de donde dividiendo por 4 sale $2z\mathrm{d}z=\frac{1}{2}u\mathrm{d}u$;
y haciendo las sustituciones correspondientes en la espresion anterior, se convertirá en

$$\int.\frac{\pi u\mathrm{d}u}{2p}\times(u^2)^{\frac{1}{2}}=\int.\frac{\pi u^2\mathrm{d}u}{2p}=\frac{\pi u^3}{6p}+\mathrm{C};$$

que sustituyendo en vez de u su valor $(p^2+4z^2)^{\frac{1}{2}}$,

se convierte en $\frac{\pi(p^2+4z^2)^{\frac{3}{2}}}{6p}+\mathrm{C}$;

y determinando la constante, de manera que se reduzca la integral á 0 cuando $z=0$, se tendrá

$$\mathrm{C}=-\frac{\pi p^3}{6p}=-\frac{\pi p^2}{6};\quad \text{por lo que}$$

superf. de paraboloide $=\frac{\pi(p^2+4z^2)^{\frac{3}{2}}}{6p}-\frac{\pi p^2}{6}$.

Si nos propusiéramos hallar el volúmen del mismo paraboloide, sustituiríamos en la espresion

$$\mathrm{d}v=\pi z^2\mathrm{d}x,$$

en vez de z^2 su valor px, é integraríamos; lo que daría volúm. de paraboloide $=\int.\pi z^2\mathrm{d}x=\int.\pi px\mathrm{d}x=$

$\frac{\pi px^2}{2}=\frac{\pi px\times x}{2}=\pi z^2\times\frac{x}{2}=$ círculo LRMS$\times\frac{\mathrm{AP}}{2}=$

$\frac{1}{2}$ cilindro LNQM.

249. Para hallar el volúmen del elipsoide, sustituirémos en la misma espresion en vez de z^2 su valor

$\frac{b^2}{a^2}\times(2ax-x^2)$, y tendrémos que el volúmen del cuerpo que engendra el segmento de elipse APM (fig. 69), estará representado por

$$\int.\frac{\pi b^2}{a^2}(2ax-x^2)\mathrm{d}x=\frac{\pi b^2}{a^2}\left(ax^2-\frac{x^3}{3}\right)+\mathrm{C};$$

que como dicho cuerpo se reduce á 0 cuando $x=0$, la constante es cero; luego si suponemos ahora que

$x=2a$, resultará para elipsoide prolongado ACBD, la espresion $\pi\frac{b^2}{a^2}\left(a\times4a^2-\frac{8a^3}{3}\right)=\pi\frac{b^2}{a^2}\left(\frac{12a^3-8a^3}{3}\right)$

$$=\pi\frac{b^2}{a^2}\times\frac{4a^3}{3}=\frac{4\pi b^2a}{3}.$$

250. Para hallar el volúmen del elipsoide aplanado, deberemos considerar que la semielipse CAD gira al rededor del eje menor CD, cuya ecuacion respecto de este eje (86) es $z^2=\frac{a^2}{b^2}(2bx-x^2)$;

que procediendo de un modo análogo al precedente, y haciendo $x=2b$ para tener el de todo el elipsoide, nos resultará vol. de elipsoide aplanado $=\frac{4}{3}\pi a^2b$.

Ahora, si con este valor y el anterior formamos proporcion, tendrémos

Elips. prol.: Elips. apl.:: $\frac{4}{3}\pi ab^2:\frac{4}{3}\pi a^2b::b:a$;

que quiere decir, que *el elipsoide aplanado es mayor que el prolongado, en la misma razon que el semieje mayor es mayor que el semieje menor.*

251. Cuando $a=b$, el cuerpo propuesto se convierte en una esfera, y la espresion de su volúmen es

$\frac{4}{3}\pi a^3=\frac{4}{3}\times3{,}14$, etc. $\times a^3=4{,}1887$, etc. $\times a^3$,

que no se diferencia del hallado (1. 435 cor.) sinó en que allí se espresa en valores del diámetro, y aquí lo está en valores del radio.

MECANICA.

Nociones preliminares.

252. Se dice que un cuerpo *está en movimiento*, cuando pasa sucesivamente por diferentes partes del espacio; y que

está en reposo, cuando permanece constantemente en un mismo sitio *.

253. *Ningun cuerpo puede pasar por sí mismo del reposo al movimiento, ni del movimiento al reposo;* cuya proposicion, conocida con el nombre de *ley de inercia*, es un hecho que la esperiencia tiene acreditado en todos tiempos.

Toda causa, cualquiera que sea su naturaleza, que sea capaz de imprimir movimiento á un cuerpo, ó de alterar el que ya tuviese, se llama *fuerza* ó *potencia;* y se llama *direccion* de la fuerza á la recta que dicha fuerza obligaria á describir al punto ó cuerpo á que estuviese aplicada, si obrase por sí sola.

254. Como un punto ó cuerpo no puede ir por muchos caminos á un mismo tiempo, resulta que cuando muchas fuerzas aplicadas á un punto ó á un cuerpo, se destruyen mutuamente, el cuerpo no puede tener movimiento alguno, y se dice que dichas fuerzas *se equilibran* ó *están en equilibrio*. Si no se destruyen, *el cuerpo seguirá una cierta direccion, como si solo obedeciese á una fuerza.* Al conjunto de fuerzas que obran sobre un cuerpo, se llama *sistema* de fuerzas; y *resultante* ó *derivada* del sistema, á la fuerza única que resulta de todas las demas, que entónces reciben el nombre de *componentes*.

255. Se llama *Mecánica* la ciencia del movimiento y equilibrio de los cuerpos: se divide en *Estática*, *Dinámica*, *Hidrostática* é *Hidrodinámica;* la primera trata del equilibrio de los cuerpos sólidos; la segunda de su movimiento; la tercera trata del equilibrio de los fluidos; y la cuarta de su movimiento.

La Mecánica considerada solo teóricamente, se caracteriza con el nombre de *Mecánica racional*, y tiene por objeto el determinar en general todas las leyes del equilibrio y movimiento de los cuerpos; y cuando tiene por objeto aplicar inmediatamente estas leyes á los usos de la sociedad, se le caracteriza con el nombre de *Mecánica práctica*, ó *Mecánica aplicada*, ó *Mecánica industrial*.

* Solo por abstraccion podemos considerar el estado de reposo; porque no hay una partícula en reposo en todo el universo. Los planetas, inclusa la tierra, se mueven al rededor del sol; y el sol mismo tiene un movimiento al rededor de su eje.

256. En una fuerza hay que considerar particularmente su *direccion* y su *intensidad*. Las direcciones se representan por líneas rectas; en estas se toman unas magnitudes proporcionales á las fuerzas, y representan sus intensidades; y en el cálculo se espresan por las letras P, Q, S, etc.

ESTATICA.

DEL EQUILIBRIO DE UN PUNTO MATERIAL.

Proposiciones generales acerca de la composicion, y descomposicion de las fuerzas.

257. En la Mecánica hay que resolver con mucha frecuencia el problema *de la composicion* de las fuerzas, y el *de su descomposicion*. El primero consiste en hallar la resultante de un sistema dado de fuerzas; y en el segundo se trata de hallar dos ó mas fuerzas, cuyo efecto sea el mismo que el de una dada. La resolucion del segundo problema se deduce de las circunstancias del primero. Se dice que dos fuerzas son *iguales* cuando producen efectos iguales; por consiguiente, *si dos fuerzas iguales se aplican á un mismo punto en sentidos contrarios, se equilibran.*

258. *Si dos fuerzas desiguales* P, Q, *se aplican á un mismo punto en sentidos contrarios, la accion sobre este punto, ó la resultante de dichas fuerzas, es igual á su diferencia.* Porque la menor destruirá en la mayor una parte igual con ella, y de consiguiente el movimiento del punto solo dependerá del esceso que la mayor lleve á la menor.

259. *Si dos ó mas fuerzas* P, Q, *etc., obran sobre un punto en la direccion de una misma recta, y en el mismo sentido,*