CAPÍTULO III.

PROGRESIONES TERMICAS: ESCALA ATMOSFERICA: AVERIGUACION DE LOS ELEMENTOS DE DICHAS PROGRESIONES: GRADOS DE CALOR EN LA ATMOSFERA: ESPACIO CORRESPONDIENTE AL PRIMER GRADO: ESPACIO CORRESPONDIENTE AL ULTIMO: CONVERSION DE LA TEMPERATURA ATMOSFERICA EN TERMOMETRICA: CASOS PRACTICOS.

111.—He demostrado que el calor del aire aumenta de arriba para abajo como el cuadrado de los espacios, siendo ésta la segunda de las leyes que he dejado establecidas en el capítulo primero de esta segunda parte; y como el peso de la atmósfera, revelado por el barómetro, crece también en la misma proporción y dirección, principio que igualmente dejé fundado en la primera parte, se infiere que el peso y el calor de la atmósfera marchan al mismo compás, formando una progresión semejante. En consecuencia, si los pesos sucesivos de cada capa atmosférica van siendo como 1, 3, 5, 7, 9. . . . , y los totales como 1, 4, 9, 16. . . . , los grados de calor correspondientes á espacios iguales irán creciendo también como 1, 3, 5, 7. . . . ,

y los totales, contando desde el primero de arriba, serán como 1, 4, 9, 16. . . . .

112.—Ahora bien, si los grados de calor vienen creciendo como el cuadrado de los espacios, es evidente que, á la inversa, los espacios crecerán como la raíz cuadrada de los grados de calor; es decir, al primer grado, desarrollado dentro de la atmósfera, corresponderá un espacio como 1; al primero y segundo, un espacio como 1.41; al primero, segundo y tercero, un espacio como 1.73; y por lo tanto á cada uno de ellos aisladamente tocarán espacios sucesivos como 1, 0.41, 0.32, 0.27. . . . , como dejé explicado en los párrafos 13 y 85. Hay, pues, que considerar en el presente caso cuatro progresiones: las dos primeras, que marcan las temperaturas en función de espacios iguales y sucesivos 1, 2, 3 . . . . ; y las otras dos, que señalan los espacios en función de los grados también iguales 1, 2, 3, 4. . . . .

113.—Para la mejor inteligencia hay necesidad de advertir, que los grados á que por ahora me refiero, no son termométricos; tienen la misma extensión que los del Centígrado, pero su numeración no arranca de cero en el punto de congelación del agua. Establezco una escala aparte, para el efecto de facilitar los cálculos y hacer más perceptibles mis razonamientos, escala que llamo atmosférica, porque sólo comprende los diversos grados de temperatura desarrollada en ese elemento, comenzando el cero en el linde con el vacío, señalando con 1 el primer grado de calor, formado en el primer espacio de arriba, con 2 el segundo grado, y así sucesivamente. Más adelante determinaré la manera de hacer la conversión de los grados atmosféricos en termométricos.

114.—Pero si bien es verdad que la progresión térmica sigue las mismas leyes que la aérea, sin embargo no tenemos, como en ésta, datos directamente conocidos y suficientes para descubrir todos sus elementos. Sabemos que los términos de esa progresión, ó los grados de calor atmosférico, son como 1, 2, 3, 4 . . . , es decir, sabemos su primer término y su diferencia, pero no podremos por estos únicos datos determinar el último de abajo ni la suma de todos ellos. Ignoramos también el espacio en que se desarrolla el primero y los demás grados de calor, y sólo conocemos ó podemos calcular la suma de los espacios, que forma la altura del aire. En este punto estamos más escasos de noticias, que lo estábamos para reconstruir la progresión aérea. ¿Será preciso, en vista de esto, renunciar á la resolución concreta de este importantísimo problema? No; y á falta de datos directos he procurado obtener el apetecido resultado, aplicando la teoría del calor que tengo explicada, á algunas observaciones hechas en ascensiones aerostáticas adecuadas al objeto.

115.—En algunas de esas ascensiones, verificadas por sabios europeos, se ha tenido cuidado de tomar simultáneamente nota de la temperatura y de la indicación barométrica, tanto al verificarse la partida del suelo, como á ciertas alturas en el aire. De lo poquísimo que en los libros de Física aparece publicado, ó ha llegado á mi conocimiento, acerca de estas anotaciones simultáneas, he aprovechado algo para sentar una base de cálculo, con que proceder á la puntualización de los elementos que trataba de averiguar. Conocida la temperatura en el suelo al nivel del mar, se deduce por las reglas dadas (párrafo 28) la altura de la atmósfera; y conocida por la

observación simultánea del barómetro y del termómetro la altura á que ella se ha hecho, así como la temperatura respectiva, se podrá obtener la totalidad de los grados de calor que hay en la totalidad de la columna atmosférica, aplicando el principio, ya demostrado, de que la temperatura del aire á la sombra crece como el cuadrado de los espacios.

116.—Desarrollemos primeramente este principio, sacando desde luego las fórmulas adecuadas á nuestro propósito. Para esto, llamemos T al número de grados que hay en toda la columna, T′ á los que hay desde cierta altura para abajo, T−T′ á los que se cuentan desde esa misma altura para arriba, H á la altura atmosférica, y h á la correspondiente al número de grados T′. De conformidad con la expresada ley, podemos sentar la siguiente proposición:

$$(H-h)^2 : H^2 = T-T' : T,$$

de donde sacaremos esta ecuación:

$$T=(T-T')\left(\frac{H}{H-h}\right)^2,$$

y despejando cada una de las letras en ella contenidas, hallaremos

$$T=\frac{T'}{1-\left(1-\frac{h}{H}\right)^2} \qquad (1)$$

$$T'=T\left(1-\left(1-\frac{h}{H}\right)^2\right) \qquad (2)$$

$$H = \frac{h}{1 - \sqrt{1 - \frac{T'}{T}}} \qquad (3)$$

$$h = H\left(1 - \sqrt{1 - \frac{T'}{T}}\right) \qquad (4)$$

Nótese que en la ecuación (1) precedente, el segundo miembro consta de términos conocidos por la observación ó por el cálculo, y por consiguiente puede darnos el valor de T, que es el número de grados en la atmósfera.

117.—También es digno de observarse, que en la mitad superior de la columna atmosférica hay la cuarta parte, y en la inferior las tres cuartas partes, del número de grados que hay en toda ella, lo que es conforme con la naturaleza de la progresión térmica, pues si consideramos la altura dividida en dos mitades, y al número de grados contenidos en la de arriba como el primer término de la progresión, es decir, como 1, luego á la inferior debemos suponerla con el valor de 3, siendo, por consiguiente, la suma como 4, y el valor de dichas partes como $\frac{1}{4}$ y $\frac{3}{4}$ del de la progresión completa. En la proporción del párrafo anterior, si suponemos, según la cuestión, H igual á 1, y h con el valor de $\frac{1}{2}$, tendremos el mismo resultado con la indicación de las siguientes ecuaciones:

$$T - T' = T\,(H - h)^2 = T\,(1 - \tfrac{1}{2})^2 = \tfrac{1}{4}\,T$$

$$T' = T - T\,(H - h)^2 = T\,(1 - \tfrac{1}{4}) = \tfrac{3}{4}\,T$$

118.— Obtenida la suma de grados T, por un procedimiento semejante se hallará el primer espacio, que llamaré a, correspondiente al primer grado de arriba, planteando la siguiente proporción:

$$H^2 : a^2 = T : 1,$$

de donde saldrán las siguientes ecuaciones:

$$a = \frac{H}{\sqrt{P}} \qquad (1)$$

$$H = a\sqrt{T} \qquad (2)$$

$$T = \left(\frac{H}{a}\right)^2 \qquad (3)$$

Este primer espacio en que se desarrolla el primer grado atmosférico, es igual al segundo en que se desarrollan 3, al tercero en que se desarrollan 5, etc. Tiene también de particular, como se evidenciará en los ejemplos siguientes, que es igual en todas las columnas atmosféricas, cualquiera que sea la altura de éstas: a en la progresión térmica es una cantidad fija, como en la aérea lo es S. La suma de esos espacios, ó la altura atmosférica en medidas de a, que yo llamaré K, por lo expuesto anteriormente, es igual á la raíz cuadrada de la temperatura atmosférica, esto es, $K = \sqrt{T} = \frac{H}{a}$.

119.—El último espacio contiguo al suelo, igual al primero a, debe contener tanto mayor número de grados, cuanto mayor sea la elevación de la columna aérea. Pero interesa más obtener el espacio, que llamaré b, en que se desarrolla el último grado de calor sobre el nivel del mar, y que bajo el influjo de la ley repetida, puede buscarse por medio de la siguiente proporción:

$$H : b = \sqrt{T} : (\sqrt{T} - \sqrt{T-1}),$$

de donde se sacan las siguientes ecuaciones:

$$b = H\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{T}}\right) \quad (1)$$

$$T = \frac{1}{1 - \left(1 - \frac{b}{H}\right)^2} \quad (2)$$

$$H = \frac{b}{1 - \sqrt{1 - \frac{1}{T}}} \quad (3).$$

En la misma proporción resulta esta otra igualdad:

$$b = \frac{H}{\sqrt{T}}(\sqrt{T} - \sqrt{T-1}),$$

y como $\frac{H}{\sqrt{T}}$ es igual á a, según quedó demostrado en el párrafo 118, sustituyendo, tendremos:

$$b = a(\sqrt{T} - \sqrt{T-1}) \quad (4).$$

Asimismo, á cualquiera altura $H-h$, en la que se hayan desarrollado los grados de calor $T-T'$ contados desde la cúspide de los aires, podremos tener el espacio b' que allí corresponde, sustituyendo esas letras en la fórmula (1), que saldrá en los términos siguientes:

$$b' = (H-h)\left(1 - \sqrt{1 - \frac{1}{T-T'}}\right) \quad (5).$$

120.—La fórmula (1) del párrafo anterior da por espacio para el desarrollo del último grado de calor al nivel del mar una cantidad de metros tanto menor, cuanto mayor es la altura de la atmósfera y la temperatura en su base; y la fórmula (5) proporciona para los demás grados sucesivamente superiores de la misma columna espacios cada vez mayores; circunstancia que, como antes he dicho, explica satisfactoriamente un fenómeno hasta ahora incomprensible, y es el crecimiento rápido de la temperatura á medida que se desciende de las alturas, y la amplitud también rápida de los espacios correspondientes á cada grado, á proporción que se sube, según dejé expresado gráficamente en la figura 4. Esto confirma la teoría del calor que he sentado, y que se hará todavía más patente con las demostraciones ejemplares que pondré más adelante.

121.—Convirtamos ahora los grados astronómicos en termométricos. Como los primeros son la suma de los que se cuentan desde la base solamente hasta la altura requerida, es claro que deben ser iguales á los termométricos de la base y de la altura, restándose si tienen el mismo signo, y sumándose si son de signos opuestos. Así es que, llamando t á la temperatura termométrica de la base, y t' á la de la altura, siendo T', como he dicho antes, la atmosférica contada desde la base, establezco las siguientes ecuaciones:

$$T' = t - t' \quad (1), \qquad t = T' + t' \quad (2), \qquad t' = t - T' \quad (3);$$

con la última de las cuales se puede hacer la conversión referida.

122.—Obtenidas las fórmulas que preceden, apliquémoslas á alguno de los casos de ascensiones aerostáticas, en que se hayan recogido con mayor escrupulosidad los datos termométricos y barométricos requeridos, aunque siempre es de temerse alguna inexactitud, porque el viaje aéreo comienza, culmina y acaba en lugares quizá muy distantes, atravesando columnas atmosféricas que no siempre estarán en idénticas ó parecidas circunstancias. El que en mi entender debe suministrarlos mejores, á reserva de que se hagan experimentos exprofeso para determinarlos con la precisión posible, es el de Mr. Gay-Lussac, que habiéndose elevado en París poco antes de las diez de la mañana, hora en que no es de creer que el calor reversivo haya podido turbar la indicación regular del termómetro, bajó poco antes de las tres de la tarde, navegando así entre dos horas en que no podían presentarse grandes diferencias de temperatura, y ya se sabe que las diferencias en la altura de las columnas provienen más bien de la temperatura, que de la distancia de las localidades.

123.—En dicha ascensión, habiendo en el suelo un calor de 31° del Centígrado, subió el sabio físico á una altura donde el termómetro marcaba — 9°50, lo que daba una suma de 40.50 grados atmosféricos corridos desde el suelo hasta allí; datos que junto con la altura correspondiente, van á prestar base para obtener desde luego el número de grados que existía en la columna. He dicho (párrafo 66), que ésta era de 17797 metros en el momento de la ascensión, y que el globo se elevó á 6128; en consecuencia, la temperatura atmosférica T, el primer espacio a, el último b, la temperatura termométrica t' en la cima de la columna, y la altura en medidas de a, son las siguientes:

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{T}'}{1-\left(1-\frac{h}{\mathrm{H}}\right)^2} = \frac{40.50}{1-\left(1-\frac{6128}{17797}\right)^2} = 71.0451 \text{ grados atmosféricos.}$$

$$a = \frac{\mathrm{H}}{\sqrt{\mathrm{T}}} = \frac{17797}{\sqrt{71.0451}} = 2113 \text{ metros.}$$

$$b = \mathrm{H}\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{\mathrm{T}}}\right) = 17797\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{71.0451}}\right) = 126 \text{ metros.}$$

$$t' = t - \mathrm{T}' = 31 - 71.0451 = -40°0451.$$

$$\mathrm{K} = \frac{\mathrm{H}}{a} = \frac{17797}{2113} = 8.42.$$

Si se desea saber el espacio b' á la mitad de la altura, y la temperatura termométrica que le corresponde, deberá tenerse presente que en ese caso la temperatura T′ debe ser tres cuartas partes de T, según lo demostrado en el párrafo 117, y que $\frac{3}{4}$ 71.0451 = 53.28; así es que las ecuaciones se plantearán de la manera siguiente:

$$b' = (\mathrm{H}-h)\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{\mathrm{T}-\mathrm{T}'}}\right) = 8898.5\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{17.76}}\right) = 254 \text{ metros.}$$

$$t' = t - \mathrm{T}' = 31 - 53.28 = -22°28.$$

124.—Si las alturas son como la raíz cuadrada de las temperaturas atmosféricas, los datos que acabamos de obtener pueden servirnos para sacar la temperatura atmosférica de la columna aérea en que la termométrica de la base sea igual á cero, la cual á su vez servirá para todos los demás casos en que ocurra hacer la inquisición de datos semejantes. De consiguiente, llamando H° y T° respectivamente á la altura y temperatura de esa columna, cuya base tenga un calor como cero del Centígrado, plantearemos la siguiente proporción y sentaremos la ecuación respectiva, con los demás elementos que dedujimos en el ejemplo anterior.

$$H : H^\circ = \sqrt{T} : \sqrt{T^\circ}$$

$$T^\circ = T\left(\frac{H^\circ}{H}\right)^2 = 71.0451\left(\frac{15978.8}{17797}\right)^2 = 57.27 \text{ grados atmosféricos.}$$

$$a = \frac{H}{\sqrt{T}} = \frac{15978.8}{\sqrt{57.27}} = 2113 \text{ metros.}$$

$$b = H\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{T}}\right) = 15978.8\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{57.27}}\right) = 140 \text{ metros.}$$

$$t' = t - T' = 0 - 57.27 = -57^\circ 27.$$

$$K = \frac{H}{a} = \frac{15978.8}{2113} = 7.56.$$

$$b' = (H-h)\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{T-T'}}\right) = 7989.4\left(1-\sqrt{1-\frac{1}{14.32}}\right) = 284 \text{ metros.}$$

$$t' = t - T' = 0 - 42.95 = -42^\circ 95.$$

CAPÍTULO IV.

OTRAS FORMULAS: AVERIGUACION DE LAS ALTURAS CON SOLO LAS INDICACIONES DEL TERMOMETRO Y DEL BAROMETRO: ERROR DE LA FORMULA DE MR. LAPLACE PARA LA CORRECCION DE LAS ALTURAS POR LA TEMPERATURA DEL AIRE.

125.—Conocida está ya la progresión térmica en todos sus elementos: se sabe cuál es su primer término y su diferencia; se puede determinar la suma de los términos, ó el número de grados correspondiente á la columna atmosférica, y el espacio en que se desarrolla cada grado, desde el primero de arriba hasta el último de abajo; y por fin, se puede calcular la temperatura termométrica de las alturas á que no ha podido llegar el hombre, con sólo seguir el desarrollo de la progresión hácia su origen. Pero no está por demás tomar en consideración otras relaciones del calor atmosférico que hasta ahora no se han tenido en cuenta, sentando las fórmulas que de ellas se deducen, además de las que constan en el capítulo precedente, lo que servirá para conocer mejor y en todos sus detalles esta importante materia, que se había conservado completamente fuera de las investigaciones de los físicos.