próximos de signos contrarios, que es 30339,073, resulta 8 para la correccion; que, agregada al 14, da 22.

Tomando 22 por *quinto número supuesto*, da —7220,604 de error: hallo la correccion al 22, multiplicando su error por 22—41=—19; y dividiendo el producto +137191,476 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +28530,373, resulta 4,8 para la correccion; que, agregada al 22, da 26,8.

Tomando 27 por *sesto número supuesto*, da —3874,336 de error; hallo la correccion al 27, multiplicando su error por 27—41=—14; y dividiendo el producto +54240,704 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +25184,105, resulta 2 para la correccion; que, agregada al 27, da 29.

Tomando 29 por *séptimo número supuesto*, da —2061,94 de error; hallo la correccion al 29, multiplicando su error por 29—41=—12; y dividiendo el producto +24743,38 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +23371,709, resulta 1 para la correccion; que, agregada al 29, da 30.

Tomando 30 por *octavo número supuesto*, da —873,742 de error; hallo la correccion al 30, multiplicando su error por 30—41=—11; y dividiendo el producto +9611,162 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +221835,11, resulta 0,4 para la correccion; que, agregada al 30, da 30,4.

Tomando 30,4 por *noveno número supuesto*, da —382,19352 de error; hallo la correccion al 30,4 multiplicando su error por 30,4—41=—10,6; y dividiendo el producto +4051,2, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 21691,9, etc., resulta 0,18 para la correccion; que, agregada al 30,4, da 30,58.

Tomando 30,6 por *décimo número supuesto*, da —129,6, etc. de error; hallo la correccion al 30,6, multiplicando su error por 30,6—40=—9,4; y dividiendo el producto

1218,7, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +21439,4, etc., resulta +0,056 para la correccion; que, agregada al 30,6, da 30,656.

Tomando 30,7 por *undécimo número supuesto*, da —2,56788 de error; hallo la correccion al 30,7, multiplicando su error por 30,7—40=—9,3; y dividiendo el producto +23,88, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +21312,3, etc., resulta 0,001 para la correccion; que, agregada al 30,7, da 30,701.

Tomando 30,701 por *duodécimo número supuesto*, da —1,2 etc., de error; hallo la correccion al 30,701, multiplicando su error por 30,701—40=—9,299; y dividiendo el producto 12,002 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 21310,9 etc., resulta 0,00056 para la correccion; que, agregada al 30,701, da 30,70156, que podrémos reputar (I § 96) en 30,702, y que sea una raiz, en atencion á la pequeñez de las correcciones; y dividiendo el primer miembro de la (ec. 23^{vii}) por x—30,702, é igualando á *cero* el cociente, se tiene x^2+344,613=0 (23^{viii}).

Nos hubiéramos podido ahorrar la resolucion de la (ec. 23^{vii}) sin mas que considerar, que como en la (ec. 23^{v}) la x tiene solo esponentes pares, ha de dar los mismos resultados para valores negativos de x que para sus valores positivos; y habiendo hallado el valor x=—30,702, debimos inferir que había otro valor x=+30,702, que satisfacia á la misma ecuacion; pero hemos preferido seguir el método puro, independientemente de toda consideracion particular, para convencer cada vez mas de su generalidad y exactitud.

Si para mayor corroboracion, entonces hubiéramos dividido el primer miembro de la (ec. 23^{vii}) por el producto (x+30,702) (x—30,702)=x^2—942,612804, hubiéramos obtenido por cociente x^2+344,612804, que solo se diferen-

cia del primer miembro de la (ec. $23^{v''''}$) en unidades decimales del cuarto lugar.

647. Para aplicar el método á la (ec. $23^{v'''}$), supongo $x=1$, lo que da 345,613 de error; $x=2$, da 348,613 de error; y como este es mayor, hallo la correccion al 1, multiplicando su error por —1; y dividiendo el producto —345,613 por la diferencia de los dos errores, que es 3, resulta —115 para la correccion; que, agregada al 1, da —114.

Tomando —114 por *tercer número supuesto*, da +13520,613 de error; y como es mayor que todos, indica que nos hallamos en el caso del número 8º de la regla. Por lo que, supondrémos $x=10$; lo que da 444,613 de error; el supuesto $x=100$, da 10344,613; y como los supuestos $x=1000$ etc. van dando valores mayores y todos positivos, inferimos que, ó no hay ninguna raiz real en los valores positivos de x, ó lo son las dos que puede tener la (ec. $23^{v'''}$).

Pasando á los valores negativos, tenemos, que $x=-1$ da 345,613 de error; $x=-10$, da 444,613 de error; $x=-100$, da 10344,613; y como van saliendo los mismos errores que para los supuestos positivos, inferimos que para los valores negativos de x, ó no hay ninguna raiz real, ó lo son las dos. Y para investigar si en efecto hay dos raices reales, en virtud de lo espuesto (nota de la pág. 253 del tomo 1º) hallarémos el primer coeficiente diferencial de la (ec. $23^{v'''}$); y será $\frac{dz}{dx}=2x$, que igualando á 0, da $2x=0$: de donde $x=0$; y como suponiendo $x=0$, el primer miembro de la (ec. $23^{v'''}$) es 344,613 que es positivo, como todos los demas errores, resulta, que no habiendo cambio de signo en el error por ninguno de los supuestos espresados, no hay ninguna raiz real, como desde luego se pudo inferir, en virtud de lo espuesto (I, 197 *i*) y hallar sus espresiones, pues trasladando el término constante de la (ec. $23^{v'''}$) al segundo miembro, y estrayendo la raiz cuadrada, resulta $x=\pm\sqrt{-344,613}$; cuyos dos valores son imaginarios (I § 136).

648. Resulta pues que los valores reales que reducen á 0 el primer coeficiente diferencial de la (ec. $23''$) son $x=0$; $x=-30,702$ y $x=+30,702$. Por consiguiente, debemos investigar si suponiendo estos tres valores, hallamos cambio de signo en el primer miembro de la (ec. $23''$); y como suponiendo $x=0$, dicho primer miembro se reduce al término constante +873458481, que es positivo, como todos los demas resultados, nos indica que ó todas las raices de la (ec. $23''$) son imaginarias, ó que si hay raices reales se hallan en grupos de número par, tanto en los valores positivos de x como en los negativos; lo que en efecto va conforme, pues la espresada ecuacion tiene dos raices reales positivas, dos raices reales negativas, y dos raices imaginarias.

Nos falta sustituir en dicha (ec. $23''$) los otros dos valores, á saber: $x=-30,702$, y $x=30,702$.

Suponiendo $x=+30,702$, se tiene —4858295,72 etc. de error; y como ya es negativo y el supuesto $x=10$, nos dió 768033981 de error, que es positivo, resulta, que entre 10 y 30,702 debe haber al menos una raiz real. Y como el error del 30,702 es numéricamente menor, hallo la correccion al 30,702, multiplicando su error por 30,702—10=20,702; y dividiendo el producto —13075076,05 etc. por la diferencia de los errores mas próximos de signos contrarios, que es +772873276,7 etc., resulta 0,018 para la correccion, que, agregada al 30,702, da 30,684.

Tomando 30,684 por *tercer número supuesto*, resulta —4497050,5 etc. de error; que siendo negativo, indica que una raiz real al menos se halla entre 10 y 30,684. Y como el error del 30,684 es numéricamente menor que el del 10, hallo la correccion al 30,684, multiplicando su er-

ror por 30,684—10=20,684; y dividiendo el producto —93016993,1 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 772531031,5 etc., resulta —0,12 para la correccion; que, agregada al 30,684, da 30,564.

Tomando 30,564, por *cuarto número supuesto*, da —4352217,7 etc. de error; que, siendo negativo, inferimos, que una raiz real al menos se halla entre 10, y 30,564; y como el error del 30,564 es numéricamente menor que el del 10, hallo la correccion al 30,564, multiplicando su error por 30,564—10=20,564; y dividiendo el producto —89499006,08 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 772386198,7 etc., resulta —0,115 para la correccion; que, agregada al 30,564, da 30,449.

Tomando 30,449 por *quinto número supuesto*, da —4113335,07 etc. de error; que, siendo negativo, indica que la raiz se halla entre 10 y 30,449; y como el error de este es menor, hallo su correccion, multiplicando dicho error por 30,449—10=20,449; y dividiendo el producto —84124588,9 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios que es 772147316,07 etc., resulta —0,108 para la correccion; que, agregada al 30,449, da 30,341.

Tomando 30,341 por *sesto número supuesto*, da —3758766,7 etc. de error; hallo la correccion al 30,341, multiplicando su error por 30,341—10=20,341; y dividiendo el producto —78443859,5 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 771792647,7 etc., resulta —0,102 para la correccion; que, agregada al 30,341, da 30,239.

Tomando 30 por *séptimo número supuesto*, da —1202019 de error; hallo la correccion al 30, multiplicando su error por 30—10=20; y dividiendo el producto —24040380 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 769236000, resulta

—0,03 para la correccion; que, agregada al 30, da 29,97.

Tomando 29,97 por *octavo número supuesto*, da —889765,2 etc. de error; hallo la correccion al 29,97, multiplicando su error por 29,97—10=19,97; y dividiendo el producto —17768566,8 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 768923744,3 etc. resulta —0,02 para la correccion; que, agregada al 29,97, da 29,95.

Tomando 29,95 por *noveno número supuesto*, da 859001,9 etc. de error; hallo la correccion al 29,95, multiplicando su error por 29,95—10=19,95; y dividiendo el producto 16917089,8 etc. por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 768892982,9 etc. resulta —0,02 para la correccion; que, agregada al 29,95, da 29,93.

Tomando 29,9 por *décimo número supuesto*, da —283262,5, etc.; y como es menor que todos, hallo la correccion al 29,9 multiplicando su error por 29,9—10=19,9; y dividiendo el producto —5636924,7, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 768317243,5, etc., resulta —0,007 para la correccion; que, agregada al 29,9 da 29,893.

Tomando 29,89 por *undécimo número supuesto*, da —176012,4, etc., de error; que, siendo negativo, manifiesta, que entre 10 y 29,89 hay al menos una raiz real; y como el error del 29,89 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 29,89—10=19,89; y dividiendo el producto —3399875,1, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 768209993,4, etc., resulta —0,004 para la correccion; que, agregada al 29,89, da 29,886.

Tomando 29,886 por *duodécimo número supuesto*, da —121758,02, etc., de error; hallo la correccion al 29,886, multiplicando su error por 29,886—10=19,886; y dividiendo el producto —2421280,04, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es

768161639,02, etc., resulta —0,003 para la correccion; que, agregada al 29,886, da 29,883, que tomarémos por la raiz de (ec. 23″) en atencion á salir ya la correccion tan pequeña.

649. Pasemos ahora á sustituir —30,702 en la (ec. 23″); y efectuándolo, resulta —4838295,7, etc., de error; que siendo negativo indica que entre 10 y —30,702, se ha de hallar al menos una raiz real; y como el error del —30,702, es numéricamente menor que el del 10, hallo la correccion al —30,702, multiplicando su error por —30,702—10=—40,702; y dividiendo el producto +188928312,6, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 772873276,7, etc., resulta 0,24 para la correccion; que, agregada al —30,702, da —30,462.

Tomando —30,46 por *tercer número supuesto*, respecto de esta combinacion, resulta —4212190,7, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 10 y —30,46 hay al menos una raiz real; y como el error del —30,46 es menor, hallo la correccion á este número, multiplicando su error por —30,46—10=—40,46; y dividiendo el producto +168425239,6, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 772246171,7, etc., resulta 0,22 para la correccion; que, agregada al —30,46, da —30,24.

Tomando —30 por *cuarto número supuesto*, da —1202019 de error; hallo la correccion al —30, multiplicando su error por —30—10=—40; y dividiendo el producto +48080760 por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 769236000, resulta 0,062 para la correccion; que, agregada al —30, da —29,938.

Tomando —29,9 por *quinto número supuesto*, da —283262,5, etc., de error; hallo la correccion al —29,9, multiplicando su error por —29,9—10=—39,9; y dividiendo el producto +11082375,8, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que

es 768317243,5, etc., resulta +0,014 para la correccion; que, agregada al —29,9, da —29,886.

Tomando —29,886 por *sesto número supuesto*, da —121758,02, etc., de error; hallo la correccion al —29,886, multiplicando su error por —29,886—10=—39,886; y dividiendo el producto +4856440,8, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 768155739,02, etc., resulta 0,006 para la correccion; que, agregada al —29,886, da—29,88.

Tomando —29,88 por *séptimo número supuesto*, llegamos á obtener —29,883 como nos resultó en el (§ 648). Lo que podríamos desde luego haber previsto por la consideracion de que, siendo pares todos los esponentes de x en los diferentes términos de la (ec. 23″), deben satisfacer á dicha ecuacion, tanto los valores positivos de la incógnita x como los negativos.

650. Como el supuesto x=30,702 nos ha dado un error negativo, que es —4838295,7, etc., y el x=100 nos le dió positivo, espresado por 641895841, resulta que entre 30,702 y 100, hay al menos una raiz real; y como el error del 30,702 es numéricamente menor que el del 100, hallo la correccion al 30,702, multiplicando su error por 30,702—100=—69,298; y dividiendo el producto +335284266,8, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 646734136,7, etc., resulta 0,519 para la correccion; que, agregada al 30,702, da 31,221.

Tomando 31,22 por *tercer número supuesto* respecto de esta combinacion, resulta —2713888,01, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 100 y 31,22 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,22 es menor, hallo la correccion á dicho número, multiplicando su error por 31,22—100=—68,78: y dividiendo el producto +186661208,3, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 644609729,01,

etc., resulta 0,289 para la correccion; que, agregada al 31,22, da 31,509.

Tomando 31,5 por *cuarto número supuesto*, da +2345549,01, etc., de error; que, siendo ya positivo, indica que entre 31,22 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,5 es menor que todos, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,5—31,22=0,28; y dividiendo el producto +656753,7, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es —5059438,02, etc., resulta —0,13 para la correccion; que, agregada al 31,5, da 31,37.

Tomando 31,37 por *quinto número supuesto*, da —2242765,9, etc., de error, que siendo negativo, indica que entre 31,37 y 100 * hay al menos una raiz real; y como el error del 31,37 es menor, hallo la correccion al 31,37, multiplicando su error por 31,37—100=—68,63; y dividiendo el producto +153920990,9, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 644138604,9, etc., resulta 0,23 para la correccion; que, agregada al 31,37, da 31,6.

Tomando 31,6 por *sesto número supuesto*, da +1583442,02, etc., de error; que, siendo ya positivo, indica que entre 31,37 y 31,6 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,6 es numéricamente menor, hallo la correccion, multiplicando dicho error por 31,6—31,37=0,23; y dividiendo el producto +363192,7, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es —3795605,9, etc., resulta 0,097 para la correccion; que, agregada al 31,6, da 31,503.

* En comprobacion de lo asegurado (I,197 *m*), debemos hacer notar que como el supuesto 31,5 nos dió tambien un resultado positivo, debemos combinar los supuestos 31,5 y 31,37; mas para que se vea la escelencia del método, aun con este descuido, hallamos el verdadero resultado, sin mas inconveniente que el hacer dos supuestos mas. Notamos aquí evidentemente, que habiéndonos separado del valor 3,5 por distraccion, el método nos conduce otra vez á él, pues el séptimo número supuesto nos resulta ser el mismo 31,5.

Tomando 31,5 por *séptimo número supuesto*, da +2345549,01, etc., de error; que, siendo positivo, indica que entre 31,37 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,37 es menor, hallo la correccion á dicho número, multiplicando su error por 31,37—31,5=—0,13; y dividiendo el producto +291559,3, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +4588312,9, etc., resulta 0,06 para la correccion; que, agregada al 31,37, da 31,43.

Tomando 31,43 por *octavo número supuesto*, da —589861,7, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,5 y 31,43 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,43 es numéricamente menor que el del 31,5, hallo la correccion al 31,43, multiplicando su error por 31,43—31,5==—0,07, y dividiendo el producto +4129,3, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +2935410,7, etc., resulta 0,02 para la correccion; que, agregada al 31,43, da 31,45.

Tomando 31,45 por *noveno número supuesto*, da —361361,1, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,45 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,45 es numéricamente menor, hallo la correccion á dicho número, multiplicando su error por 31,45—31,5=—0,05, y dividiendo el producto +18068,05, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +2706910,1, etc., resulta 0,0069 para la correccion; que, agregada al 31,45, da 31,4569.

Tomando 31,46 por *décimo número supuesto*, da —221901,1, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,46 y 31,5, hay al menos una raiz real; y como el error del 31,46 es numéricamente menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,46—31,5=—0,04; y dividiendo el producto +8876,04, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que

es +2567450,1, etc., resulta 0,003 para la correccion; que, agregada al 31,46, da 31,463.

Tomando 31,463 por *undécimo número supuesto*, da —217293,1, etc., de error; y como es negativo, indica que entre 31,463 y 31,5, hay al menos una raiz real; y como el error del 31,463 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,463—31,5=—0,037; y dividiendo el producto 8039,8, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 2562842,1, etc., resulta 0,003 para la correccion; que, agregada al 31,463, da 31,466.

Tomando 31,47 por *duodécimo número supuesto*, da —32924,6, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,47 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,47 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,47—31,5=—0,03; y dividiendo el producto +987,7, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es +2378473,6, etc., resulta 0,0004 para la correccion; que, agregada al 31,47, da 31,4704.

Tomando 31,4704 por *décimo tercero número supuesto*, da —18223,8, etc, de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,4704 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,4704 es numéricamente menor que todos, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,4704—31,5=—0,0296; y dividiendo el producto +538,4, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 2363772,8, etc., resulta 0,0002 para la correccion; que, agregada al 31,4704, da 31,4706.

Tomando 31,471 por *décimo cuarto número supuesto*, da —13147,05, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,471 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,471 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,471—31,5=—0,029; y dividiendo el producto +381,2, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 2358696,06, etc., resulta 0,0002 para la correccion; que, agregada al 31,471, da 31,4712.

Tomando 31,4712 por *décimo quinto número supuesto*, da —12123,09, etc., de error; que, siendo negativo, indica que entre 31,4712 y 31,5 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,4712 es el menor, hallo la correccion á dicho número, multiplicando su error por 31,4712—31,5=—0,0288; y dividiendo el producto 349,1, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 2357672,1, etc., resulta 0,0001 para la correccion; que, agregada al 31,4712, da 31,4713.

Puesto que la raiz que buscamos, se ha de hallar entre 31,47 y 31,5, y vemos que la correccion va siendo tan lenta, llegarémos mas pronto al resultado y con mas sencillez, haciendo los supuestos 31,49 y 31,48 para ver luego entre cuales de estos dos se halla: por lo que tomarémos 31,49 por *décimo sesto número supuesto*; lo que da +149055,09, etc., de error; que siendo positivo, indica que entre 31,4712 y 31,49, hay al menos una raiz real.

Tomando 31,48 por *décimo séptimo número supuesto*, da —1852,6, etc., de error, que, siendo negativo, indica que entre 31,48 y 31,49 hay al menos una raiz real; y como el error del 31,48 es numéricamente menor, hallo su correccion, multiplicando su error por 31,48—31,49=—0,01; y dividiendo el producto +18,5, etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 150907,7, etc., resulta 0,0001 para la correccion; que, agregada al 31,48, da 31,4801; que pues viene la correccion en el cuarto lugar, es ya una suficiente aproximacion y podrémos reputar que la raiz es 31,48.

651. Ahora, teniendo presente (649), que el supuesto —30,702 nos dió —4838295,7, etc., de error; y el —100 nos dió +641895841 de error, resulta que entre —30,702 y —100 hay al menos una raiz real; y continuando el mé-

todo, hemos hallado que es $x=-31,48$. No ponemos los cálculos por la consideracion de que, siendo pares todos los esponentes de x en la (ec. 23″), si el valor $x=+31,48$ satisface á dicha ecuacion, satisfará igualmente el valor $x=-31,48$.

Tenemos, pues, halladas en la (ec. 23″) cuatro raices, á saber: $x=29,883$; $x=-29,883$; $x=31,48$; y $x=-31,48$. Las dos primeras conducen al factor

$(x-29,883)(x+29,883)=(1,116 \text{ esc.})(x^2-29,883^2)=$ $x^2-892,993689$; y como los dos primeros guarismos decimales son 9, podemos tomar, en vez de la fraccion decimal una unidad; y se tendrá x^2-893 para el factor correspondiente á las dos raices $x=29,883$ y $x=-29,883$.

Por la misma razon, el factor correspondiente á las dos raices $x=31,48$ y $x=-31,48$; será $(x-31,48)\times$ $(x+31,48)=x^2-990,9904$, que reputarémos en x^2-991.

652. Dividiendo el primer miembro de la (ec. 23″) por x^2-893, resulta $x^4-4x^2-978117=0$ (23″)′.

Y dividiendo el primer miembro de esta por el factor x^2-991, se tiene x^2+987; que igualando á 0, será $x^2+987=0$ (23″)″; que, en virtud de lo espuesto (I, 197*i*), sus raices son imaginarias.

Luego las raices de la (ec. 23) son $x=31$; $x=32$; $x=29,883$; $x=-29,883$; $x=31,48$; $x=-31,48$; y las dos raices imaginarias de la (ec. 23″)″ que, aunque la forma de las raices imaginarias, no nos interesa en esta clase de cuestiones, sin embargo, en virtud de lo espuesto (I, §§ 151 y 136), podríamos encontrar que los dos valores que satisfacían á dicha ecuacion, eran $x=31,416\sqrt{-1}$ y $x=-31,416\sqrt{-1}$.

653. Al formar la (ec.23), nos propusimos introducir el factor x^2-983 en vez del x^2-893 que pusimos equivocadamente; y si no hubiésemos cometido este descuido, las raices de dicha ecuacion hubieran sido $x=31$; $x=31,353$; $x=-31,353$; $x=31,48$; $x=-31,48$; y

$x=+31,416\sqrt{-1}$; $x=-31,416\sqrt{-1}$; y $x=32$. Entónces las dos raices reales en enteros, que son $x=31$ y $x=32$, comprendian á las otras dos raices reales pero inconmensurables $x=31,353$, $x=31,48$; por manera, que hubiéramos tenido cuatro raices reales tan próximas las unas á las otras, que la mayor diferencia era una unidad; y ademas, las otras imaginarias tenian la parte real, que multiplica el factor $\sqrt{-1}$, comprendida entre los mismos valores de dichas raices.

Por la equivocacion indicada, las raices que introduce el factor x^2-893 son $x=29,883$ y $x=-29,883$; por consiguiente, hay cuatro raices reales comprendidas entre los números 29,883, y 32, cuya diferencia es 2,117; y aunque no es de mucha consideracion, sin embargo, no satisface enteramente á nuestros deseos de que se presenten las mayores dificultades para enseñar el modo de vencerlas; por lo que, vamos á proponernos otra ecuacion, que formarémos *ex-profeso* aun mas complicada; y con el fin de que todo se vea con claridad, pondrémos de manifiesto su formacion.

654. Tomemos primero el factor $x-7$, que da por raiz $x=7$. Elijamos para otra raiz en enteros $x=8$, y tendrémos que el producto $(x-7)(x-8)$ igualado con cero, dará las dos raices reales y en enteros $x=7$, y $x=8$. Si dicho producto lo multiplicamos por el factor x^2-53, que da las dos raices $x=+7,28$, $x=-7,28$, y ademas lo multiplicamos por el factor x^2-61 que da por raices $x=7,81$, $x=-7,81$, tendrémos que el producto $(x-7)(x-8)(x^2-53)(x^2-61)$, igualado con cero, tendrá cuatro raices positivas, á saber: $x=7$; $x=7,28$; $x=7,81$; y $x=8$; que la diferencia de la mayor 8 á la menor 7 es 1, y que las otras están comprendidas entre dichos valores.

Introduzcamos, ademas, el factor x^2+59, cuyas raices son $x=7,681\sqrt{-1}$, y $x=-7,681\sqrt{-1}$ en que el coefi-