poléa fija, tirarémos los radios Cp, Cr (fig. 98); y como podemos suponer (263) que P obra en p y R en r, la palanca angular pCr, dará (§ 305) $P:R::Cr:Cp$; y como $Cr=Cp$, por radios, se tendrá $P=R$;
luego *en la poléa fija, para que haya equilibrio, es necesario que la potencia sea igual á la resistencia*; mas á pesar de esto, nos proporciona la ventaja de poder variar la direccion de la fuerza que se ha de emplear.

315. Para averiguar la carga que sufre el centro C, observarémos que debe ser la resultante de las dos fuerzas P y R; y como estas son iguales, la direccion de su resultante, que debe pasar por el punto de concurso O de las RrO, PpO y por el punto fijo C, para que pueda ser destruida por él, dividirá (296) en dos partes iguales al ángulo POR; luego si espresamos dicha resultante por R', tendrémos (§ 267) $P:R'::sen.COR:sen.POR$; pero si se tira la cuerda pr, será el ángulo $COR=Crp$, por ser ambos complementos del rCO; y como por ser rectos los ángulos CpO, CrO, el ángulo pOr es (I. 310) suplemento del pCr, resultará (I. § 459 cor.)

$$sen.pOr=sen.pCr;$$

luego $P:R'::sen.Crp:sen.pCr::Cp:pr$;
esto es, *la potencia es á la presion que sufre el centro fijo, como el radio de la poléa es á la cuerda del arco que abraza el cordon.*

316. Para determinar las condiciones de equilibrio en la poléa móvil (fig. 99), observarémos que siendo P la potencia y R el peso, tenemos que en el caso de equilibrio representa aquí R lo que en la poléa fija espresaba la carga ó presion que sufría el centro de la poléa; por lo que la condicion de equilibrio será

$$P:R::CS:SO;$$

esto es, *que en la poléa móvil la potencia es á la resistencia, como el radio de la poléa es á la cuerda del arco que abraza el cordon.*

317. Si los cordones (fig. 100) son paralelos, la cuerda SO será el diámetro, y la proporcion anterior dará $R=2P$; de modo que *una fuerza dada* P *se equilibra con una doble* R.

Si el arco SDO (fig. 99) fuese la sesta parte de la circunferencia, la cuerda SO sería igual al radio CS, y la potencia resultaría igual con la resistencia; si este arco disminuyese, la fuerza P sería mayor que la resistencia R, de manera que la máquina perjudicaría á la potencia.

318. Conociendo la relacion de la potencia á la resistencia en la poléa móvil, es fácil hallar esta relacion en una combinacion cualquiera de estos dos géneros de poléas. Y cuando tienen la disposicion que manifiesta la (fig. 101), se deduce, que la potencia P es á la resistencia R, como el producto de los radios AB, A'B', A''B'', de las poléas, es al producto de las cuerdas de los arcos BC, B'C', B''C'',
ó $P:R::AB\times A'B'\times A''B'':BC\times B'C'\times B''C''$.

319. Una reunion cualquiera de poléas fijas ó móviles, forman lo que se llaman *tróculas, polipastros* ó *aparejos*. La que está representada en la (fig. 102) es la mas ventajosa para la potencia.

La trócula (fig. 103) está formada de tres poléas fijas á unas mismas armas OV, y de otras armas móviles AK, que tienen fijas á ellas otras tantas poléas. Una misma cuerda las abraza á todas pasando alternativamente de una poléa de las armas fijas ó una de las armas móviles; esta cuerda se halla unida por su estremo á las armas fijas; la potencia P se aplica al otro estremo; la resistencia ó peso R está fijo á las armas móviles; y en este peso R se debe comprender el peso de estas mismas armas y el de las cuerdas que las unen á las poléas fijas.

Para determinar la relacion entre P y R en el caso de equilibrio, observarémos que pues los cordones EB, F'C, etc., forman parte de una misma cuerda, deben sufrir todos la misma tension en el sentido de su longitud; porque es imposible que una cuerda esté desigualmente estendida

en sus diferentes partes si ha de estar en equilibrio. Luego si se descompone la fuerza R en otras tantas fuerzas paralelas é iguales como cordones hay empleados en sostener este peso, es decir, en seis fuerzas dirigidas segun los cordones EB, F'C, E'B', F''C', etc., estas componentes iguales espresarán las tensiones de estos cordones.

Así, cada uno de estos seis cordones es tirado en el sentido de la pesantez por una fuerza igual $\frac{1}{6}$ R, de modo que el cordon EB está en el mismo caso que si se suspendiese en su estremo inferior un peso igual á $\frac{1}{6}$ R; pero el mismo cordon está tirado en sentido contrario por la fuerza P, luego se tiene para el equilibrio

$$P=\frac{1}{6}R, \text{ ó } R=6P.$$

Por consiguiente, la potencia P se equilibra con una resistencia igual á 6P. Ahora, en cualquier otra trócula dispuesta de la misma manera, y que no se diferencie de está sino por el número de las poléas, deducirémos por un procedimiento semejante, que *la potencia es á la resistencia en el caso de equilibrio, como la unidad es al número de cordones que terminan en las poléas de las armas móviles, y que se pueden considerar como empleados en sostener la resistencia.*

Del torno, de las ruedas dentadas, del cric ó gato, y de la cábria.

320. Se llama *torno* en general á una rueda atravesada perpendicularmente por un cilindro, cuyos estremos descansan sobre dos apoyos C y G (fig. 104); en esta máquina una potencia P aplicada en una direccion tangente á la circunferencia de la rueda, se lleva tras sí á dicha circunferencia y al cilindro que está sólidamente unido á ella; y obligándoles á dar vueltas al rededor del eje del cilindro, es causa de que se vayan arrollando sucesivamente al rededor del cilindro las diferentes partes de la maroma DQ, á la cual está atado el peso R que se quiere elevar ó acercar al cilindro.

En algunas ocasiones no se hace uso de rueda para hacer que dé vueltas el cilindro, sinó que se colocan perpendicularmente á su eje unas palancas E á que se aplica la potencia, y produce el mismo efecto que la rueda, siendo mas fácil su trasporte. En otras lleva el cilindro en sus dos estremos unas cigüeñas P', á las cuales se aplica para el mismo fin la potencia ó fuerza motriz; y en otras se ponen unos dientes *a, a* para mover la rueda.

321. En cualquiera de estas disposiciones se puede colocar, combinando su accion con una ó muchas poléas móviles, para levantar pesos, como se ve en la (fig. 105), suponiendo que la poléa L represente la seccion de un torno.

Cuando el eje del cilindro está en situacion vertical, recibe el nombre de *argüe* ó *cabrestante*, como el de la (fig. 106).

322. En esta máquina (figs. 104 y 106) se verifica para el equilibrio, que *la potencia es á la resistencia, como el radio del cilindro es al de la rueda.*

Porque si concebimos la potencia P aplicada en K, y el peso R en D, como el eje del cilindro es fijo, podemos considerar la seccion perpendicular al eje que pasa por D trasladado al punto G; y en este caso tendrémos en G una palanca en la que la potencia está aplicada á una distancia del punto de apoyo, que es un punto del eje, igual con el radio de la rueda que espresarémos por R', y la resistencia obrará á una distancia del punto de apoyo igual al radio del cilindro, que espresarémos por r; luego (305) se tendrá $P:R::r:R'$, que es L. Q. D. D.

323. Cuando se combina el torno con un aparejo, trócula ó polipastro, resulta la máquina (fig. 107), que se llama *cábria;* la cual se empléa para levantar masas considerables, como cañones, etc.; y la condicion para el equilibrio es: que *la potencia sea á la resistencia, como el radio del eje del torno es á tantas veces el radio de la rueda, como cordones terminan en las poléas móviles.*

Luego, aumentando el número de cordones ó el radio de

la rueda, ó disminuyendo el del cilindro, se puede aumentar todo lo que se quiera la ventaja de la potencia.

324. En un sistema de tornos colocados como representa la (fig. 108), la potencia P aplicada á la rueda AD, hace mover al cilindro BC que comunica el movimiento á una rueda A'D', por una cuerda BA'. Esta rueda A'D' hace mover al cilindro C'B', al cual está unida una cuerda B'A'', y así sucesivamente hasta el último cilindro, que está cargado con la resistencia R. Las condiciones del equilibrio son

$$P:R::OB\times O'B'\times O''B'':OA\times O'A'\times O''A''.$$

Esto es, *la potencia es á la resistencia, como el producto de los radios de los cilindros es al producto de los radios de las ruedas.*

325. Se llama *rueda dentada* á un cilindro móvil al rededor de un eje, y en cuya superficie tiene unos *filetes* ó *dientes;* estos engranan ó engargantan en los que se forman del mismo modo sobre otra rueda dentada, etc. Sobre el eje de cada rueda dentada se adapta ordinariamente otra, que forma cuerpo con ella y cuyo diámetro es menor; esta rueda menor se llama *piñon*, y sus dientes *alas*. De donde se deduce que un sistema de ruedas dentadas (fig. 109), no viene á ser otra cosa que un conjunto de tornos como el anterior; y los piñones representan los cilindros de la combinacion precedente. Por lo que se deduce, que *en las ruedas dentadas la potencia es á la resistencia, como el producto de los radios de los piñones es al de los radios de las ruedas.*

326. El *cric* ó *gato* es una máquina que se refiere al torno, y que no se diferencia esencialmente de él. Consiste en una barra AB (fig. 110), guarnecida de dientes en una de sus caras, y móvil en el sentido de su longitud; los dientes de esta barra engranan con los de un piñon E, que se hace girar sobre un eje por medio de un manubrio CM; los dientes del piñon llevan consigo á los de la barra, y hacen subir al peso que se coloca sobre la cabeza A de esta barra, ó se suspende en su estremo inferior B; este peso es la resistencia; la potencia está aplicada al estremo M de la *cigüeña*

ó *manubrio*; y suponiendo su direccion MC tangente á la circunferencia que describe este estremo, es necesario para el equilibrio, que *la potencia sea á la resistencia, como el radio del piñon es al radio de la cigüeña.*

Del plano inclinado.

327. El *plano inclinado* se llama así porque forma un ángulo con el horizonte; sirve para sostener un cuerpo, poniéndole en equilibrio con otras fuerzas.

Para manifestar su uso, supongamos que se tenga un cuerpo M (fig. 111), cuyo peso R le considerarémos reunido en su centro de gravedad G. Para que este cuerpo pueda estar en equilibrio por una fuerza P, sobre un plano inclinado, es necesario que las fuerzas R y P tengan una resultante que se destruya por el plano inclinado, lo que en primer lugar exige que dichas fuerzas se hallen en un mismo plano (301); y siendo R una vertical que pasa por el centro de gravedad, el plano RMP será tambien vertical, y contendrá el centro de gravedad G. Por lo que la primera condicion de equilibrio es que la direccion GP de la fuerza P debe estar en un plano vertical, que pase por el centro de gravedad del cuerpo.

La segunda condicion es que la resultante GN de las fuerzas R y P sea destruida por la resistencia del plano inclinado; luego para que esto se verifique deberá dicha recta ser perpendicular al plano inclinado, y encontrarle en uno de sus puntos.

328. Quedando satisfechas estas dos condiciones, supongamos que sea M un cuerpo que se equilibre con una fuerza P sobre un plano inclinado. Concibamos espresado su peso por la GR, y descompongamos esta fuerza en otras dos, la una GN perpendicular al plano inclinado, y la otra GL que obre en la direccion de la potencia P, y (267 cor.) tendrémos.

$$P:R::\text{sen.}RGN:\text{sen.}NGL.$$

Aquí observarémos, que siendo el ángulo RGN constante, pues las direcciones GN y GR son dadas, la potencia quedará mas favorecida cuando el ángulo NGL tenga el mayor seno, que será cuando sea recto, en cuyo caso la direccion GP de la potencia será paralela al plano inclinado; y como entónces el triángulo LGR será semejante al ABC, por ser ambos rectángulos, el uno en L y el otro en B, y tener el ángulo RGL igual (I. 288) con el ACB, será

P:R::GL:GR::BC:AC;

que quiere decir, que cuando la potencia es paralela á la longitud del plano, se verifica que *la potencia es á la resistencia, como la altura del plano es á su longitud.*

En el mismo caso tendrémos GN:GR::AB:AC, que quiere decir, que *la presion que sufre el plano inclinado es á la resistencia ó peso del cuerpo, como la base del plano es á su longitud.*

Esc. Si llamamos α el ángulo BAC=LRG, el triángulo rectángulo GLR nos dará (I. 464 esc.)

$GL=RG\times sen.LRG=R sen.\alpha$, y $LR=GN=R cos.\alpha$.

329. Si la direccion de la potencia fuese paralela (fig. 112) á la base del plano, se tendría

P:R::GL:GR::BC:AB,

que quiere decir, que *la potencia es á la resistencia, como la altura del plano inclinado es á su base.*

De la rosca.

330. Se llama *rosca* á un cilindro recto, rodeado de un prisma triangular ó paralelográmico, que por una de sus caras está unido al cilindro, y es tal que en cualquier punto forma un mismo ángulo con la generatriz del cilindro.

Se llama *paso de la rosca* (fig. 113) el intervalo ó distancia AB entre dos filetes consecutivos, medido paralelamente al eje de la rosca.

Si sobre AB se construye un triángulo ABM, rectángulo en B, cuyo lado BM sea igual á la circunferencia del cilindro, y suponemos que este triángulo se arrolle al cilindro, el punto M vendrá á parar al punto B, la hipotenusa AM despues de arrollada se convertirá en AEB, y conservará constantemente la misma inclinacion sobre AB y sus paralelas, y será la posicion del filete sobre la superficie del cilindro; el filete siguiente tendrá la misma inclinacion, con tal que sea la hipotenusa de un triángulo rectángulo exactamente igual con el anterior, y así sucesivamente.

331. Luego 1º *todos los pasos de una rosca bien construida son iguales.*

2º *Un punto pesado en equilibrio sobre el filete de la rosca, se puede considerar como sostenido sobre un plano inclinado, cuya altura sea el paso de la rosca, y la base la circunferencia del cilindro.*

3º Cuando una línea curva tiene la forma de la AEB, se llama *espiral*; y como el filete de la rosca es un sólido que tiene esta figura, se sigue que *dicho filete se puede considerar como compuesto de tantas espirales paralelas entre sí como puntos tiene la seccion del filete:* suponiendo que cada espiral rodéa á un cilindro cuyo radio es la distancia de dicha espiral al eje de la rosca.

La rosca entra en un sólido *t* llamado *tuerca*, que en su interior tiene unas concavidades iguales y dispuestas del mismo modo que el filete de la rosca; de manera que se puede considerar la tuerca como el *molde ó matriz* del filete de la rosca. La potencia se aplica á una palanca que atraviesa el cilindro de la rosca ó el sólido de la tuerca.

332. Para el equilibrio *la potencia es al peso con que está cargada la tuerca, como el paso de la rosca es á la circunferencia que describe la potencia.*

Porque estando la rosca fija y vertical, la tuerca abandonada á su gravedad y prescindiendo del rozamiento, descendería recorriendo todos los filetes inferiores de la rosca, y una potencia horizontal P aplicada á la tuerca podría muy bien oponerse ó contrarestar este movimiento. Suponiendo

ahora el peso R (fig. 114) con que está cargada la tuerca, descompuesto en tantos pequeños pesos r como puntos de la tuerca apoyan sobre el filete de la rosca, concibamos la fuerza P descompuesta en otras tantas horizontales como pesos pequeños hay; y sea p la fuerza elemental que se debe equilibrar con el peso r colocado en A; tírese por el eje una horizontal LAD, que pase por el punto A, y supongamos que la fuerza P obre perpendicularmente á LD: imaginemos ademas que el peso r esté sostenido al principio por una fuerza s paralela á p; llamemos A la altura ó paso de la tuerca, y r', R', las distancias LA, LD. Ahora, puesto que la fuerza horizontal s sostiene el peso r, por medio de un plano inclinado cuya altura es A y la base es la circunferencia que tiene r' por radio, será (§ 328) $s:r::A:2\pi r'$.

Pero, considerando LAD como una palanca cuyo apoyo está en L, y observando que la fuerza p, obrando en D debe producir el mismo efecto que la s que obra en A, se tiene $p:s::r':R'$.

Multiplicando estas dos proporciones, se tendrá

$p:r::A:2\pi R'$;

y multiplicando los dos términos de la primera razon por el número de los pesos, se convertirá respectivamente en P, R: y la proporcion será $P:R::A:2\pi R'$, que es L. Q. D. D.

333. Si la rueda de un torno es dentada (fig. 115), y sus dientes engranan en los filetes de una rosca, á la que una potencia P procura poner en movimiento por medio de una cigüeña, se tendrá la máquina que se llama *tornillo sin fin;* y para determinar la relacion de la potencia al peso se observará lo siguiente.

1º *La potencia es á la resistencia que un diente de la rueda opone al filete de la rosca, como el paso de esta es á la circunferencia que describe la potencia.*

2º *La resistencia del diente de la rueda es al peso* R *que se ha de levantar ó sostener, como el radio del cilindro es al radio de la rueda;* y multiplicando estas proporciones, se

deduce, que *la potencia es al peso, como el producto del paso de la rosca por el radio del cilindro es al producto de la circunferencia de la cigüeña por el radio de la rueda.*

De la cuña.

334. La *cuña* (fig. 116) es un prisma, cuyas bases son triángulos que por lo regular son isósceles; la cara correspondiente al lado desigual del triángulo, que generalmente es menor que los otros, se llama *cabeza de la cuña;* la arista opuesta á la cabeza se llama *corte*, por el cual se introduce en el cuerpo que se quiere dividir.

Sea ABC el perfil de la cuña, ó una seccion causada por un plano perpendicular á sus aristas, y que pase por la direccion de la potencia P (que comunmente obra por medio de un mazo), aplicada perpendicularmente á AB. Descomponiendo la fuerza en otras dos X, Z, respectivamente perpendiculares á los lados AC, BC, se tendrá (267 cor.)

P:X:Z::sen.XOZ:sen.POZ:sen.POX;

pero (I. 459 cor.) en vez de estos senos se pueden sustituir los de los ángulos C, B, A, que son sus suplementos, ó (I. 468) los lados opuestos á estos en el triángulo ABC; luego la serie de razones iguales anterior se convertirá en P:X:Z::AB:AC:BC.

335. Descomponiendo la fuerza Z en otras dos, la una perpendicular y la otra L paralela á la cabeza de la cuña, se tendrá (§ 267 cor.)

Z:L::sen.MOL=1:sen.MOZ=sen.POZ::1:sen.B;

y como tirando la CK perpendicular á la cabeza de la cuña, se tiene 1:sen.B::CB:CK, será Z:L::CB:CK.

Pero ántes teníamos P:Z::AB:BC;

luego multiplicando estas dos proporciones y simplificando, será P:L::AB:CK.

Igualmente, por ser AC=BC, respecto de L' se encontraría P:L'::AB:CK;

luego tendrémos P:L:L'::AB:CK:CK,

que da P:L+L'::AB:2CK;

lo que manifiesta que *la fuerza es al efecto que produce en el cuerpo que se ha de rajar, como la base del triángulo isósceles es al duplo de su altura.*

Del rozamiento.

336. Se llama *rozamiento* la resistencia que se esperimenta al querer hacer resbalar un cuerpo sobre otro. Esta resistencia proviene de la naturaleza de los cuerpos, que por ser *porosos* tienen sus superficies sembradas de hoyos y eminencias; y cuando un cuerpo descansa sobre otro, se introducen las partes salientes del uno en las entrantes del otro; por consiguiente para que un cuerpo resbale sobre otro será necesario desprender estas desigualdades, doblarlas ó romperlas, y la fuerza que se debe emplear para este efecto se llama *rozamiento.*

Como el rozamiento depende de la naturaleza de las superficies en contacto, y las cuerdas necesitan de una cierta fuerza para doblarse, á la cual se da el nombre de *rigidez*, y por otra parte nunca se hallan las máquinas construidas con la perfeccion que se necesita, resulta que no se puede determinar exactamente por reglas generales. Así es, que en este punto nos debemos atener á la esperiencia, la cual enseña que el *rozamiento disminuye, pulimentando bien las superficies y cerrando los poros con materias grasas*; que *el rozamiento de dos cuerpos de una misma materia es mas considerable que cuando son de materias heterogéneas*; lo cual proviene, sin duda, de que en los cuerpos homogéneos deben encontrar mas facilidad las partes salientes en introducirse en las entrantes; que *el rozamiento es el mismo, cualquiera que sea la superficie de contacto* (con tal de que no se aproxime demasiado á ser una arista ó esquina); y últimamente que *el rozamiento es proporcional á la presion hasta cierto punto.* En los párrafos 275 al 297 del T. 3º p. 1. Trat. Elem., y en la nota del § 131 del Libro 5º del *Tratado sobre el movimiento y aplicaciones de las aguas*, se halla el resultado de cuanto se sabe hasta el dia relativo al rozamiento y rigidez de las cuerdas.

DINAMICA.

Del movimiento uniforme.

337. En general se llama *movimiento* (intr.) la traslacion de un cuerpo de un lugar del espacio á otro; si el movimiento se refiere á puntos fijos del espacio, se llama *absoluto*; y si se refiere á puntos que no están fijos, se llama *relativo*. Este puede ser tal que el cuerpo que le tenga, con relacion á otro, puede estar inmóvil en el espacio; por ejemplo, un hombre que en un navío anduviese de proa á popa lo mismo que el navío andaba de popa á proa, estaría en reposo en el espacio, al paso que estaba en movimiento respecto del navío y de la gente que estuviese dentro.

Cuando el movimiento de un cuerpo es tal que en tiempos iguales anda espacios iguales, se llama *uniforme*; cuando no, se llama en general *variado*. Se llama *velocidad* de un cuerpo el espacio que corre en una unidad de tiempo, v. g. en un segundo, en un minuto, en una hora, etc.

338. *Cuando un cuerpo está en reposo, debe perseverar en este estado á menos que una causa estraña no le saque de él.* Porque en sí no tiene nada que le induzca á tomar un estado con preferencia á otro.

Recíprocamente, *un cuerpo en movimiento y abandonado á sí mismo, debe conservar constantemente la misma velocidad.* Porque en sí no tiene ninguna cosa que le pueda detener; ademas *debe moverse en línea recta*, porque él, de suyo, ni apetece el movimiento ni el reposo, y por consiguiente tampoco hay ninguna razon para que él por sí mismo se separe de la recta que une el punto que él ocupa en un instante, con el que ocupa en el instante siguiente.

339. El efecto de una fuerza sobre un cuerpo es el ha-