

## DIRECCION GENERAL

DE LA COMISION

## DEL VALLE DE MEXICO.

EXMO. SR.

Cuando hace mas de tres años se comenzaron los trabajos relativos al levantamiento del plano topográfico del Valle de México, apoyado en operaciones geodésicas y astronómicas, una de las primeras que quise emprender como encargado inmediatamente de ellas, fué la triangulación fundamental que pensaba estender especialmente á lo largo del meridiano y del paralelo de la capital, tanto para suministrar puntos de rectificación á las triangulaciones y demas operaciones secundarias, como para deducir de la comparacion de los arcos de meridiano y paralelo, así medidos, el valor del aplanamiento polar que conviene á esta parte de la República; pues es bien sabido que este elemento, que hace un papel tan importante en los cálculos geodésicos, especialmente en los que sirven para determinar las posiciones geográficas, debe fijarse por operaciones directas, pues las irregularidades existentes en la forma de la tierra originan discordancias muy superiores á los errores posibles de observacion, cuando se adoptan diferentes valores de los determinados en otros países en que se han ejecutado operaciones semejantes; de suerte que por lo comun nunca coinciden las posiciones y azimutes calculados con las mismas cantidades obtenidas directamente por los procedimientos astronómicos.

No me disimulaba yo ciertamente las grandes dificultades de una operacion de esta naturaleza, tanto por lo delicado de ella, como porque siendo absolutamente nueva en la República, no se encontraban en ninguno de los establecimientos públicos todos los instrumentos de presicion que son indispensables en esta clase de trabajos; pero contaba siempre con la proteccion del Supremo Gobierno que habia acogido con agrado mi plan de operaciones, comprendiendo la importancia de la empresa y allanando todos aquellos obstáculos que hasta entonces se presentaban.

Es cierto que la medida de estos arcos no era una operacion indispensable para el levantamiento de un plano exacto, pues bastaria solo ejecutar una buena triangulación geodésica aunque no tuviese ese grado de perfeccion que caracteriza las del mis-

mo género, practicadas en casi todos los pueblos cultos; pero tambien es cierto que tratándose de un trabajo emprendido por un gobierno, parecia natural que ya que de todos modos se iba á ejecutar una operacion geodésica, fuese tan perfecta como pudiera desearse para figurar dignamente entre las que hasta ahora han servido para discutir la forma y dimensiones del esferóide terrestre, pues con escepcion de los instrumentos que en este último caso deben ser de la mayor precision, las operaciones del terreno son casi las mismas para ejecutar un trabajo de este género, que para practicar simplemente una buena triangulación.

Despues de haber manifestado al Exmo. Sr. Ministro de Fomento todo lo que he espuesto, convino en que se haria la medida de los arcos, proporcionándome tan pronto como fuera posible los instrumentos necesarios. Entonces para no perder tiempo procedí á hacer el reconocimiento del terreno mas á propósito para establecer una base de longitud necesaria, lo que despues de un detenido exámen tracé por último á lo largo del camino que de la capital conduce al Peñon Viejo, pues aunque en aquella época las inundaciones habian interrumpido una gran parte de la calzada haciendo imposible por entonces la medida, se continuaban con empeño los trabajos de reposicion, y yo contaba con que al terminarse tendria ya los instrumentos que necesitaba. En tanto la seccion topográfica continuaba activamente sus trabajos, apoyando sus triangulaciones en dos bases de cosa de tres mil metros cada una y medidas con un resorte de acero mantenido á una tension constante.

Otra de las operaciones que habia yo resuelto ejecutar personalmente, era la parte astronómica para determinar la posicion geográfica de la capital y demas poblaciones importantes del Valle; de suerte que viéndome en la necesidad de diferir la medida de la base, emprendí la série de observaciones astronómicas, cuyo extracto he publicado últimamente previa la autorizacion de V. E.

Terminada la parte astronómica quise ocuparme definitivamente de la triangulación geodésica; pero no parecia sino que una fatalidad se oponia siempre á la realizacion de la medida de la base.

El ministerio habia puesto á mi disposicion un aparato de reglas geodésicas de hierro, de construcción inglesa, que entre otros defectos tenian el de ser tan pesadas, que hubiera yo necesitado emplear un personal numerosisimo, con que no contaba, para proceder con ellas á la medida. Así lo hice ver al Exmo. Sr. Ministro, que lo era entonces el Sr. D. Manuel Siliceo, y este señor convencido de los inconvenientes que le espuse, y dando una nueva muestra del interes que manifestó siempre por nuestras operaciones, me ofreció encargar al extranjero el aparato propio aprovechando la primera oportunidad; mas sea que esa no se presentase por no haber una persona inteligente que visitase las fábricas, ó bien que el ministerio tuviese otras atenciones dignas de preferencia, el resultado fué que el tiempo avanzaba, y viendo que las reglas no llegaban, me resolví á principiár la triangulación geodésica, apoyándola provisionalmente en una línea que habia yo determinado astronómicamente. Lo verifiqué así en efecto, mas no se avanzó mucho; pues no recibiendo del mi-

nisterio desde Enero de 1858 las cantidades estipuladas en mi contrato, me ví en el caso de suspender los trabajos en Abril del mismo año, no siéndome posible cubrir por mas tiempo los gastos de criados, monumentos, &c., ni mucho menos los sueldos de los ingenieros que trabajaron todos esos meses sin retribucion alguna.

En este estado se hallaban las cosas cuando V. E. se sirvió promover la continuacion de las operaciones por medio de la escitativa que tuvo á bien dirigirme, y desde luego manifesté á V. E. la necesidad imperiosa de no diferir por mas tiempo la triangulacion geodésica, aunque no se ejecutase con el grado de perfeccion que demanda la medida de los arcos terrestres, sino únicamente con la exactitud necesaria para servir de fundamento al levantamiento del plano. A consecuencia de esto me autorizó V. E. para mandar construir el aparato geodésico, con que se ha hecho por fin, la medida y que va representada en la adjunta lámina.

Entre los diversos aparatos que se han ideado para la medida de las bases geodésicas, merecen figurar en primera línea el de Borda, el de Colby y el de Porro, por la estremada precision que proporcionan. Tales como se construyen hoy, todos se componen de reglas bimetálicas, con otros varios instrumentos que les son adyacentes; pero de una complicacion y exactitud tales, que no podia yo abrigar la esperanza de que se construyesen en México, por falta de los elementos necesarios, y así fué que tuve la honra de proponer á V. E. la construccion de reglas de madera análogas á las que han usado los ingenieros franceses en algunas de las bases de su gran triangulacion, y los astrónomos De Zach y Plana en la medida de las bases de Aix y de Turin. Al hacer una breve descripcion de nuestro aparato, indicaré las modificaciones que se le han hecho.

Las cinco reglas que lo componen son de madera de pino (oyamel), de poco mas de cuatro metros de longitud cada una, y cuya seccion es rectangular de 0,05 por 0,06. Cada regla está terminada por casquillos de laton de una forma tal, que siendo sus extremos de poco mas de un milímetro cuadrado, conservan una de las aristas de la regla en toda su longitud, disposicion muy ventajosa, tanto para alinear el sistema y establecer bien los contactos, como para determinar la verdadera longitud de las reglas, comparándolas con la unidad fundamental. Armado el aparato, cada regla queda sostenida por dos rectángulos de madera, colocados al cuarto y tres cuartos de su estension, y provistos de tornillos que obrando lateralmente, sirven para comunicar los movimientos azimutales, y para fijar la regla en una posicion invariable luego que se ha situado de una manera conveniente. A cada rectángulo va unido un eje vertical que entra en una abertura correspondiente, practicada en las mesetas de los tripiés, que sirven de apoyo á todo el sistema y que tienen tambien tornillos de presion que sirven para colocar la regla invariablemente á la altura que conviene. Los movimientos longitudinales se comunican á cada regla por un tornillo que se le fija voluntariamente y obra sobre los rectángulos que la sostienen. Al principio habia yo adoptado en lugar de los tripiés unas estacas cónicas de encino, terminadas por casquillos y puntas de hierro, que tenian cosa de 0,75 de longitud y 0,07 de diámetro en su cara superior, en cuyo centro estaba la abertura

destinada á recibir el cilindro de que he hablado y el tornillo de presion correspondiente. Estas estacas, que se clavaban en la tierra á golpe de mazo, me parecieron preferibles á los tripiés, por ser mas portátiles y prestar mucha solidez; pero me ví en el caso de renunciar á su uso, teniendo que operar á lo largo de un camino cuyo lecho formado de piedras, hacia difícil y dilatada la operacion de fijar las estacas. Sin embargo, la construccion de los tripiés y otras pequeñas modificaciones que se han hecho al aparato, cuando lo indicaba la esperiencia, no han aumentado los gastos del ministerio, pues han sido á mis espensas.

Las reglas no están formadas de una sola pieza, sino compuestas de láminas delgadas de madera, ensambladas longitudinalmente lo que como se sabe garantiza mas la rigidez del conjunto. La madera se escogió bastante seca y se impregnó ademas de aceite caliente aplicado varias veces, cubriendo en seguida las reglas de una capa gruesa de pintura al óleo, con el objeto de preservarlas mejor de la humedad.

Para determinar la pequeña inclinacion de las reglas durante la medida, habia yo adoptado primero un clisímetro de perpendicular, provisto de un arco de círculo graduado, que con el vernier de la alidada móvil daba directamente los ángulos con aproximacion de un minuto; pero tambien tuve que desecharlo, pues noté que cuando hacia algun viento la alidada se desviaba algo de la vertical, no siendo bastante pesada para conservar su posicion invariable. Un aumento de peso me hacia temer la flexion de la regla geodésica que sostenia el clisímetro al determinar su ángulo de inclinacion, y por otra parte, no era fácil construir el mecanismo de tornillos de presion y aproximacion con que se hubiera podido remediar aquel inconveniente, y así es que adopté otro sistema de clisímetro incomparablemente mas exacto y libre de aquel defecto. El nuevo instrumento es un círculo entero dividido que da una aproximacion de 10" con dos nóminos, y cuyo primer destino era la construccion de los ángulos sobre el papel. Para adoptarlo al uso á que iba á dedicarse, lo hice colocar sobre un apoyo de madera de modo que permaneciendo fijo el círculo, quedase móvil la alidada, en cuyo centro se le fijó un nivel de aire. Con esta disposicion, situado el clisímetro sobre la superficie cuya inclinacion se quiere determinar, no hay mas que conducir la burbuja de aire al medio del tubo del nivel por medio del tornillo de aproximacion y leer la indicacion de la graduacion, procediendo en seguida del mismo modo despues de invertir el clisímetro. Esta doble lectura de la graduacion proporciona inmediatamente el conocimiento de que no ha habido error en las indicaciones obtenidas en las dos posiciones del instrumento, pues al paso que la semidiferencia de ambas lecturas da el ángulo de inclinacion que se busca, su suma da el error del índice que debe ser una cantidad constante.

La operacion mas delicada en la medida de las bases, consiste indudablemente en la comparacion del aparato con la unidad fundamental, y en nuestro caso lo ha sido tanto mas, cuanto que la dilatacion relativa de la madera no se ha avaluado definitivamente, y aun muchos fisicos han negado que sufra una verdadera expansion por el aumento de temperatura. A pesar de esto, muchos hechos comprueban que la ma

dera está sujeta á esta ley general de los cuerpos, y las esperiencias han dado á conocer que aunque muy pequeño, su coeficiente de dilatacion es bastante sensible para dejar de llevarlo en cuenta en las operaciones que, como las geodésicas, llevan la exactitud por norma. Mr. Puissant en su geodesia, citando las esperiencias hechas para comparar las reglas de pino que sirvieron á los ingenieros franceses para medir la base de Goldach, deduce que esta madera se dilata 0,000047 de su longitud por cada grado centigrado. El ilustre geómetra Kaser avalúa la dilatacion del pino blanco de Norway en 0,000041. La justa celebridad que goza este distinguido observador y la concordancia de sus resultados con los de los geógrafos franceses, bastarian para aceptar cualquiera de estos coeficientes sin exámen ulterior; pero esta pequeña cantidad será la misma para todas las maderas, ó por lo menos para todas las variedades de una misma familia? Hé aquí un problema que no es fácil resolver mas que por esperimentos directos. No se me ocultan las inmensas dificultades que trae consigo la determinacion de una cantidad tan extraordinariamente pequeña, y mucho mas cuando no se cuenta con los aparatos necesarios; pero á pesar de esto he procurado determinar la expansion de nuestro pino, fundado en que la reiteracion de pruebas, conduce casi siempre á resultados independientes de los errores accidentales de observacion. Espondré brevemente el procedimiento que he empleado.

El aparato comparador de que podia disponer, consiste en un metro modelo, un medio metro y un doble decímetro, todos de laton, construidos por Parent y garantizados con el sello del gobierno francés. Al doble decímetro, dividido en milímetros, le he adoptado un vernier que permite apreciar directamente 0,<sup>m</sup>00005 y que ha servido para medir el exceso de las reglas sobre los metros enteros. Un termómetro centigrado, unido al aparato, indica su temperatura en el momento de las observaciones.

Establecida cada una de las reglas horizontalmente, y sostenidas por la cuarta y tres cuartas partes de su longitud, con el objeto de colocarlas absolutamente en las mismas circunstancias que cuando se procede á la medida de la base, aunque no se les haya notado flexion alguna, se ha puesto el metro modelo en coincidencia con uno de los extremos de la regla, y en esta posicion se ha fijado fuertemente á ella por su medio con un tornillo de presion. En seguida el medio metro se ha puesto en contacto con el metro entero, fijándolo á la regla de igual manera, y luego que se ha estado cierto de que subsistian todas las coincidencias, se ha dejado pasar algun tiempo para que el termómetro tome la temperatura del aparato. Una vez anotada ésta se ponía en libertad el metro entero, para volver lo á fijar á continuacion de medio metro, procediendo absolutamente lo mismo que antes. El exceso de la regla sobre los cuatro metros enteros, se ha apreciado con el vernier del doble decímetro. Los contactos de las diversas partes del aparato han sido tan perfectos como puede desearse, y algunas veces para variar los procedimientos, en lugar de comenzar por la coincidencia de la regla con el metro, se ha colocado éste á una pequeña distancia del extremo de aquella, y hácia adelante y hácia atrás apreciando tambien la fraccion de metro con el vernier. Ambos métodos han conducido á los

mismos resultados, lo que prueba la firmeza del aparato que se ha sujetado á diversas temperaturas.

En los primeros dias de la medida de la base, y cuando todavía se usaban las estacas de que hice mencion, en lugar de los tripiés, se notó en dos de las reglas una flexion bastante sensible á pesar de todas las precauciones que habia tomado para impedirla; mas como solo se habian medido ochocientos metros cuando me resolví á adoptar los tripiés, quise comenzar de nuevo toda la medida con el aparato así modificado, tanto para buscar una comprobacion del grado de exactitud que podia esperar, como porque la ligera torsion de las dos reglas habian alterado probablemente su longitud dada por las comparaciones que se habian hecho, lo que hacia indispensable una nueva medida del aparato. Afortunadamente no se volvió á notar cambio alguno en él, de suerte que toda la medida de la base se practicó con la longitud que resultó de las comparaciones posteriores y que difiere cosa de 0,003 de la que se habia obtenido primero.

Para evitar el error que hubiera provenido de la pequeña curvatura de las reglas, haciendo la comparacion como se esplicó al principio, procedí de esta manera: medida repetidas veces una de ellas que no habia sufrido torsion alguna, se determinó la longitud de las demas por diferencias medidas con el vernier, de suerte que de este modo se tenia la distancia en linea recta, comprendida entre los extremos de cada regla, eliminando tambien el error inicial del comparador, circunstancia que bastaria por sí sola para preferir este segundo método de comparacion, pues aunque aquel error se habia determinado con el mayor cuidado desde el principio, es siempre mas seguro proceder de manera que los resultados queden independientes de él.

Todos los señores ingenieros que hoy forman la comision, han repetido tambien las observaciones, operando cada uno aisladamente, y anotando los datos en su registro particular para calcularlos separadamente, con el objeto de comparar sus resultados á los míos. Antes de darlos á conocer espondré el método de reduccion que he creido conveniente adoptar.

Las cantidades incógnitas que se trata de determinar, son dos, á saber: la longitud del sistema de reglas ó *estacion* á una temperatura fija ó *normal*, y la dilatacion relativa de la madera por cada grado centesimal. De consiguiente, dos comparaciones que suministran otras tantas ecuaciones entre ambas incógnitas, bastarian para determinar el valor de éstas; pero este procedimiento presupone la exactitud de todos los elementos recogidos de la observacion, hipótesis inadmisibile por mas precisos que se supongan los instrumentos y los métodos empleados. Es, pues, necesario repetir las esperiencias, y dando cada una de ellas una ecuacion de condicion, determinar los valores mas probables de las incógnitas, que son aquellos que satisfacen mejor á todas las ecuaciones. El análisis demuestra que estos valores son los que reducen á un *minimum* la suma de los cuadrados de los errores, y por tanto las variables deben determinarse estableciendo algebraicamente esta condicion. La aplicacion que he hecho de la teoría de los *minimos cuadrados*, es la siguiente:

Designado por  $E$  la longitud de la estacion á  $0^\circ$  de temperatura; por  $m$  el coeficiente de dilatacion incógnita de la madera; por  $t$  la indicacion del termómetro en el momento de la comparacion, y por  $M$  la del metro modelo cuya dilatacion  $l$  es conocida, se tendrá una ecuacion en esta forma

$$E(1+mt) = M(1+lt)$$

Para abreviar llamaré  $X$  la dilatacion absoluta de la estacion, esto es  $X = mE$  y representaré por  $a$  el segundo miembro de la ecuacion que se conoce, puesto que  $l = 0.0000188$ , con lo que se trasformará en esta otra:

$$E + tx = a$$

Cada comparacion da una ecuacion semejante; de suerte que en  $n$  comparaciones, se tendrán entre las incógnitas  $E$  y  $x$  las  $n$  ecuaciones de condicion.

$$E + tx = a$$

Llamando ahora  $T$  la suma algebraica de las temperaturas:  $A$ , la de los valores de  $a$ ;  $B$  la de los cuadrados de las  $t$ ; y  $C$  la de los productos  $at$  se tendrá

$$T = t_1 + t_2 + t_3 + \dots + t_n$$

$$B = t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 + \dots + t_n^2$$

$$A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

$$C = at_1 + at_2 + at_3 + \dots + at_n$$

Con estas anotaciones las ecuaciones normales entre  $E$  y  $x$  que espresan la condicion de los mínimos cuadrados, serán entonces:

$$nE + Tx - A = 0$$

$$TE + Bx - C = 0$$

de donde se obtendrá finalmente

$$x = \frac{AT - nC}{T^2 - nB}$$

$$E = \frac{A}{n} - \frac{T}{n} x$$

Una vez calculado  $x$  puede substituirse, si se quiere, en cada una de las ecuaciones de condicion, para tener los valores individuales de  $E$ . Por último, el coeficiente de dilatacion de la madera se sacará de la relacion

$$m = \frac{x}{E}$$

No siendo posible incluir aquí todos los datos y los cálculos que son bastante largos, me contentaré con poner á la vista los resultados que hemos obtenido, separadamente, los Sres. D. Manuel Fernandez, D. Miguel Iglesias, D. Francisco Herrera y yo, cada uno por seis comparaciones de toda la longitud de la estacion, ademas de las que se han hecho posteriormente á la medida de la base. El coeficiente de dilatacion del pino resulta:

Segun mis observaciones	$m = 0.0000041$
Las del Sr. Fernandez	$m = 0.0000039$
„ „ Herrera	$m = 0.0000044$
„ „ Iglesias	$m = 0.0000045$

Atendida la estremada pequeñez de esta cantidad, todos estos números pueden considerarse idénticos á los de Kaser y Puissant.

A pesar de la concordancia de nuestros resultados, para adoptar los valores finales, se han combinado todas las observaciones, obteniendo definitivamente:

$$E = 20^m 55134 \quad m = 0.0000042$$

Procuraré ahora dar á V. E. una idea de la manera con que se ha procedido en el terreno. Cuando á fines de 1856 tracé la base, me vi obligado á fijar su extremo oriental en el puente llamado de Dolores, pues desde este punto hasta el Peñon Viejo la inundacion era completa; mas ahora he variado algo el plan primitivo, ganando en el cambio unos 100 metros, pues pude prolongar la línea hasta el pié del cerro del Peñon. En cuanto al extremo occidental quedó fijado cerca del rancho de Santa Cruz á orillas del camino. Ambos extremos se han señalado con monumentos de piedra cuya forma y dimensiones constan en una de las figuras que tengo la honra de acompañar á V. E., y que están contruidos de manera que ademas de llenar su objeto principal, sirvan de estaciones á puntos de observacion, terminándose por un trozo de columna en el que se coloca el instrumento destinado á la medida de los ángulos. En toda la estension de la base hay cuatro puentes, cuya poca anchura, relativamente á la del resto de la calzada, no permitió hacer la medida exactamente en línea recta de un monumento al otro, sino que tuve que dividir la base en cinco segmentos, formando entre si ángulos muy poco diferentes de  $180^\circ$ , que se midieron cuidadosamente con uno de los teodolitos ingleses, para proyectar esta línea quebrada sobre la recta que une los centros de los monumentos.