3.69	"	54	9.5	4.3	"	"	52.0
	" 20 42	- 5.61	"	54	12.1	1.5	"	"	52.2
	" 24 30	+ 1.56	"	54	12.8	0.2	"	"	52.8
	" 27 16	+ 1.56	"	54	13.3	0.0	"	"	52.5
	" 31 56	+ 1.56	"	54	12.1	1.4	"	"	52.3
	" 38 14	+ 1.56	"	54	6.8	6.3	"	"	52.7
	" 40 47	+ 2.08	"	54	2.6	9.4	"	"	53.8
	" 44 25	- 1.04	"	53	56.6	14.7	"	"	54.5
	" 46 28	- 1.56	"	53	53.6	+ 18.3	"	"	53.9

Promedio 35° 26' 53."5

Ademas de estas 100 observaciones de la estrella polar, hice 25 de  $\xi$  *Persei* conforme al procedimiento del Apéndice V, segun he dicho. Los principales datos que este método demanda, son el ángulo horario y el azimut de la estrella, los cuales se obtienen respectivamente por las diferencias de indicaciones del cronómetro y del círculo azimutal en los momentos de las observaciones; quiere decir, en los instantes en que la estrella tiene la misma altura al Este y al Oeste del meridiano. Pero, además de estos elementos esenciales, es necesario medir la inclinacion del eje horizontal del telescopio,

la de la columna vertical del instrumento y la distancia zenital aproximativa, datos que sirven para corregir las observaciones por la existencia de esos errores.

Todos ellos están contenidos en la Tabla siguiente, que presenta por separado los datos que se refieren á la observacion oriental y á la occidental, siendo comun para una y otra el valor de la distancia zenital aproximativa z. Cada línea suministra, en consecuencia, los diversos elementos que demanda el cálculo de la latitud, y se han señalado con acentos los que se refieren á la observacion oriental. Con n se designan las lecturas del nivel paralelo al círculo vertical, y con b las del nivel montante. Estas últimas son promedios de todas las indicaciones obtenidas durante la misma série, y siempre en las dos posiciones inversas del nivel. Las expresiones algebraicas de n y b, son:

$$n = \frac{1}{2} (o - e) v \quad b = \frac{1}{4} ((i+r) - (a+x)) v'$$

representando o y e las lecturas de los extremos ocular y objetivo del nivel paralelo al círculo, y siendo i y d las de las extremidades izquierda y derecha del nivel montante.

Las columnas que llevan por título G y G' expresan las lecturas angulares del círculo azimutal, y son ya los promedios de sus dos micrómetros.

OBSERVACIONES DE  $\xi$  *Persei* POR EL METODO MEXICANO.

Fechas.	z	AL ESTE DEL MERIDIANO.				b'	AL OESTE DEL MERIDIANO.			
		Cronómetro.	n'	G'	b		Cronómetro.	n	G	b
1874.—Dic. 29.	9 58	8 29 27.5	+ 9.9	80 10 50.2						
	5 58	8 49 4.7	10.4	81 40 8.5	-1.0					
	3 58	8 58 52.8	11.4	82 27 40.0						
	1 58	9 8 40.2	+ 12.0	83 25 52.0						
"	" 31.									
	14 58	7 56 48.7	+ 1.0	78 20 58.0		10 23 44.0	+ 5.2	268 57 28.7		
	13 28	8 4 11.5	- 1.0	78 54 00.5		10 16 21.0	5.2	268 24 18.0		
	11 58	8 11 33.6	0.0	79 27 11.5		10 8 59.0	5.2	267 51 12.0		
	10 28	8 18 55.1	+ 0.5	80 00 22.7		10 1 37.1	6.2	267 18 7.5		
	8 58	8 26 17.0	+ 0.5	80 33 43.0	-4.9	9 54 15.7	6.2	266 44 58.5	+ 3.0	
	7 28	8 33 38.5	+ 0.5	81 7 1.0		9 46 54.2	6.2	266 11 14.0		
	5 58	8 40 59.2	+ 0.5	81 41 33.5		9 39 33.4	6.2	265 37 8.0		
	4 28	8 48 20.2	0.0	82 17 21.5		9 32 12.5	6.2	265 1 54.2		
	2 58	8 55 41.6	+ 1.6	82 56 21.5		9 24 51.2	6.7	264 22 55.2		
	1 28	9 3 2.1	+ 1.6	83 49 55.5		9 17 30.8	+ 8.4	263 29 18.0		
1875.—Enero 1º	13 32	7 59 54.5	- 3.1	258 51 35.5		10 12 31.2	+ 1.0	88 26 34.5		
	12 2	8 7 16.7	3.1	259 24 36.5		10 5 9.0	2.1	87 53 45.2		
	10 32	8 14 38.5	3.1	259 57 18.0		9 57 47.5	3.1	87 20 39.5		
	9 2	8 22 00.0	3.1	260 30 17.0	+9.2	9 50 25.8	2.1	86 47 45.5		
	7 32	8 29 22.0	3.1	261 3 32.0		9 43 4.4	2.1	86 14 21.0	-14.6	
	6 2	8 36 43.0	3.6	261 37 12.0		9 35 43.2	2.6	85 40 43.2		
	4 32	8 44 4.1	2.6	262 11 43.5		9 28 22.0	3.6	85 6 4.5		
	1 32	8 58 45.1	- 2.1	263 33 8.2		9 13 40.2	+ 3.6	83 43 56.5		
"	" 2									
	4 32	8 39 59.6	- 1.0	262 14 8.2		9 24 18.2	+ 2.6	85 3 52.5		
	3 2	8 47 20.5	0.0	262 51 20.7	+0.7	9 16 57.5	3.6	84 25 42.2	0.0	
	1 32	8 54 41.2	- 0.5	263 39 56.2		9 9 36.5	+ 3.1	83 37 10.2		