la parte segunda de este opúsculo, en que debo desarrollar mi teoría sobre la distribución del calor en la atmósfera, propondré una fórmula, que no exige más que la indicación del termómetro y del barómetro en cualquiera parte de la columna aérea, para dar la altura correspondiente al punto de observación, y aun la de toda la columna.

CAPÍTULO V.

DIFERENCIA ENTRE LA DENSIDAD Y EL PESO DE LA ATMOSFERA: FORMULA ERRONEA DE MR. LAPLACE PARA CALCULAR ALTURAS: EJEMPLOS DE ALGUNAS DE ESTAS EXAGERADAS: DIAGRAMA DE LAS PROGRESIONES ATMOSFERICAS.

55.—Aquí es el momento oportuno para tratar de dos puntos, cuya dilucidación habrá de contribuir en gran manera á poner en perfecta claridad mi teoría sobre la conformación de la atmósfera. El primero es la explicación de por qué la densidad del aire, que debe ser el resultado de la presión, no crece en razón del peso de las capas aéreas superpuestas, cuestión que hasta hoy ha sido el tormento de los físicos, induciéndolos con justicia aun á dudar del influjo de la ley de Mariotte en este caso de presiones de gases por gases. El segundo es la medida de las alturas por el barómetro con la fórmula que hasta ahora se ha usado para ese efecto con más crédito, la cual, sin embargo, da un resultado que continuamente debe exceder más y más del positivo, conforme las alturas vayan siendo mayores.

56.—En cuanto al primero, es preciso convenir en que la densidad de cada capa no crece en la misma proporción que el peso de las superiores que sobre ella gravitan.

Las densidades medias ascienden como 1, 3, 5, 7..., las finales como 2, 4, 6, 8..., y siendo que los pesos, comenzando también con un término primero igual al de las otras progresiones, marchan más rápidamente, esto es, como 1, 4, 9, 16..., es inconcuso que éstos no guardan la misma proporcionalidad que aquellas. Y la razón es clara, puesto que las densidades son el resultado de las presiones sobre cada capa, según dejé demostrado en los párrafos 6 á 10, y los pesos son el resultado de la suma de esas presiones: aquellas representan el peso de las capas aisladamente, éstos el de las capas acumuladas. De aquí se sigue, que si los pesos aumentan como el cuadrado de los espacios, y las densidades finales como el doble de éstos, deben ellas hallarse como el doble de la raíz cuadrada de los pesos, y por lo mismo no pueden confundirse los pesos con las densidades. No tiene, pues, lugar en este caso, la ley de Mariotte en cuanto al peso del aire de arriba que carga sobre el de abajo, sino en cuanto á la presión que le va imprimiendo la fuerza de gravedad, que hemos visto que crece como las densidades medias. Algún autor afirma que las densidades del aire son proporcionales á las alturas del azogue en el barómetro. Por lo dicho, esto es una equivocación, pues el barómetro acusa el peso del aire y no su densidad.

57.—Voy en seguida á ocuparme del otro punto, demostrando no sólo la inexactitud científica de la fórmula dada por Mr. Laplace, conforme á la cual se han construido las tablas barométricas para el cómputo de las alturas, sino también el excesivo apartamiento de los resultados de ese cómputo respecto de la verdad ó de una prudente aproximación.

58.—La fórmula, prescindiendo por ahora de algunas correcciones que suelen hacérsele, y de las cuales me ocuparé también en la parte segunda, es

$$Z = \log.\frac{H}{h} \times 18336,$$

en la que Z es la altura que se busca, ó la distancia vertical entre dos lugares, H la altura del barómetro en el lugar más bajo, h en el más alto, 18336 la altura media que se atribuye á la atmósfera en metros. El fundamento del cálculo estriba en la aserción de que, á alturas sucesivas en la atmósfera, que crezcan en progresión aritmética, la densidad de las capas de aire correspondientes disminuirá en progresión geométrica, y que siendo estas densidades proporcionales á la altura del azogue en el barómetro, se sigue que la diferencia de alturas entre dos lugares debe ser proporcional á la diferencia de los logaritmos de las alturas del barómetro.

59.—Quiero suponer, que en vez de la densidad de las capas de aire, que, según he probado, crece de arriba abajo en progresión aritmética, y por consiguiente disminuye de abajo arriba en la misma progresión y no en la geométrica, quiero suponer, repito, que en vez de la densidad hubo la intención de hablar del peso de la columna atmosférica, que es lo único que revela el referido instrumento. Pues, aun en este caso, sostengo que no hay tal progresión geométrica, y por lo tanto, falta absolutamente el fundamento del cálculo de donde se ha originado la fórmula, porque, repitiendo lo que tantas veces he dicho anteriormente, al lado de la progresión de alturas sucesivas que de arriba abajo viene como 1, 2, 3, 4. . . . , desciende otra de las densidades finales de cada espacio 2, 4, 6, 8. . . , otra de las densidades medias ó del peso de las mismas capas como 1, 3, 5, 7. . . , y otra de los pesos de ellas sucesivamente acumulados ó sumados como 1, $1+3=4$, $4+5=9$, $9+7=16$, esto es, 1, 4, 9, 16, etc., ninguna de las cuales es geométrica, todas son aritméticas, y la última lo es de segundo orden, no pudiendo, por lo mismo, fundar el empleo de logaritmos para la investigación de alturas, como hasta ahora se ha hecho.

60.—Y no solamente no hay en este caso ninguna progresión geométrica, pero ni puede haberla, dada la manera como se forma la serie, pues siendo que unas capas van recargando sobre las otras, sólo se verifica en este evento una acumulación progresiva de pesos, y esos pesos acumulados no envuelven, por cierto, una multiplicación, sino una simple adición, una suma continua de los términos hasta llegar al propuesto. Y como por otra parte es bien sabido que con sumas, y no con multiplicaciones, se desarrollan las progresiones aritméticas, por eso digo, que aquí solo puede haber de éstas y no de las geométricas, y que por lo tanto la fórmula indicada es científicamente inexacta.

61.—De aquí viene que es también, y debe ser forzosamente, absurda en sus resultados y contradictoria consigo misma, para demostración de lo cual me voy á valer de puros ejemplos, patentizando su completa falta de adecuación para el objeto á que está destinada. Doy el caso, que se pretenda averiguar la altura sobre el nivel del mar, de un punto atmosférico, donde la columna barométrica tenga ya sobre sí muy poco peso, hallándose re-

ducida, quiero suponer, á 76 milímetros, esto es, á la décima parte del peso total, que es de 760. En este supuesto será

$$Z=\log.\frac{H}{h}\times 18336=\log.\frac{760}{76}\times 18336=18336 \text{ metros.}$$

Aquí el logaritmo de 760 dividido por 76 es igual al logaritmo de 10, el logaritmo de este número es 1, y 1 multiplicado por 18336 da esta misma cantidad en metros por altura del lugar propuesto, es decir, da la misma cantidad que si se tratara de la altura total de la atmósfera, resultando de allí que la parte es igual al todo.

62.—Supongamos ahora que el mercurio haya bajado hasta quedar en 7.6 milímetros, y tendremos entonces que 760 partido por 7.6, da por cociente 100, que el logaritmo de 100 es 2, el cual multiplicado por 18336 da 36672 metros de altura atmosférica, resultando de esto, que la parte es el doble del todo. Si sucesivamente suponemos que baje el mercurio hasta 0.76, 0.076, 0.0076 milímetros etc., hallaremos por el mismo procedimiento, que la altura del punto intra-atmosférico indicado sube hasta el triple, cuádruplo ó quíntuplo de la altura de 18336 que se ha atribuido á nuestra envolvente gaseosa. Pero el resultado es todavía más repugnante á la razón, considerando al denominador de la fracción $\frac{H}{h}$ de tal manera disminuido, que quede reducido á cero, como no podría dejar de suceder al terminar la altura del fluido aéreo y comenzar el vacío. Pues bien, en tal caso $\frac{H}{0}$ es igual al infinito, y fíjese la atención en que resulta de la fórmula una altura infinita, precisamente cuando se la ha supuesto finita, por haber cesado toda presión barométrica, por haber quedado *h* reducido á cero, lo cual envuelve una contradicción inexplicable, un absurdo inconcebible. Es, por otra parte, matemáticamente cierto, que la progresión geométrica descendente no tiene límite, y lo es en Física que la atmósfera debe tenerlo, luego es incompatible el decrecimiento de las masas aéreas con la progresión geométrica indicada. Con semejantes resultados no es posible sostener una fórmula como la de que me ocupo, que se excede á sí misma, salta sobre sus límites naturales ó supuestos, se dispara y se precipita al abismo de lo inconmensurable.

63.—La causa de haberse introducido y conservado este error, proviene quizá de que en cortas alturas, al alcance de la investigación experimental del hombre, casi coinciden los términos de la progresión geométrica, que supone la fórmula del eminente físico francés, con la aritmética que siguen las densidades aéreas; pero á mayores elevaciones, cuando ya no se puede comprobar ni aun aproximadamente la verdad, van aquellos divergiendo más y más entre sí, hasta llegar los resultados de la referida fórmula á cantidades inverosímiles y aun imposibles. En efecto, partiendo de la superficie del mar ambas progresiones en sentido descendente, en el comienzo los términos de la geométrica son muy poco menores que los de la aritmética; vienen luego á coincidir unos y otros en un solo punto; y en seguida los de la primera van quedando superiores á los de la segunda con un exceso ya algo apreciable, el que á cada paso se va acentuando más y más hasta abortar en el absurdo, no siendo posible conocerlo sino por el cálculo y la inducción racional.

64.—He aquí á la vista un ejemplo compendiado de esas progresiones comparadas, suponiendo, para ver luego los resultados, que la diferencia de la geométrica sea 1.25, y despreciando en ella las fracciones para mayor claridad.

Aritmética. 100, 81, 64, 49, 36, 25, 16, 9, 4, 1, 0.
Geométrica. 100, 80, 64, 51, 41, 33, 26, 21, 16, 13, 10....

Aquí se ve con toda luz, cómo es que siendo el primer término idéntico en ambas progresiones, el segundo aparece mayor en la aritmética que en la geométrica, el tercero es igual en una y otra, pero ya el cuarto es mayor en la segunda que en la primera, y los demás de la misma siguen creciendo de tal modo, que al terminar la aritmética con 0, la geométrica representa un término como 10, y continúa así en una serie de límite indefinido.

65.—Parece que la coincidencia á que me he referido en el párrafo 63, se verifica poco más ó menos cuando el barómetro señala algo más de 500 milímetros, á una altura aproximada de 3000 metros, en el caso de que la columna atmosférica cuente un total de 16600. Cuando dicho instrumento señale 380 milímetros, que es la mitad del peso del aire, en las circunstancias indicadas en el párrafo 49, la altura será, según allí calculé, de 4871 metros, y según la fórmula de Laplace 5520, con 649 de diferencia. Si señalase 253.33 milímetros, tercera parte del peso, las alturas respectivas serían 7018 y 8749 metros, con una diferencia de 1731. Y si la indicación fuese de 190 milímetros, cuarta parte, las alturas serían 8314 y 11040 metros, siendo la diferencia 2726. Todo lo cual demuestra ejemplarmente el aumento creciente de las diferencias en favor de la supuesta progresión geométrica.

66.—Por este motivo, me parece también que algunas alturas calculadas con dicha fórmula se expresan con un guarismo mayor de lo que debiera ser en realidad. En Julio de 1804, con una temperatura de 31° Centígrados, verificó Mr. Gay-Lussac una ascensión aeronáutica en París, cuya altura sobre el nivel del mar es de 64 metros, siendo la altura barométrica 325 milímetros en el punto más culminante de su viaje aéreo. La temperatura debiera tomarse al nivel del mar, 64 metros más abajo del piso de París, lo cual aumentaría, aunque bien poco, su graduación; pero la dejo tal como está, teniendo en cuenta que en la ciudad debe siempre reinar mayor calor que el regular. El peso del decímetro cúbico de aire al pié y en la cabeza de la columna, y la altura de ésta, debían ser en tales circunstancias (21, 25 y 28)

$$U = \frac{352.795}{272.85+31} = 1.161 \text{ gramos.}$$

$$A = \frac{U^2}{4S} = \frac{1.3479}{413200} = 0.000003262 \text{ de gramo.}$$

$$H = \frac{A+U}{2A} = \frac{1.161003262}{0.000006524} = 17797 \text{ metros.}$$

Como el barómetro en su mayor descenso señaló 325 milímetros, la altura correspondiente á esa indicación del instrumento debió ser (51)

$$h = H\left(1 - \frac{\sqrt{p}}{27.568}\right) = 17797\left(1 - \frac{\sqrt{325}}{27.568}\right) = 6128 \text{ metros.}$$

Deducida esta cantidad de la de 7016 metros, á que, se-

gún se dice, ascendió el sabio físico francés, resulta una diferencia de 888 metros.

67.—Un exceso más notable se observa en el cálculo de las ascensiones que verificaron Mr. Glaisher en 5 de Septiembre de 1862, y Mr. Welsh en Noviembre de no sé qué año, ambos cerca de la ciudad de Lóndres y desde muy pequeña altura sobre el nivel del mar; y la razón de ser mayor el exceso aludido, es porque fué mayor la elevación y mayor por consiguiente la divergencia que debía acusar la fórmula de Mr. Laplace. Respecto de la primera, la temperatura observada al partir el globo, era de 15° Centígrados; la altura mínima del barómetro fué de 165 milímetros; y la que se calculó desde el nivel del mar hasta el punto de la mayor subida, fué de 11000 metros. Tocante á la segunda, la temperatura en el suelo era de 9°6 Centígrados, la altura del mercurio 311 milímetros, y la correspondiente del aire se calculó en 6989 metros. Pues bien, practicando ahora operaciones semejantes á las del párrafo anterior, obtendremos los resultados siguientes:

En la ascensión de Glaisher.

$$H = \frac{A+U}{2A} = \frac{1.225603635}{0.00000727} = 16858 \text{ metros.}$$

$$h = 16858\left(1 - \frac{\sqrt{165}}{27.568}\right) = 9004 \text{ metros.}$$

Si de 11000 se deducen 9004, resulta una diferencia de 1996 metros. Dividiendo 9004 por 16858, resulta que el atrevido aeronauta subió un cincuenta y cuatro por ciento de la altura que en la actualidad tenía la atmósfera, es decir, pasó 575 metros más allá de su mitad. El litro de aire, que abajo pesaba 1.2256 gramos, quedó en 0.57, reduciéndose su densidad á un cuarenta y seis por ciento.

En la ascensión de Welsh.

$$H = \frac{A+U}{2A} = \frac{1.249003776}{0.000007552} = 16543 \text{ metros.}$$

$$h = 16543\left(1 - \frac{\sqrt{311}}{27.568}\right) = 5960 \text{ metros.}$$

Restando esta cantidad de la de 6989 metros que se han calculado por máxima altura en esta ascensión, queda una diferencia de 1029 metros.

68.—Para dar una representación gráfica de la estructura de la atmósfera, he formado un cuadro que se ve á continuación, en el que supongo la altura de aquella en 16000 metros. (*Véase la figura 3.*) En la primera línea vertical de la derecha se hallan las alturas sucesivas en orden de progresión simple, comenzando desde cero, 2000, 4000, 6000 etc. En las líneas horizontales PR, OS, NT.... están representadas las densidades finales de las capas aéreas, que comenzando desde arriba Q con cero, siguen también una progresión de primer orden, como 2, 4, 6, 8...., cantidades que se pueden comprobar por el crecimiento matemático de los triángulos QPR, QOS, QNT etc. Los paralelógramos AQRB, BRSC, CSTD etc., representan el volúmen de las capas; los trapecios AQPB, BPOC, COND..... su enrarecimiento; y el triángulo QPR, así como los trapecios PROS, OSNT..... la masa creciente

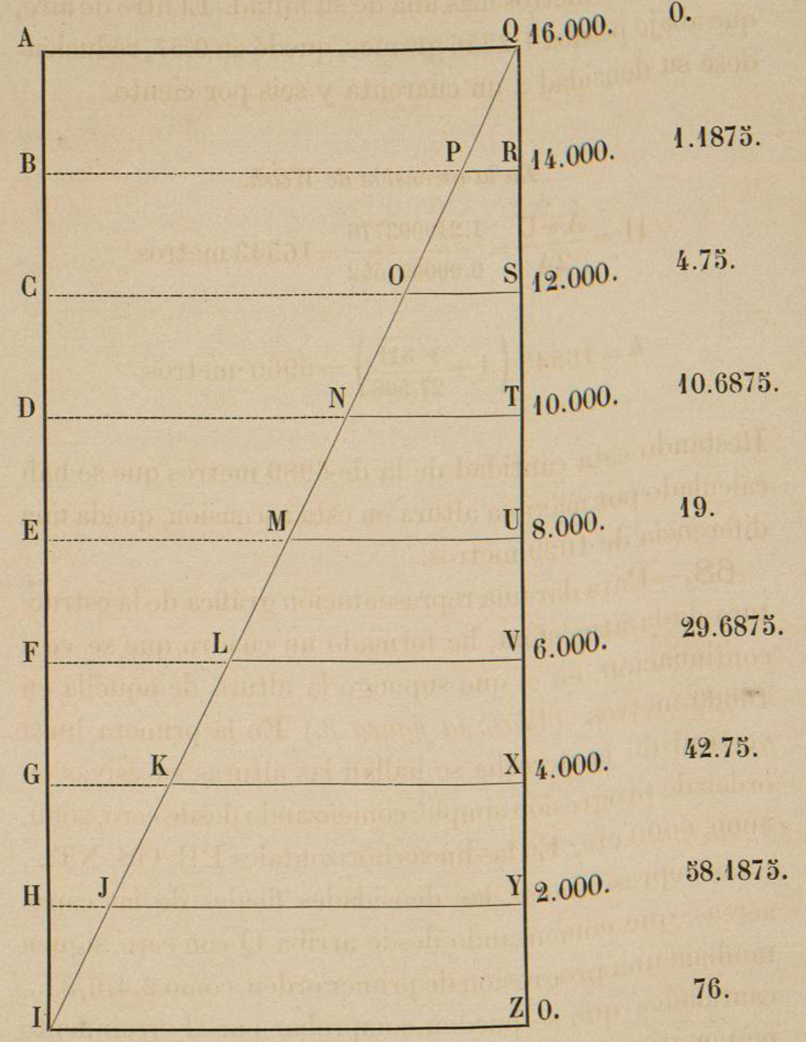

Figura 3.

Diagrama de la estructura atmosférica, demostrando la densidad y peso del aire con relación á los espacios.

de las mismas, ó lo que yo he llamado su densidad media, en el orden de 1, 3, 5, 7. . . . , pues esta progresión siguen sus áreas. Por último, si sucesivamente vamos sumando estas masas, hallaremos que, si el triángulo QPR es 1, se prueba en matemáticas, que QOS es 4, QNT es 9, y de este modo van creciendo en adelante los pesos de todas las capas superiores como los cuadrados de las profundidades de la atmósfera, esto es, como 1, 4, 9, 16. . . . El peso de estas capas en centímetros de la escala barométrica, según la altura dada, está expresado en la otra columna de números de la derecha 1.1875, 4.75, 10.6875 etc., hasta concluir en 76.00, que es el total de la escala.