$$\left.\begin{aligned} h &= \tfrac{1}{2}(t-t') + \tfrac{1}{2}(t-t')\,u + \tfrac{1}{2}\Delta h \\ \Delta t_0 &= \alpha - \tfrac{1}{2}\Delta h - \tfrac{1}{2}(t+t') \end{aligned}\right\}\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

qui font connaître l'angle horaire de l'étoile, exprimé en temps, et l'état du chronomètre. Si cet instrument marque le temps moyen, on doit réduire la durée $t - t'$ en temps sidéral, et faire usage de l'heure moyenne du passage de l'étoile au lieu de α.

Par rapport à l'azimut on a de même:

$$-a = m - \left(G' + b' \cot. z + \frac{c}{\sin. z}\right)$$

$$+a = m - \left(G + b \cot. z + \frac{c}{\sin. z} - \Delta G\right)$$

c étant la collimation du fil vertical et b l'indication du niveau de l'axe horizontal de la lunette, savoir:

$$b = \tfrac{1}{4}\big((i+i') - (d+d')\big)\,w$$

Dans cette formule i et i' représentent les lectures de l'extrémité gauche de la bulle dans les deux positions du niveau, d et d' les indications de l'extrémité droite et w la valeur angulaire des divisions. Ces nouvelles équations donnent:

$$\left.\begin{aligned} a &= \tfrac{1}{2}(G'-G) + \tfrac{1}{2}(b'-b)\cot. z + \tfrac{1}{2}\Delta G \\ m &= \tfrac{1}{2}(G+G') + \tfrac{1}{2}(b+b')\cot. z - \tfrac{1}{2}\Delta G + \frac{c}{\text{sen. } z} \end{aligned}\right\}\ldots\ldots (6)$$

Ayant ainsi déterminé les valeurs de h et a, on peut calculer la latitude au moyen des formules (2). On doit remarquer que ces deux quantités ont l'avantage fondamental d'être exprimées en fonction des différences des indications instrumentales, et en conséquent elles résultent indépendantes des erreurs constantes des instruments ou de l'observateur.

Pour se préparer à l'observation, c'est-à-dire, pour connaître la position qu'on doit donner à l'instrument et l'heure de l'observation, on calcule la distance zénithale ou l'azimut, l'une de ces quantités étant donnée, en faisant usage de la valeur approchée de la latitude. Ainsi avec φ, z et δ on aura:

$$m = \tfrac{1}{2}(z + \phi + \delta) \qquad n = \tfrac{1}{2}(z + \phi - \delta)$$

$$\text{sen. } \tfrac{1}{2} a = \sqrt{\frac{\cos. m \sin. n}{\cos. \phi \sin. z}}$$

Si on fixe en premier lieu a, nous aurons avec ϕ et δ:

$$\tan. N = \frac{\tan. \phi}{\cos. a} \qquad \sin. (N+z) = \frac{\sin. \delta \sin. N}{\sin. \phi}$$

formules qui donnent z. Finalement pour l'heure de l'observation on calcule l'angle horaire par l'équation:

$$\sin. h = \frac{\sin. a \sin z}{\cos. \delta}$$

d'où l'on déduit l'heure moyenne ou sidérale. Tous ces calculs ne devant être qu'approchés, n'exigent que des logarithmes de quatre ou cinq chiffres.

La manière de conduire l'observation est bien simple et se déduit facilement de tout ce que nous avons dit. Après avoir choisi une étoile qui culmine près du zénith et dont la position soit bien connue, on la vise avant son passage au méridien. On la maitient bissecté par le fil vertical, au moyen de la vis tangentielle du cercle azimutal, dont on doit faire cesser le mouvement au moment où l'étoile traverse le fil horizontal de la lunette, celle-ci ayant été fixée préalablement à la hauteur convenable. On note l'heure t' de cet

instant et l'indication n' du niveau parallèle au cercle vertical, ainsi que la lecture g' de celui-ci, et celle G' du cercle horizontal. Ensuite on met le niveau montant sur l'axe horizontal et on note les indications de la bulle dans les deux positions de cet instrument pour trouver l'inclinaison b'. La lecture du cercle vertical n'est réellement utile que lorsqu'on fait plusieurs observations de la même étoile à différentes hauteurs, afin de placer le téléscope dans les positions correspondantes à l'autre côté du méridien; et d'ailleurs, elle sert à calculer la valeur approchée de z pour corriger l'azimut de l'erreur d'horizontalité de l'axe.

Lorsque l'étoile, après son passage au méridien, s'approche à avoir la hauteur de la dernière observation orientale, on la vise de la même manière, ayant fixé le téléscope dans la position correspondante à cette hauteur. Au moyen de la vis tangentielle du cercle azimutal on la bissecte jusqu'à l'instant où elle traverse le fil horizontal. On note l'heure t, les lectures n du niveau, g du cercle vertical et G de l'azimutal; et finalement on prend l'inclinaison b de l'axe horizontal de la lunette en procédant comme nous avons dit ci-dessus.

D'une manière entièrement semblable on fait la seconde, la troisième, & observation à l'ouest, qui correspondent respectivement à l'avant dernière, l'antépenultième, & de l'est du méridien.

Pour mieux faire comprendre la manière de conduire les calculs, je vais mettre sous les yeux du lecteur un exemple dans tous ses détails, en commençant par écrire, dans leur ordre, les formules qui doivent être employées.

$$\begin{aligned} \Delta z &= (g'-g) + (n'-n) + (r'-r) \\ \Delta h &= \frac{\sec. \varphi}{15 \sin. a}\,\Delta z \\ \Delta G &= (\cot. h \cos. a - \sin. \phi \sin. a)\sec. \phi\,\Delta z \\ h &= \tfrac{1}{2}(t-t') + \tfrac{1}{2}(t-t')\,u + \tfrac{1}{2}\Delta h \\ a &= \tfrac{1}{2}(G'-G) + \tfrac{1}{2}(b'-b)\cot. z + \tfrac{1}{2}\Delta G \\ \tan. M &= \frac{\tan. \delta}{\cos. h} \\ \sin. (M-\phi) &= \cos. M \tan. h \cot. a \\ \Delta t_0 &= \alpha - \tfrac{1}{2}\Delta h - \tfrac{1}{2}(t+t') \end{aligned}$$

L'exemple suivant est la dernière application que j'ai fait de cette méthode à la ville de México, où j'ai observé les étoiles β *Arietis* et ϵ *Tauri*, qui culminent là à peu de distance du zénith. Les heures sont celles de la pendule sidérale de mon observatoire privé à México, et les indications angulaires sont les moyennes des lectures de tous les micromètres de l'altazimut tant dans le cercle vertical que dans l'horizontal.

23 Janvier, 1872.

OBSERVATIONS POUR TEMPS ET LATITUDE.

ϵ TAURI A L'EST DU MÉRIDIEN.

t'	g'	o' e'	G'	i d
$4^h\,7^m\,15^s.0$	$93°\,00'\,6.''0$	55 54	$102°\,7'\,46.''0$	59 63 55 67

ϵ TAURI A L'OUEST DU MÉRIDIEN.

t	g	o e	G	i d
$4^h\,32^m\,15^s.0$	$93°\,00'\,6.''0$	55 55	$262°\,24'\,13.''7$	57 62 53 68

On a en outre $v = 1.''04$ et $w = 1.''27$. Quant à la pendule, elle avait alors un retard de $6^s\!.0$ à peu près par jour, ou $0^s\!.25$ par heure. La position de l'étoile, d'après le *Nautical Almanac* américain, est :

$$\alpha = 4^h\,21^m\,8^s\!.55 \qquad \delta = +18^\circ\,53'\,41.''0$$

Pour calculer les petites corrections $\triangle h$ et $\triangle G$ on peut faire usage des valeurs approchées :

$$\begin{aligned}
\phi &= 19^\circ\,26' \\
a &= \tfrac{1}{2}(G' - G) = 99^\circ\,52' \\
h &= \tfrac{1}{2}(t - t') = 3^\circ\;\;7' \\
z &= g - g_\circ \quad\;\; = 3^\circ\,00'
\end{aligned}$$

et nous disposerons le calcul de la manière suivante :

$$\begin{array}{llll}
g' - g = \;\; 00.''00 & z \ldots 9.7160 + & \tfrac{1}{2}(b' - b) = +\,0.''60 \ldots 9.7781 + \\
n' - n = +\,0.\,52 & \tfrac{1}{15}\,\text{sec.}\,\varphi \ldots 8.8494 & \text{cot.}\,z \ldots\ldots\ldots\ldots 1.2806 \\
r' - r = \;\;\;\underline{0.\,00} & \text{sin.}\,a. - \underline{9.9935} & \text{Niveau} = +\,11.''45 \ldots 1.0507 + \\
\triangle z = +\,0.''52 & \triangle h = +\,0^s\!.04\;\; 8.5719 + &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\text{cot.}\,h \ldots\ldots 1.2640 & \text{sin.}\,\varphi \ldots\ldots 9.5221 & \\
\text{cos.}\,a \ldots\ldots 9.2339 - & \text{sin.}\,a \ldots\ldots 9.9935 & \\
\qquad\qquad\;\; 0.0255 \ldots\ldots & \text{sec.}\,\varphi \ldots\ldots 0.0255 & -1.''74 \\
\qquad\qquad\;\; \underline{9.7160 +} \ldots & \triangle z \ldots\ldots \underline{9.7160 +} & \underline{-0.\,18} \\
\qquad\qquad\;\; 0.2394 - & \qquad\qquad\;\; 9.2571 + & \triangle G = -1.''92
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
t = 4^h\,32^m\,15^s\!.00 & \tfrac{1}{2}(t + t') = 4^h\,19^m\,45^s\!.00 & G' = 462^\circ\;\,7'\,46.''0 \\
t' = \underline{4\;\;\;7\;\;15.\,00} & \tfrac{1}{2}\triangle h = \qquad\;\; \underline{+\,0.\,02} & G' = \underline{262\;\;24\;\;13.\;7} \\
\tfrac{1}{2}(t - t') = 0^h\,12^m\,30^s\!.00 & \qquad\quad 4^h\,19^m\,45^s\!.02 & \tfrac{1}{2}(G' - G) = 99^\circ 51'\,46.''15 \\
\text{Marche} = \qquad +\,0.\,05 & \alpha = \underline{4\;\;21\;\;\;8\;\;55} & \text{Niveau} = \qquad +\,11.\,45 \\
\tfrac{1}{2}\triangle h = \qquad \underline{+\,0.\,02} & \triangle t_\circ = +\,1^m\,23^s\!.53 & \tfrac{1}{2}\triangle G = \qquad \underline{-\;\,0.\;96} \\
h = \begin{cases} 0^h\,12^m\,30^s\!.07 \\ 3^\circ\;\;7'\;\;31.''0 \end{cases} & & a = 99^\circ 51'\,56.''6
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\text{tan.}\,\delta \ldots 9.5343735 & \text{tan.}\,h \ldots\ldots 8.7371970 & \\
\text{cos.}\,h \ldots \underline{9.9993536} & \text{cos.}\,M \ldots 9.9758761 & M = 18^\circ\,55'\,15.''1 \\
\text{tan.}\,M \ldots 9.5350199 & \text{cot.}\,a \ldots \underline{9.2403284 -} & M - \phi = \underline{\;0\;\;30\;\;52.\;8 -} \\
 & \text{sin.}\,(M - \phi)\;7.9534015 - & \phi = 19^\circ\,26'\;\;7.''9
\end{array}$$

Cinq observations de cette étoile faites pendant la même nuit entre 3° et 15° de distance zénithale, me donnèrent les résultats moyens :

$$\triangle t_\circ = +\,1^m\,23^s\!.47 \qquad \phi = 19^\circ\,26'\;\;7.''52$$

Afin de faire voir la concordance des résultats individuels que l'on peut obtenir par cette méthode, je consignerai ici les résultats des observations que j'ai fait dans la ville de México. Ces observations n'ont été toutefois faites dans les meilleurs conditions possibles, car l'altazimut n'avait encore été fixé solidement au marbre qui couronnait le massif de pierre sur lequel je l'établis plus tard; et cette circonstance donnait lieu probablement à des petits mouvements azimutaux malgré le poids considérable de l'instrument.

Voici les divers résultats :

Dates	Par β Arietis ° ′ ″	Diff.	Dates	Par ε Tauri ° ′ ″	Diff
1871 Déc. 17	19 26 11. 2	3. 27	1872 Jan. 14	19 26 6. 1	1. 44
„ 18	„ „ 9. 5	1. 57	„ 16	„ „ 8. 0	0. 46
„ 19	„ „ 8. 3	0. 37	„ „	„ „ 8. 8	1. 26
„ 20	„ „ 7. 6	0. 33	„ „	„ „ 7. 8	0. 26
„ 21	„ „ 8. 0	0. 07	„ „	„ „ 8. 8	1. 26
„ „	„ „ 7. 5	0. 43	„ 17	„ „ 6. 8	0. 74
„ 23	„ „ 8. 9	0. 97	„ „	„ „ 6. 8	0. 74
„ „	„ „ 6. 1	1. 83	„ „	„ „ 6. 3	1. 24
„ „	„ „ 7. 9	0. 03	„ „	„ „ 8. 5	0. 96
„ „	„ „ 8. 2	0. 27	„ 18	„ „ 7. 7	0. 16
„ 25	„ „ 5. 6	2. 33	„ „	„ „ 9. 2	1. 66
„ „	„ „ 9. 4	1. 47	„ „	„ „ 8. 3	0. 76
„ „	„ „ 6. 4	1. 53	„ „	„ „ 8. 7	1. 16
„ 26	„ „ 8. 2	0. 27	„ 22	„ „ 6. 6	0. 94
„ „	„ „ 8. 3	0. 37	„ „	„ „ 7. 3	0. 24
„ „	„ „ 7. 9	0. 03	„ „	„ „ 6. 1	1, 44
1872 Déc. 30	„ „ 6. 4	1. 53	„ „	„ „ 6. 4	1. 14
„ „	„ „ 7. 4	0. 53	„ 23	„ „ 7. 0	0. 54
	φ = 19° 26′ 7.″93	[v]=17. 20	„ „	„ „ 7. 9	0. 36
			„ „	„ „ 7. 7	0. 16
			„ „	„ „ 7. 1	0. 44
			„ „	„ „ 7. 9	0. 36
				φ = 19° 26′ 7.″54	[v]=17.72

Pour apprécier la précision de ces résultats, on peut calculer les formules:

Erreur probable d'une observation $r = \pm\,0.8453\,\dfrac{[v]}{\sqrt{n\,(n-1)}}$

Erreur probable du résultat moyen $r_\circ = \dfrac{r}{\sqrt{n}}$

dans lesquelles n désigne le nombre de résultats de chaque série et $[v]$ la somme des différences par rapport au résultat moyen. En faisant les calculs on trouve :

Pour la première série $r = \pm\,0.''83$ $\qquad r_\circ = \pm\,0''20.$
Pour la seconde „ $r = \pm\,0.''70$ $\qquad r_\circ = \pm\,0''19.$

Peut être j'aurais dû rejeter le résultat du 17 Décembre, non pas précisément parce qu'il diffère le plus de la moyenne, mais parce qu'il est noté comme douteux dans le livre d'observations, étant la première de ce genre que je faisais. Cependant en les admettant tous, et prenant le résultat de chaque série en raison inverse du carré de son erreur probable r, on trouve....... $\phi = 19^\circ\,26'\;\;7.''7$ pour latitude d'après ces observations.

Par les nombres ci-dessus on peut juger de l'accord parfait qu'il est possible d'obtenir en opérant soigneusement, et je me propose d'employer cette manière de déterminer la latitude, en combinaison avec les procédés connus, dans la station où je vais observer le passage de Vénus. Si la nouvelle méthode est accueillie avec bienveillance par les astronomes, j'ose leur demander pour elle le nom de *méthode mexicaine.*

F. Diaz Covarrubias.