ximos de signos contrarios, que es 509,3504, resulta 0,02 para la correccion; que, agregada al 3,6 da 3,62.

681. Aquí observamos que las correcciones son tan pequeñas, porque el error del 7 tiene tres guarismos enteros, y los otros solo tienen uno; por lo que se nos presentan dos caminos para encontrar el resultado con mayor brevedad; y son el hacer un supuesto intermedio, como $x=5$, y el combinar los supuestos, 3,56 y 3,6; y para que bajo todos aspectos salgamos airosos, lo harémos por ambos métodos.

682. Suponiendo $x=5$, da 62 de error; que, siendo positivo, indica que entre 3,6 y 5 hay al menos una raiz real; y como el error del 3,6 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por $3,6-5=-1,4$; y dividiendo el producto $+4,9056$ por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 63,3504, resulta 0,07 para la correccion; que, agregada al 3,6 da 3,67.

Tomando 3,7 por *tercer número supuesto*, respecto de esta combinacion, da $-2,8849$ de error; que, siendo negativo, indica que entre 3,7 y 5 hay al menos una raiz real; y como el error del 3,7 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por $3,7-5=-1,3$; y dividiendo el producto $+3,75037$ por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 63,88, resulta 0,05 para la correccion; que, agregada al 3,7, da 3,75.

Tomando 3,8 por *cuarto número supuesto*, da $-2,4004$ de error; que, siendo negativo, indica que entre 3,8 y 5 hay al menos una raiz real; y como el error del 3,8 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por $3,8-5=-1,2$; y dividiendo el producto $+2,88048$ por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 64,4004, resulta 0,04 para la correccion; que, agregada al 3,8, da 3,84.

Tomando 3,84 por *quinto número supuesto*, da $-2,126$ etc. de error, que siendo negativo, indica, que entre 3,84 y 5 hay al menos una raiz real; y como el error del 3,84 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por $3,84-5=-1,16$; y dividiendo el producto $+2,566$ etc., por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es 64,126 etc., resulta 0,04 para la correccion; que, agregada al 3,84, da 3,88.

Tomando 4 por *sesto número supuesto*, da 0 de error; por lo que 4 es raiz de la (ec. 25^{vi}); y tambien de las (ecs. 25^{v}, 25^{iv}... $25'$ y 25).

683. Vamos ahora á encontrar esta misma raiz, combinando los supuestos 3,6 y 3,56. El 3,6 nos dió $-3,3504$ de error; el 3,56 nos ha dado $-3,369$ etc. de error, es menor numéricamente el del 3,6; por lo que hallo la correccion á este, multiplicando su error por $3,6-3,56=0,04$, y dividiendo el producto $-0,134016$ por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es $-0,01877504$, resulta 0,7 para la correccion; que, agregada al ,36, da 4,3; que tomando 4 por *tercer número supuesto*, respecto de esta combinacion, resulta ser raiz de la (ec. 25^{vi}).

684. Dividiendo el primer miembro de la (ec 25^{vi}), por el producto $(x-3)(x-4)=x^2-7x+12$; é igualando á *cero* el cociente, se obtiene $x^2+1=0$; que, en virtud de lo espuesto (1, 197 *i*), no tiene raiz ninguna real; y cuyas dos raices imaginarias son $x=+\sqrt{-1}$, y $x=-\sqrt{-1}$.

685. Resulta, pues, que las once raices de la (ec. 25) son $x=4$; $x=7$; $x=-1$; $x=4$; $x=13$; $x=-1$; $x=-13$; $x=3$; $x=4$; $x=+\sqrt{-1}$, y $x=-\sqrt{-1}$.

Donde vemos que hay tres raices iguales con 4; dos iguales con -1; tres raices positivas desiguales entre sí, que son los números 7,13 y 3; ademas, una raiz negativa -13, y las dos raices imaginarias $x=+\sqrt{-1}$, $x=-\sqrt{-1}$; por lo que el primer miembro de la (ec. 25) equivale al producto siguiente:

$$(x-4)^3(x+1)^2(x-7)(x-13)(x-3)(x+13)(x-\sqrt{-1})\times$$

$(x+\sqrt{-1})$; y en efecto, haciendo las espresadas multiplicaciones, reduciendo y ordenando, se obtiene el espresado primer miembro de la (ec. 25). La cual queda completísima y muy satisfactoriamente resuelta por nuestro método.

686. Elegirémos por ecuacion del grado 19, la

$$x^{19}-13\,x^{18}-16\,x^{17}+208\,x^{16}+751x^{3}-9763x^{2}$$
$$-12016\,x+156208=0\ (26).$$

Para aplicarle el método, supongo $x=1$, lo que da 135368 de error; $x=2$, da 8807916 de error; y como este es mayor, hallo la correccion al 1, multiplicando su error por -1; y dividiendo el producto -135368 por la diferencia de los dos errores, que es 8672548, resulta $-0{,}01$ para la correccion; que, agregada al 1, da 0,99.

Tomando 0,9 por *tercer número supuesto*, da 138066,9 etc. de error; que, siendo mayor que el del 1, y menor que el del 2, hallo por medio de él la correccion al 1, multiplicando su error por $1-0{,}9=0{,}1$; y dividiendo el producto 13536,8 por la diferencia de los dos errores, que es 2698,9 etc., resulta 5 para la correccion; que, agregada al 1, da 6.

Tomando 6 por *cuarto número supuesto*, da -385156382148810 de error; que, siendo negativo, indica que entre 2 y 6 hay al menos una raiz real; y como este error es considerabilísimamente mayor que el del 2, tomaré como supuesto intermedio $x=3$; lo que da $+4113813060$ de error; que, siendo positivo, indica, que entre 3 y 6 hay al menos una raiz real; y como el error del 6 tiene cinco guarismos mas que el del 3, tomaré otro supuesto intermedio, haciendo $x=5$; lo que da -1588297218992 de error; que, siendo negativo, indica que entre 3 y 5 hay al menos una raiz real: y como el error del 5 tiene tres guarismos mas que el del 3, hago otro supuesto intermedio, cual es $x=4$; y como sustituyendo 4 por x en el primer miembro de la (ec. 26), le reduce á 0, se infiere que 4 es raiz de la mencionada (ec. 26).

687. Para encontrar las demas raices, divido el primer miembro de la (ec. 26) por $x-4$; é igualando á *cero* el cociente, se tiene

$$x^{18}-9\,x^{17}-52\,x^{16}+751\,x^{2}-6759\,x-39052=0\ (26').$$

Para aplicarle el método, supongo $x=1$; lo que da -45120 de error; $x=2$ da -4374962 de error; y como este es mayor, hallo la correccion al 1, multiplicando su error por -1; y dividiendo el producto $+45120$ por la diferencia de los errores, que es -4329842, resulta $-0{,}01$ para la correccion; que, agregada al 1, da 0,99.

Tomando 0,9 por *tercer número supuesto*, da $-44537{,}6$ etc. de error; y como es menor que todos, hallo la correccion, multiplicando su error por $0{,}9-1=-0{,}1$; y dividiendo el producto $+4453{,}7$ etc. por la diferencia de los dos menores errores, que es $-582{,}3$ etc., resulta -7 para la correccion; que, agregada al 0,9, da $-6{,}1$.

Tomando -6 por *cuarto número supuesto*, da $+2482576718405 90$ de error; que, siendo positivo, indica que entre 0,9 y 6 hay al menos una raiz real; y como el error del -6 es enormemente mayor que el del 0,9, tomaré por supuesto intermedio $x=-3$; y obtengo -788759572 de error; que, siendo negativo, indica que entre -3 y -6 hay al menos una raiz real; y como el error del -6 es todavía mucho mayor que el del -3, hago otro supuesto intermedio, cual es $x=-5$; lo que da $+9639562044768$ de error; que, siendo positivo, indica que entre -3 y -5, hay al menos una raiz real; y como el error del -5 es considerablemente mayor que el del -3, hago otro supuesto intermedio, cual es $x=-4$; y como sustituyendo -4 por x en el primer miembro de la (ec. 26'), se reduce á *cero* el espresado primer miembro, resulta que -4 es raiz de la (ec. 26'); y tambien de la (ec. 26).

688. Para encontrar las demas, divido el primer miembro de la (ec. 26′) por $x+4$; é igualando á *cero* el cociente, se tiene $x^{17}-13\,x^{16}+751\,x-9763=0$ (26′).

Para aplicarle el método, supongo $x=1$, lo que da -9024 de error; $x=2$, da -729057 de error; y como el del 1 es menor, hallo la correccion al 1, multiplicando su error por -1; y dividiendo el producto $+9024$ por la diferencia de los dos errores, que es -720033, resulta $-0{,}01$ para la correccion; que, agregada al 1, da 0,99.

Tomando 0,9 por *tercer número supuesto*, da $-9089{,}3$ etc. de error; y como es numéricamente menor el del 1, hallo la correccion al 1, multiplicando su error por $1-0{,}9=0{,}1$; y dividiendo el producto $-902{,}4$ por la diferencia de los dos menores errores, que es $-65{,}34$ etc., resulta 13 para la correccion; que, agregada al 1, da 14.

Tomando 14 por *cuarto número supuesto*, da $+2267951084020412136$ de error; que, siendo positivo, indica que entre 2 y 14 hay al menos una raiz real; y como el error del 14 es enormemente mayor que el del 2, haré otro supuesto intermedio, cual es $x=6$; lo que da -19747769257449 de error; que, siendo negativo, indica que entre 6 y 14 hay al menos una raiz real; y como el error del 14 es todavía muy grande en comparacion del del 6, tomo para otro supuesto intermedio $x=10$; lo que da -30000000000002253 de error; que, siendo negativo, indica que entre 10 y 14 hay al menos una raiz real; y como el error del 14 es todavía mucho mayor que el del 10, pues el de este tiene dos guarismos menos, haré otro supuesto intermedio, cual es $x=12$, lo que da -2218623106745747741 de error; que, siendo negativo, indica, que entre 12 y 14 hay al menos una raiz real; y como tiene un mismo número de guarismos, y el error del 12 es menor, hallo su correccion, multiplicando su error por $12-14=-2$; y dividiendo el producto

$+4437646213486495482$ por la diferencia de los dos errores mas próximos de signos contrarios, que es $+4486574190764159877$, resulta 0,98 para la correccion; que, agregada al 12, da 12,98.

Tomando 13 por *octavo número supuesto*, resulta 0 de error; por lo que 13 es raiz de la (ec. 26″), y por consiguiente de las (ecs. 26′ y 26).

689. Para encontrar las demas, divido el primer miembro de la (ec. 26″) por $x-13$; é igualando á 0 el cociente, resulta $x^{16}+751=0$; que, en virtud de lo espuesto (665), todas sus raices son imaginarias; luego la (ec. 26) solo tiene tres raices reales, que son $x=4, x=-4$, y $x=13$.

690. Por último, en virtud de lo espresado (666), nos propondrémos para última ecuacion la siguiente

$$x^{35}-7x^{34}+4x^{33}-28x^{32}+829x^{3}-5803x^{2}+3316x-23212=0 \quad (27).$$

Para aplicarle el método, supongo $x=1$; lo que da -24900 de error; $x=2$, da -171808725006 de error; y como es menor el del 1, hallo la correccion á este, multiplicando su error por -1; y dividiendo el producto 24900 por la diferencia de los errores, que es -171808700106, resulta $-0{,}0000001$ para la correccion; que, agregada al 1, da $+0{,}9999999$.

Tomando 0,9 por *tercer número supuesto*, da $-24324{,}6$, etc., de error; y como es menor que todos, hallo la correccion al 0,9 multiplicando su error por $0{,}9-1=-0{,}1$; y dividiendo el producto $+2432{,}4$, etc. por la diferencia de los dos menores errores, que es $-576{,}3$, etc., resulta -4 para la correccion; que, agregada al 0,9, da $-3{,}1$.

Tomando -3 por *cuarto número supuesto*, da $-24189242715084370 0$ de error; y como es mayor que todos, indica que nos hallamos en el caso del número 8º de la regla; por lo que pasarémos á suponer $x=10$; lo que da $+3120000000000000000000000000259648$ de error; que, siendo positivo, y el del 2 negativo, indica que entre 2 y 10 hay al menos una raiz real; y como el error del 10

es sumamente mayor que el del 2, hago como supuesto intermedio $x=5$, lo que da $-1390438314192381647704328$ de error; que, siendo negativo, indica que entre 5 y 10 hay al menos una raiz real; y como el error del 5 tiene diez guarismos menos que el del 10, hago otro supuesto intermedio, cual es $x=6$; lo que da $-2253836715230387076182290910$; que, siendo negativo, indica que entre 6 y 10 hay al menos una raiz real; y como el error del 10 tiene 7 guarismos mas que el del 6, hago otro supuesto intermedio $x=8$; lo que da $+5185128420762072868479993479180$ de error; que, siendo positivo, indica que entre 6 y 8 hay al menos una raiz real; y como el error del 8 tiene tres guarismos mas que el del 6, tomo por supuesto intermedio $x=7$; y como sustituyendo 7 en vez de x, en la (ec. 27), el primer miembro se convierte en 0, inferimos que 7 es raiz de la espresada ecuacion.

691. Para encontrar las otras, divido el primer miembro de dicha (ec. 27) por $x-7$; é igualando á *cero* el cociente, se tiene $x^{34}+4x^{32}+829x^2+3316=0$ (27'). La cual teniendo todos sus esponentes pares, y siendo positivos todos sus términos, en virtud de lo espuesto (665), resulta que no puede tener ninguna raiz real; y por lo mismo, todas ellas son imaginarias.

692. Al terminar este apéndice, debo manifestar que todas las ecuaciones contenidas en él, se han resuelto por el recomendabilísimo jóven D. *Agustin Pascual* y los discípulos D. *Hermenegildo Gutierrez*, D. *Joaquin Pavia*, D. *Nicanor de la Fuente*, y D. *Domingo Soler*, de quienes hemos hablado (I, nota del § 197 *jj*); pues yo apenas he hecho mas que preparar las ecuaciones, indicar lo que se habia de hacer en cada caso particular, y redactar despues los resultados. Y aunque para manifestar el enlace de esta doctrina, con los demas tratados de las Matemáticas, hemos hablado de coeficientes diferenciales, y de *máximos* y *mínimos*; sin embargo, las personas que han hallado las raices, ignoran estas sublimes teorías; y para popularizar este método de *hallar todas las raices reales de las ecuaciones*, y ponerlo á los alcances de las grandes masas, tengo ya redactada la regla que debe conducir en la práctica, para que, sin mas conocimientos que los contenidos en mi *Aritmética de Niños*, se puedan resolver todo género de cuestiones, por las personas de mediana inteligencia, y aun por los niños de las Escuelas.

FIN.