En el polo, cuya temperatura media se calcula en $-16°11$ C. $=3°$ F.

$$U=\frac{352.795}{272.85-16.11}=1.3780 \text{ gramos}$$

$$U=\frac{39.61}{459.13+3}=0.08571 \text{ de libra.}$$

Se dice que la temperatura mínima observada en el aire es de $-48°88$ C. $= -56°$ F.; en este caso el último litro y pié serán

$$U=\frac{352.795}{272.85-48.88}=1.4546 \text{ gramos}$$

$$U=\frac{39.61}{459.13-56}=0.0982 \text{ de libra.}$$

Si fuese posible que el aire permaneciera gaseoso á la temperatura de 1°absoluto $= -271°85$ C. $= -458°13$ F., los pesos aludidos serían

$$U=\frac{352.795}{272.85-271.85}=352.7950 \text{ gramos}$$

$$U=\frac{39.61}{459.13-458.13}=39.61 \text{ libras.}$$

CAPÍTULO III.

—

AVERIGUACION DEL PRIMER TERMINO, DE LA DIFERENCIA Y DEL NUMERO DE TERMINOS DE LA PROGRESION ATMOSFERICA: ALTURAS DE LA ATMOSFERA EN DIFERENTES TEMPERATURAS: COMPROBACION.

23.—Ya vemos, por lo expuesto, que existen dos datos conocidos ó averiguables, el último término de la progresión y la suma de todos los términos, esto es, el peso de la última capa de aire y el de toda la columna atmosférica respectiva. ¿Serán tales datos suficientes para hallar los demás elementos? Voy á demostrar que sí; y para este efecto conviene designar á todos ellos por medio de letras, para sujetarlos al análisis algebraico, llamando A al primer término, que será el peso de un decímetro cúbico de aire en la cima de la columna atmosférica, lindando con el vacío, el cual vendrá á representar la unidad de la medida de dicho gas; 2A la diferencia de los términos de la progresión, la cual, según su propiedad característica, es siempre el doble del primero; H el número de ellos, que representará la altura de la atmósfera; U el último, al nivel del mar; y S la suma de todos ó su peso acumulado.

24.—Comenzaré por averiguar el peso del primer decímetro cúbico de aire A, lo que parecerá un acto de audacia, pues nadie hasta aquí lo ha hecho, ni aun intentado, pero los argumentos matemáticos son de una lógica incontrastable. Con este objeto haré observar lo que ya es bien sabido, que en la progresión 1, 3, 5, 7, 9. . . . . que vengo examinando, la suma de sus términos es igual al primero de ellos multiplicado por el cuadrado de su número; esto es, si la progresión consta de dos, su suma $1 + 3$ es igual á 1 multiplicado por 4, que es el cuadrado de 2; si consta de tres, $1+3+5$ son iguales á 1 multiplicado por 9, que es cuadrado de 3; si de cuatro, $1+3+5+7$ son iguales á 1 multiplicado por 16, cuadrado de 4: lo que quiere decir, que el peso de la atmósfera es igual al del primer término de arriba multiplicado por el cuadrado de la altura. De consiguiente, si aplicamos al caso la nomenclatura algebraica que dejé establecida en el párrafo anterior, tendremos

$$S = A H^2;$$

y despejando H, hallaremos

$$H = \sqrt{\frac{S}{A}} \qquad (1).$$

Por otra parte, en matemáticas es una cosa demostrada, que el número de los términos de una progresión aritmética es igual á la suma del primero y del último, partida por la diferencia de la progresión, esto es,

$$H = \frac{A+U}{2A} \qquad (2)$$

25.— Si los dos primeros miembros de las dos ecuaciones próximo–precedentes son iguales, deben serlo también entre sí los dos segundos, y por lo tanto será

$$\sqrt{\frac{S}{A}} = \frac{A+U}{2A},$$

y despejando A, resulta

$$A = 2S - U - 2\sqrt{S(S-U)},$$

y por consiguiente, sin más datos que el peso de la atmósfera S y el del último decímetro cúbico de aire al nivel del mar U, quedará averiguado el del primer decímetro cúbico del mismo fluido A en los lindes con el vacío. Yo, sin embargo, simplifico esta ecuación, haciendo

$$\sqrt{\frac{S}{A}} = \frac{A+U}{2A} = \frac{U}{2A} + \frac{1}{2},$$

y suprimiendo el término $\frac{1}{2}$ por su insignificante valor relativo, y porque algo complica las operaciones, obtengo la ecuación

$$\sqrt{\frac{S}{A}} = \frac{U}{2A},$$

de la cual, despejando el término que me he propuesto, deduzco

$$A = \frac{U^2}{4S} \qquad (3).$$

Esta ecuación, sin embargo, sólo es muy aproximada tratándose de la altura total de la atmósfera, pero no respecto de alturas menores.

26.—Si se desea hallar la incógnita A, sustitúyanse por U y por S los valores que se les han dado respectivamente en los párrafos 17 y 22, como voy á hacerlo á continuación, siguiendo el orden en que los problemas están propuestos en el último de los párrafos citados.

A la temperatura de congelación del agua en la capa aérea inferior, el litro y el pié cúbico de aire en la parte superior de la atmósfera serán:

$$A = \frac{U^2}{4S} = \frac{1.2930^2}{4+103300} = \frac{1.6718}{413200} = 0.000004046 \text{ de gramo}$$

$$A = \frac{U^2}{4S} = \frac{0.08065^2}{4\times 2121} = \frac{0.0065044}{8484} = 0.0000007667 \text{ de libra.}$$

A la temperatura de 27°77 C. serán respectivamente:

0.000003333 de gramo, y 0.0000006316 de libra.

A la de 11°11:

0.0000037356, y 0.0000007077.

A la de −5°55:

0.000004230, y 0.0000007987

A la de −16°11:

0.000004602, y 0.0000008658.

A la de −48°88:

0.000005121, y 0.0000011366.

A la de −271°85 (1° absoluto):

0.3012 gramos, y 0.05705 libras.

27.—Conocido así el valor del primer término A, tendremos en el doble de él la diferencia de la progresión que nos ocupa 1, 3, 5, 7. . . . . y que es al mismo tiempo el primer término de las densidades finales que crecen como 2, 4, 6, 8. . . . . , según se ha manifestado antes.

28.—Asimismo, será ya fácil averiguar el número de términos H, ó la altura de la atmósfera, mediante cualquiera de las fórmulas (1) y (2) sentadas en el párrafo 24, cuyos segundos miembros son ya fáciles de conocer. Emplearé la segunda, por ser más sencilla, y deduciré las alturas atmosféricas correspondientes á las temperaturas que se han supuesto en los párrafos 22 y 26, con los mismos datos allí obtenidos.

A la temperatura 0° del Centígrado, la altura atmosférica será en metros y en piés ingleses:

$$H = \frac{A+U}{2A} = \frac{0.000004046+1.293}{0.000008092} = 159788 \text{ decímetros} = (15978.80 \text{ metros.}$$

$$H = \frac{A+U}{2A} = \frac{0.0000007667+0.08065}{0.0000015334} = 52609 \text{ piés.}$$

A la temperatura de 27°77, las alturas en ambas medidas serán:

17609 metros; 57948 piés,

A la de 11°11:

16629 metros, y 54740 piés,

casi cuatro leguas mexicanas.

A la de −5°55:

15600 metros, y 51534 piés.

A la de −16°11:

14972 metros, y 49498 piés.

A la de −48°88:

14202 metros, y 43200 piés.

A la de 1° absoluto:

58.56 metros, y 193 piés.

29.—Como se ve, la temperatura es un factor importantísimo y, á mi juicio, el único con que debe contarse en la elevación ó depresión de la altura de la atmósfera. Todas las fuerzas que obran sobre ésta, produciendo condensación ó dilatación, se resuelven en cambios de calor. Estos cambios se manifiestan con motivo de la compresión gradual de las capas de aire de arriba abajo, provenientes de la acumulación progresiva de ellas en la columna atmosférica, como explicaré más adelante. Proceden también de la fuerza centrífuga por una parte, dilatando el aire más y más hácia el ecuador, y de la gravedad por la otra, condensándolo más y más hácia los polos, lo que hace que dichas regiones no sean respectivamente tan cálidas ni tan frías, como lo serían sin la dilatación y condensación expresadas. Deben originarse asimismo por las atracciones del sol y de la luna, motivando expansión por un lado y compresión por el opuesto hemisferio. Quizá se adviertan igualmente en las oscilaciones de la atmósfera, cuando al seguir ésta á la tierra en su carrera desigual al rededor del sol, se infla ó deprime alternativamente en la parte anterior ó posterior de la dirección del movimiento de nuestro planeta. Pero dichos cambios de calor dimanan más directa y principalmente de la radiación solar, que bañando la columna aérea más ó menos cerca y más ó menos á plomo, eleva ó abate su altura, enrareciendo ó condensando cada una de las capas que la componen. Por estas causas, la temperatura de la capa inferior, revelando el estado térmico relativo de las superiores, sirve para calcular la amplitud de su volúmen, y de consiguiente la altura formada por todas ellas.

30.—La altura de la atmósfera, por lo expuesto, depende en mucha parte de la alternativa de las estaciones, de los días, de las noches y aun de cada momento, de las distancias de la luna y del sol, de la rotación de las manchas de este astro que alteran la intensidad de sus rayos caloríficos y de otras varias causas que deben producir en el piélago aéreo, con los cambios de temperatura, modificaciones continuas en su densidad y volúmen, mareas constantes, concordando en períodos con las del océano de agua, pero quizá tanto más altas y más violentas, cuanto la densidad de un elemento dista más de la del otro. Es cierto que las capas de aire contiguas al suelo están sujetas á irregularidades en su temperatura, á causa de ciertos accidentes locales, pero casi lo mismo sucede con las demás; y sobre todo, esas irregularidades perturban á veces la normalidad térmica de la parte inferior de una columna atmosférica, pero no pueden destruirla.

31.—No quiero pasar adelante, sin dejar comprobada la demostración que he hecho de las alturas de los aires por otro medio más directo, y para esto, á fin de no acumular ejemplos, concretaré mis referencias á algunos de los casos de que me he ocupado anteriormente. El barómetro, lo mismo que la bomba para sacar agua, son como dos balanzas fidelísimas, en que se contrapesan y equilibran dos cuerpos de diversa densidad, esto es, el mercurio y el agua respectivamente con el aire, y tanto gravita hácia la tierra una columna de 76 centímetros de altura del primer fluido, como otra de 10.3345 metros del segundo, ú otra del tercero elevada hasta su nivel superior, todas por supuesto de igual corte transversal. En esos instrumentos mantienen dichos fluidos entre sí la misma posición y producen los mismos efectos que si se hallasen contenidos en vasos comunicantes, y ya se sabe, porque es una ley reconocida en la Hidrostática, que las alturas de las columnas que en vasos comunicantes se equilibran, están en razón inversa de las densidades de los fluidos respectivos. En consecuencia, podrá plantearse esta proporción: como la densidad del aire es á la del mercurio ó del agua, así la altura del mercurio ó del agua será á la del aire. Y siendo que los tres primeros términos de la proporción sentada son fáciles de determinar, es claro que por ellos

puede venirse en conocimiento del cuarto, que es la altura atmosférica en el lugar de que se trata.

32.—Debe tenerse presente, que para averiguar la densidad de los fluidos en función de la temperatura, hay en Física la fórmula

$$d' = \frac{d}{1+a\,(t-t')},$$

en la cual d' significa la densidad que se busca, d la que se toma como punto de comparación, a el coeficiente de dilatación y $t-t'$ la diferencia de temperaturas. Sabemos que el mercurio tiene una densidad de 13.598 á cero grados del Centígrado, y que su expansión es de 0.00018 de su volúmen por grado; y el aire tiene una densidad de 0.001293 á cero, dilatándose 0.003665 de su volúmen, también por cada grado de calor. Ahora, si buscamos la densidad de estos fluidos á cualquiera temperatura, por ejemplo, á los 11°11, que es la que reina por término medio á los 45° de latitud, tendremos

$$d' = \frac{d}{1+a\,(t-t')} = \frac{13.598}{1+(0.00018\times 11.11)} = 13.571 \text{ para el}$$

mercurio, y

$$d' = \frac{d}{1+a\,(t-t')} = \frac{0.001293}{1+(0.003665\times 11.11)} = 0.001242 \text{ para}$$

el aire. Hay que advertir, que como esta última densidad es la del aire al nivel del mar, y la correspondiente á la cima, confundiéndose con el vacío, es igual á cero, es claro que la densidad media de toda la columna es $\frac{0.001242}{2} =$

0.000621. Además, sabemos por Ganot (Tratado elemental de Física, número 317) que la densidad del agua á los 11°11 es 0.99965.

33.—Obtenidas estas densidades, y conocida como es la altura del mercurio en el barómetro, que es de 76 centímetros, y la del agua en las bombas, al nivel del mar, que es de 10.33 metros, la cual llamaremos h, así como H la del aire que se busca, plantearemos la siguiente proporción recíproca:

$$d' : d = h : \mathrm{H},$$

de donde sale

$$\mathrm{H} = \frac{dh}{d'};$$

y haciendo la aplicación de su resultado á los dos casos propuestos, hallaremos:

$$\mathrm{H} = \frac{dh}{d'} = \frac{13.571 \times 76}{0.000621} = 16610 \text{ metros.}$$

$$\mathrm{H} = \frac{dh}{d'} = \frac{0.99965 \times 10.33}{0.000621} = 16629 \text{ metros.}$$

Estas cifras son una repetición aproximada de la altura atmosférica á los 45° de latitud, obtenida por el método que expuse primero, lo que prueba la verdad de mis razonamientos, prescindiendo de ligeras diferencias, provenientes sin duda de la inevitable falta de exactitud en los datos acerca de un elemento tan variable.

34.—Se ha tratado de medir ópticamente la altura de la atmósfera por la duración de los crepúsculos, medio expuesto á notables inexactitudes, pero que puede corro-

borar de algún modo los resultados obtenidos por los métodos á que antes me he referido. El procedimiento es el siguiente: Sea en la figura 2 adjunta, que representa la tierra con su atmósfera, el horizonte FACB, en el punto que ocupa el observador A. Cuando se vean los postreros rayos del sol, alumbrando la extrema parte visible de la atmósfera en C, el astro estará en J, y habrá bajado desde su ocaso cierto número de grados, de los que es preciso deducir 33′ por la refracción horizontal causada en el tránsito de la luz de D á C, y otros tantos por la de J á D. Ahora bien, el ángulo BCJ es suplementario del otro FCJ, pues entre los dos hacen 180°; luego, conocido el primero por la observación, lo será el segundo, y también su mitad, que es el ángulo ACO, y como este triángulo es recto en A, también será conocido el ángulo en O, que es igual á la diferencia de los otros dos á 180°. Conocidos los tres ángulos y el lado AO, que es el radio de la tierra, se deduce por trigonometría el lado CO, del cual sustraído EO, igual á AO, resulta el valor de CE, altura de la atmósfera.

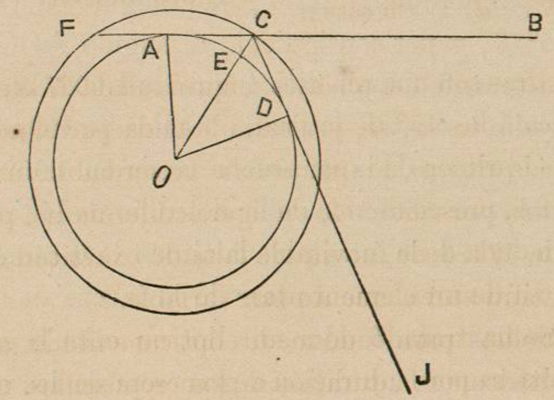

Figura 2.

35.—Entre los astrónomos se distinguen dos clases de crepúsculos. El primero es producido por la luz directa del sol, que bajando desde el horizonte en B termina en J, donde lanza sus últimos rayos á la atmósfera en C, visible desde A, y entonces ha recorrido, según unos, 8 grados, según otros, 11. El segundo es producido por la luz difusa del mismo sol, cuando éste, bajando todavía más, ya no puede comunicar su luz directa al aire que aparece sobre el horizonte, y termina cuando la noche es cerrada y ha concluido toda luz, en cuyo momento se dice que el descenso del astro importa 18 grados. Como el ángulo de difusión de la luz solar no sé que sea calculable, juzgo que este crepúsculo no puede servir de base para un cálculo sobre la altura atmosférica; mas el primero bien puede prestar este servicio, aunque no ofrezca mediana precisión.

36.—Si en lugar de 8 ú 11 grados, suponemos que el primer crepúsculo concluye cuando el sol ha bajado un término medio entre aquellos dos guarismos, esto es, 9°30′, hecha la deducción de 1°6′ de que hablé en el párrafo 34, quedan 8°24′, que restados de 180° y partiendo el residuo por la mitad, resulta para el ángulo ACO el valor de 85°48′, y por consiguiente al ángulo AOC el de 4°12′. La secante OC de este ángulo es 1.0027 en medidas del radio terrestre, y siendo 1 el radio EO, es evidente que la altura de la atmósfera queda en 0.0027, que multiplicada por 6366513, valor del radio de la tierra en metros, da 17189 de éstos para la altura de la atmósfera. Por esta cifra se ve, que á pesar de la inconsistencia de los crepúsculos para fundar en ellos un cálculo exacto, dan resultados que no difieren gran cosa de los que he obtenido en los cálculos precedentes.

37.—En México calculé, con el reloj, en media hora la duración del primer crepúsculo, aunque no me lisonjeo de la exactitud, y como ese tiempo equivale á 7°30′ de arco, deduje para la altura atmosférica 13370 metros, que añadidos á 2131 que tiene la ciudad sobre el nivel del mar, hacen un total de 15500 metros, cantidad que tampoco es desproporcionada con relación á las alturas más comunes de la atmósfera.