2) Les sciences *physiques*, dont l'objet est *moins simple*, sont moins avancées ; elles se servent déjà beaucoup de la synthèse, mais sans manier encore la déduction aussi aisément que les sciences précédentes ; elles sont loin d'être affranchies des procédés analytiques de l'observation et de l'expérimentation ;

3) Les sciences *naturelles* ou *biologiques*, dont l'objet est *plus complexe*, en sont surtout à l'analyse et ne font qu'essayer la synthèse ;

4) Les sciences *morales*, dont l'objet est *très complexe*, en sont encore à l'analyse. — L'histoire des sciences prouve donc que l'idéal de toute science c'est de substituer la méthode *déductive* (ou synthétique) à la méthode *inductive* (ou analytique) [1].

Après avoir traité de la méthode générale, il nous reste à exposer en détail les méthodes *particulières* aux différentes sciences, méthodes qui sont formées par la combinaison, en proportions diverses, des procédés logiques énumérés ci-dessus. Nous suivrons l'ordre indiqué dans notre classification des sciences (45); les méthodes des sciences *mathématiques*, des sciences *physiques*, des sciences *naturelles*, des sciences *morales* et des sciences *métaphysiques* seront donc l'objet des chapitres suivants.

[1] E. Lévêque, *Histoire de la philosophie des sciences*.

CHAPITRE III

MÉTHODE DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

56. — OBJET DES SCIENCES MATHÉMATIQUES

Au lieu d'étudier les phénomènes de la nature dans toutes leurs propriétés, les sciences *mathématiques* ne considèrent qu'une seule de ces propriétés, isolée des autres par abstraction. Cette propriété c'est la **grandeur** ou **quantité**, c'est-à-dire le caractère par lequel les choses sont *susceptibles de plus ou de moins*. Or il y a deux espèces de grandeurs ou quantités : les **nombres** qui sont la quantité *discontinue*, et les **figures**, qui sont la quantité *continue* et supposent par conséquent la notion d'espace. Les Mathématiques en général sont donc **la science des nombres et des figures**. Elles ont pour objet le *calcul* des nombres et la *mesure* de l'étendue [1].

57. — DIVISION DES MATHÉMATIQUES

Quoique l'objet étudié par les Mathématiques soit toujours abstrait, il présente néanmoins *divers degrés d'abstraction*, une simplicité plus ou moins grande. Par suite on peut diviser les Mathématiques en Mathématiques *pures* ou *proprement dites* et en Mathématiques *appliquées* ou sciences *physico-mathématiques*.

[1] Ce n'est là ni leur unique, ni même leur principal objet. Les mathématiques supérieures ajoutent la considération des propriétés qui résultent de la *situation* et de l'*ordre*. « Toutes les sciences, qui ont pour objet la recherche de l'*ordre* et de la *mesure*, se rapportent aux mathématiques ». (Descartes, *Règles pour la direction de l'esprit*, IVe, n° 21).

§ A. — *MATHÉMATIQUES PURES*

On les subdivise en plusieurs sciences de *plus en plus abstraites* :

I. — **Géométrie** : *science de l'étendue ou grandeur continue*. Elle a pour objet les formes et les figures qu'il est possible de tracer dans l'espace, ainsi que les rapports nécessaires qu'ont entre eux les différents éléments des figures étendues. La géométrie *pure* raisonne sur ces figures sans rien emprunter à l'algèbre. Elle étudie : *a*) les figures **planes**, qui sont situées dans un même plan et n'ont que deux dimensions, la longueur et la largeur ; — *b*) les figures **dans l'espace**, qui ont leurs parties situées dans différents plans et qui présentent trois dimensions : longueur, largeur et profondeur. — A la géométrie dans l'espace on rattache la **Géométrie descriptive**, dont l'objet est d'étudier les figures au moyen de leurs projections sur des surfaces déterminées.

II. — **Arithmétique** : *science du nombre ou grandeur discontinue*. Elle étudie d'abord les nombres entiers et ensuite les autres nombres. Elle est *plus abstraite* que la géométrie, car elle ne s'occupe pas de la forme des figures ni des grandeurs concrètes ; elle ne considère que les *idées de quantité et de nombre sans les supposer dans aucun objet particulier*. Cette indétermination permet d'obtenir des vérités très générales : vg. les propriétés du nombre 9 s'appliquent aussi bien à 9 hommes qu'à 9 moutons.

III. — **Algèbre** : c'est une *arithmétique généralisée*. Elle est donc *encore plus abstraite* que l'arithmétique. Elle ne considère que les *rapports entre les nombres* sans tenir compte de la valeur particulière de ces nombres. Aussi a-t-elle recours à des *lettres*, symbole plus indéterminé que les chiffres. Cette indétermination plus grande *simplifie et généralise* l'arithmétique.

IV. — **Analyse** : elle étudie les *relations de dépendance entre diverses grandeurs*. On rattache à l'analyse :

1°) Le **calcul infinitésimal**.

2°) La **géométrie analytique**, qui n'est qu'une application de l'algèbre à la géométrie. C'est Descartes qui opéra cette grande

révolution en géométrie. Il « remarqua [1] que, à chaque variation de position dans les points, la direction des lignes ou la forme des courbes et des surfaces (toutes choses qui sont des *qualités*), *correspond* un rapport particulier de *quantité* entre deux ou trois coordonnées rectilignes (*rapport susceptible d'être exprimé algébriquement*) ». Il réussit ainsi à « substituer en géométrie de pures considérations de quantité à toutes les considérations de qualité ». (Comte) Par là même, les problèmes relatifs aux figures dans l'espace peuvent se traiter sous la forme de lois de la quantité *la plus abstraite* : les lignes sont ramenées à des *nombres* ; et les rapports des lignes à des *équations*. La géométrie analytique consiste donc à s'affranchir de la considération directe des figures et à leur substituer de simples expressions algébriques. — La **trigonométrie** peut être regardée comme une branche de la géométrie analytique.

3°) La **théorie des fonctions** : on peut encore abstraire davantage, si l'on ne considère *que la dépendance d'une quantité par rapport à une ou plusieurs variables* ; même en admettant une relation arbitraire entre les variables et la quantité dont elles déterminent la variation.

§ B. — *MATHÉMATIQUES APPLIQUÉES*

Elles comprennent les sciences dites **physico-mathématiques**. Ces sciences sont moins abstraites que les Mathématiques pures, car elles ajoutent aux objets de la géométrie et de l'algèbre la considération de nouveaux éléments, tels que le *mouvement*, la *durée*, la *force*, la *masse*, la *vitesse*. On les appelle *appliquées*, parce qu'elles consistent surtout dans une *application* des mathématiques pures à certaines données de l'expérience (vg. le *mouvement*, etc.) :

I. — **Mécanique** : science des lois du mouvement.

(1) Renouvier, *Critique philosophique*, Avril 1882. — Cf. Cournot, *Essai sur les fondements de nos connaissances*, T. I, n. 197-201. — Liard, *Descartes*, p. 44.

II. — **Mécanique céleste** ou **Astronomie** : science des astres et de leurs révolutions.

III. — **Physique mathématique**.

IV. — **Calcul des probabilités**, qui s'appuie sur des lois physiques.

C'est une tendance de la science contemporaine de vouloir ramener les différentes sciences aux Mathématiques. Cette tendance, qui remonte à Descartes et s'est accentuée depuis Comte, est louable pour ce qui regarde les sciences physico-chimiques. Mais on ne réussira pas à constituer une *Biologie mathématique*, encore moins une *Psychologie mathématique*, parce que la vie et la pensée sont irréductibles à la quantité. Tout ce que peuvent faire les *Psycho-physiciens* c'est de mesurer les phénomènes physico-chimiques, qui sont les *conditions* physiques ou physiologiques des états de conscience ; on ne peut mesurer ces états mêmes. La *précision* que la *Psycho-physique* et la *Psycho-physiologie* prétendent introduire n'est qu'une précision illusoire, car l'un des deux termes, la sensation, n'est pas une quantité mathématique (Ps. 9, § C).

58. — ORIGINE DES NOTIONS MATHÉMATIQUES

Les **nombres** et les **figures** sont l'objet ou matière des sciences mathématiques. On s'est demandé comment cette matière leur est fournie. On a fait trois réponses principales à cette question [1]:

§ I. — *THÉORIE DE L'INNÉITÉ OU THÉORIE RATIONALISTE*

A) **Exposé** : d'après cette théorie, les notions des nombres et des figures *existent toutes formées dans notre esprit avant toute expérience* ; ce sont des idées *préformées*.

[1] Nous retrouvons ici, pour expliquer l'origine des notions mathématiques, les trois systèmes imaginés pour rendre compte des notions et vérités premières (*Psychologie*, L. II, Sect. IV, ch. II).

B) **Critique** : 1°) Nous n'avons aucune conscience de ces concepts qui seraient comme innés dans notre esprit.

2°) S'il en est ainsi, comment se fait-il que chacun de nous soit resté jusqu'ici sans penser à beaucoup de nombres et sans se représenter beaucoup de figures ? — De plus certaines figures sont difficiles à concevoir. — Il y a des peuplades sauvages qui sont incapables de former les nombres au delà de 5 ou de 10. Si ces figures et ces nombres étaient innés dans l'esprit humain, on ne s'expliquerait pas ces efforts et ces impuissances.

3°) On ne comprend pas l'applicabilité des Mathématiques au monde sensible, puisqu'il s'agit de notions *absolument a priori*, à la formation desquelles l'activité intellectuelle n'a aucune part. (Ps. 179, I).

§ II. — *THÉORIE EMPIRIQUE*

A) **Exposé** : les philosophes empiristes voient dans les notions mathématiques *de simples résidus de l'expérience*. Hume avait déjà déclaré que la nécessité et l'universalité qu'on leur attribue sont illusoires. Après lui, S. Mill [1] et H. Spencer [2] ont soutenu que les nombres et les figures sont l'*expression plus ou moins abstraite de certains faits d'expérience* : vg. le nombre 5 et le nombre 10 seraient formés par la considération de nos doigts ; le cercle géométrique a été suggéré par la vue d'une roue ou du soleil.

B) **Critique** : considérons successivement les **nombres** et les **figures**.

I. — **Nombres** : 1°) Il y a bien des nombres que l'expérience ne nous montre pas : vg les *très grands nombres* : mille, million, milliard, n'ont jamais été perçus par les sens et ne peuvent même pas être représentés par l'imagination.

2°) L'expérience ne nous présente pas les notions de la *série*, de la *croissance régulière des nombres*.

[1] S. MILL, *Système de Logique*, L. I, ch. VII, § 5, 6 ; L. II, ch. V. — Cf. A. BAIN, *Logique déductive et inductive*, L. III, ch. V, § 7, 8.

[2] SPENCER, *Les principes de la Psychologie*, VIe P. Analyse spéciale.

3°) Bien plus, l'expérience sensible ne nous donne la notion d'*aucun nombre*, car le nombre n'existe pas dans la nature ; dans la nature tout est individuel et singulier. Il ne suffit pas de *voir* une multitude d'objets pour avoir l'*idée* de leur nombre : les animaux, les idiots, les sauvages perçoivent comme nous les objets et ils n'ont pas l'idée des nombres. L'abstraction même n'y suffit pas, car elle ne dégage de l'expérience que ce que l'expérience contient. Or le nombre n'existe pas formellement dans la réalité ; le nombre, comme dit Euclide, est une « *collection* d'unités ». L'esprit trouve dans la réalité un fondement : à savoir des unités, mais c'est lui qui les réunit et les rassemble, qui en fait une collection, un nombre en un mot. Le nombre est donc une *construction* de l'esprit ; c'est une relation qui a un fondement réel, mais qui n'existe formellement que dans l'intelligence : *fundamentaliter in re, formaliter in intellectu* (Ps. 144, IV).

II. — **Figures** : 1°) D'abord le mathématicien étudie certaines figures qui n'existent pas et qu'il ne peut se représenter : vg. lignes asymptotes, un kiliogone, un myriagone.

2°) A la différence des nombres, il faut reconnaître que l'expérience nous offre des exemples de certaines figures : vg. lignes droites, circonférences, triangles, sphères, etc. Mais ces figures concrètes n'ont pas les caractères de celles dont s'occupe le mathématicien ; il n'y a pas dans la nature de points *sans étendue*, de lignes *sans largeur*, de surfaces *sans épaisseur*. On répondra que dans une ligne on peut faire abstraction de sa largeur, etc. C'est vrai ; mais c'est déjà recourir à l'activité de l'esprit.

De plus, les figures que nous présente l'expérience sont *imparfaites* : où trouver dans la nature une ligne absolument droite, une circonférence aux rayons rigoureusement égaux ? (1) L'abstraction ici est impuissante ; elle peut bien isoler les éléments d'un tout concret, mais elle n'ajoute rien aux données de l'expérience : vg. elle peut, dans la représentation d'une ligne, laisser de côté la représentation de la largeur qui s'y trouve jointe ; mais elle est incapable de rectifier cette ligne. Il faut donc que la *raison* corrige les irrégularités des figures concrètes : c'est une œuvre de

(1) Boussinesq, *Revue philosophique*, 1879.

reconstruction. Pour ce travail l'expérience ne nous offre aucun modèle parfait ; elle nous sert seulement d'occasion et de point de départ. C'est de ces figures reconstruites, conséquemment idéales, que les mathématiques s'occupent : leurs propriétés résultent nécéssairement de la loi suivant laquelle l'esprit les a créées.

§ III. — *THÉORIE EMPIRICO-RATIONALISTE*

Les notions mathématiques n'étant pas données toutes faites soit dans l'esprit, soit dans l'expérience, il faut que l'homme les forme lui-même, qu'il les construise. Les définitions mathématiques sont donc des *constructions*. Ces constructions sont faites par l'esprit avec des éléments empruntés à l'expérience ; ainsi **l'expérience et l'intelligence** s'unissent pour les produire.

A) **Éléments** : 1°) Les *nombres* supposent comme élément la notion d'**unité**, qui est due à l'expérience interne ; nous avons conscience d'une seule force agissant en nous et de là nous formons l'idée d'unité (Ps. 79, II), que nous étendons aux objets du monde extérieur.

2°) Les *figures* supposent comme éléments l'**espace**, le **point** et le **mouvement**, dont l'expérience externe nous suggère l'idée : c'est à l'occasion de certaines sensations que nous concevons l'espace, le mouvement et le point.

B) **Opérations** : 1°) Le *nombre* est engendré par l'**addition** des unités qui en fait une collection.

2°) Avec l'espace, le point et le mouvement, on a tout ce qui est nécessaire pour engendrer la *ligne*, que Leibniz définit : « le tracé idéal d'un point en mouvement dans l'espace ». Avec la ligne on construit les différentes *figures* : « Avec des droites qui se coupent deux à deux, en formant certains angles, on construit tous les triangles, tous les quadrilatères et, en général, tous les polygones ». Le cercle est une figure engendrée par la révolution d'une droite autour d'une de ses extrémités. « Avec la révolution du demi-cercle autour de son diamètre, du rectangle autour d'un de ses côtés, du triangle rectangle autour d'un des côtés de l'angle droit, nous fabriquons la sphère, le cylindre, le cône ; avec des sections du cône, l'ellipse, la parabole et l'hyperbole [1] ». Les **propriétés** des figures ainsi construites sont **certaines, nécessaires** et **universelles**, parce qu'elles *résultent de la construction toujours identique* des figures et que la définition indique la *loi génératrice* de ces constructions.

Conclusion : « Les définitions mathématiques sont suggérées à l'esprit par l'expérience, puis rectifiées par l'esprit et enfin énoncées de manière à exprimer la loi d'après laquelle l'objet de la définition est construit. Ainsi l'expérience montre à l'œil des figures à peu près circulaires, l'horizon, l'arc-en-ciel, les ronds que fait une pierre en tombant dans l'eau ; à l'occasion de ces cercles l'esprit conçoit la vraie figure circulaire, celle dont tous les points extérieurs sont à égale distance d'un point intérieur ; et enfin se demandant par quel procédé il pourrait construire le cercle ainsi conçu, l'esprit voit que le cercle est engendré par la révolution d'une droite autour d'un point. Exprimant alors cette loi de construction on a la définition du cercle, non pas seulement descriptive mais *explicative*, ou, comme disent les géomètres, *per generationem* [2] ».

59. — LA DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE [3]

Il faut accorder que nombre de vérités mathématiques ont été d'abord découvertes par l'expérience, comme semble l'indiquer l'étymologie même du mot géométrie (mesure de la terre). L'homme, après avoir mesuré un certain nombre de triangles, a sans doute constaté que la surface de cette figure était *toujours* égale à la moitié du produit de la base par la hauteur. Dès lors, cette propriété a dû lui apparaître comme indépendante des triangles particuliers et, conséquemment, comme nécessaire et universelle. Mais rien ne lui certifiait que, vraie pour le temps et le lieu où il expérimentait, cette propriété l'était aussi pour tous les temps et pour tous les espaces. Cette vérité n'avait, jusque là, qu'une nécessité et une universalité *relatives*. L'expérience n'est donc pas une méthode suffisante.

Les vérités, que l'expérience a pu faire découvrir aux mathématiciens, n'ont eu une nécessité et une universalité *absolues*, n'ont été indépendantes de toute condition de temps et d'espace, que le jour où l'esprit, s'élevant au-dessus des faits, a saisi la loi même de la génération de la figure. Alors il put construire idéalement le triangle, substituer aux notions expérimentales, toujours contingentes et particulières, la définition nécessaire et universelle, c'est-à-dire essentielle, et déduire de cette définition même les propriétés du triangle qui participent à sa nécessité et à son universalité *absolues*. Ainsi donc, quoique beaucoup de vérités mathématiques aient été suggérées par l'expérience, ce n'est pas à l'expérience mais à la **déduction** qu'elles doivent leur **exactitude**, leur **nécessité** et leur **universalité absolues**. La méthode propre aux mathématiques, c'est donc la **déduction**, ou mieux

(1) TAINE, *De l'intelligence*, L. IV, ch. I, § II.

(2) FONSEGRIVE, *Éléments de philosophie, Logique*, XIIe leçon, § I.

(3) PASCAL, *De l'esprit géométrique*. — DESCARTES, *Les principes de la Philosophie*, P. IIe, nº 64 ; *Règles pour la direction de l'esprit*, IVe. — PORT-ROYAL, *Logique*, P. IVe, Ch. III à XI. — LEIBNIZ, *Nouveaux essais...*, L. IV, ch. VII, XVII. — CONDILLAC, *Logique*. — CHASLES, *De la méthode mathématique*. — DUHAMEL, *Des méthodes dans les sciences du raisonnement*. — RENOUVIER, *Logique*, T. I. — COMTE, *Cours de Philosophie positive*, Leçons III et suiv. — RABIER, *Logique*, ch. XV. — LIARD, *Les définitions géométriques et les définitions empiriques*. — DELBOEUF, *Prolégomènes philosophiques de la géométrie*. — BAIN, *Logique déductive et inductive*, L. V, ch. I. — COUTURAT, *L'infini mathématique* ; *Les rapports du nombre et de la grandeur*, Revue de Métaphysique et de Morale, juillet 1898. — J. TANNERY, *Revue générale des Sciences*, 28 février 1898. *Philosophie mathématique*, Revue philosophique, 1888 ; *Introduction à la théorie des fonctions*. — A. POULAIN, *Dans le monde mathématique*, dans la revue les *Études*, t. LXXII, p. 75, 216, 319, année 1897. — MOURET, *La notion mathématique de quantité*, Revue philosophique, mai 1897. — CALINON, *Les espaces géométriques*, Revue philosophique, juin 1889 ; *Définition des grandeurs*, *Ibidem*, mai 1898. — H. POINCARÉ, *Nature du raisonnement mathématique*, Revue de Métaph. et de Mor., juillet 1894 ; Cf. *Ibidem*, janv. 1893, une étude sur la *notion mathématique du continu*. — LE ROY et VINCENT, *Ibidem*, nov. 1894, une étude sur les *diverses espèces de postulats*. — O. SCHMITZ-DUMONT, *Naturphilosophie als exacte Wissenschaft, mit besonder Berüchsichtigung der Matematischen-Physik*. — MAX. MARIE, *Histoire des sciences mathématiques*.

une forme particulière de la déduction, la **démonstration**, qu'Aristote définit le *syllogisme du nécessaire* (37, § A).

Remarque : il ne faut pas confondre la *démonstration* de la vérité avec sa *découverte*. *Découvrir* une vérité, c'est *trouver* une vérité qu'on ignore ; *démontrer* une vérité, c'est *prouver* à un autre qui l'ignore une vérité qu'on connaît. La vérité à *trouver* s'appelle **problème** : c'est une *inconnue* à *déterminer*. Dans ce cas on se sert ordinairement du procédé *analytique* ou *inductif*. La vérité à *prouver* se propose comme un **théorème** : c'est une *vérité* qu'il faut rendre *évidente*. Alors on emploie de préférence le procédé *synthétique* ou *déductif*.

§ A. — *PRINCIPES DE LA DÉMONSTRATION*

La démonstration est une *déduction* qui part de *principes nécessaires* pour aboutir à des *conséquences nécessaires*. Comme toute démonstration elle doit sortir de principes *indémontrables* qui servent à démontrer le reste (37, § B). Ces principes sont de deux sortes ; les uns **communs** : ce sont les **axiomes** ; les autres **propres** : ce sont les **postulats** et les **définitions**. La démonstration se construit en appliquant les axiomes aux définitions et aux postulats.

§ B. — *PRINCIPES COMMUNS : AXIOMES*

I. — **Définition** : ce sont des propositions nécessaires, indémontrables, énonçant des rapports nécessaires entre des grandeurs indéterminées. Ces axiomes sont *communs* à toutes les mathématiques, parce qu'ils s'appliquent également aux étendues, aux nombres et aux forces ; vg. *Le tout est plus grand que la partie. — Deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles. — Si à des grandeurs égales on ajoute des grandeurs égales, les sommes sont égales*, etc.

II. — **Nombre** : les mathématiciens ne sont pas d'accord sur le nombre des axiomes, parce qu'ils ne s'entendent pas sur leur

nature. Euclide en compte douze, Legendre en met cinq en tête de sa géométrie ; Bain les ramène à deux.

III. — **Caractères**. — Les axiomes sont :

A) **Indémontrables** : devant être le fondement de tous les théorèmes, ils ne doivent dériver d'aucun.

B) **Analytiques** : le sujet et l'attribut appartenant, l'un et l'autre, à la même catégorie, la *quantité*, il suffit d'analyser le sujet (vg. le *tout*) pour découvrir l'attribut (*plus grand que la partie*) dans sa compréhension. Ils sont dérivés du principe d'identité ; il faut remarquer, en effet, que l'*égalité* c'est l'identité sous le rapport de la grandeur. C'est ce qui autorise, en Mathématiques, la substitution des valeurs égales. Leibniz veut que l'on démontre jusqu'aux axiomes ; il n'excepte que le principe d'identité qu'il regarde comme l'unique axiome indémontrable de cet ordre. Sans doute on peut dire : vg. le tout étant défini : la somme des parties, il serait *contradictoire* que le tout fût égal à une partie ; car ce serait affirmer qu'il est et qu'il n'est pas en même temps la somme des parties. Leibniz a raison si l'on peut appeler cela une véritable démonstration.

IV. — **Rôle** : les axiomes ne sont pas principes du raisonnement mathématique, en ce sens qu'ils serviraient de **majeures** énoncées ou sous-entendues, d'où l'on *déduirait* d'autres vérités ; à ce point de vue, Locke, d'Alembert, D. Stewart, ont raison de prétendre qu'ils ne sont pas principes de la démonstration « Un homme de talent pourrait méditer éternellement sur les axiomes sans faire un pas de plus dans la connaissance des vérités mathématiques. » (Locke). Ils sont principes de la démonstration en ce sens qu'ils sont la **condition**, la **règle** du raisonnement ; ils sont au raisonnement mathématique ce que le principe d'identité est à la pensée en général, la condition sous-entendue qui rend toute déduction possible. On ne déduit rien *des* axiomes, mais on déduit tout *en vertu* des axiomes, *conformément* aux axiomes ; ils sont *comme* le *nerf* caché du raisonnement. Aussi Leibniz a pu dire : « Il ne sert de rien de ruminer les axiomes sans avoir *de quoi les appliquer* » [1]. L'esprit ressemblerait à une machine qui marche à vide.

[1] Leibniz, *Nouveaux essais*..., L. IV, ch. xii, § 14.

§ C. — *PRINCIPES PROPRES*

Les principes **propres** sont ceux qui ne s'appliquent qu'à **une science** ; on peut en distinguer deux espèces : les **Postulats** et les **Définitions**.

I. — Postulats

I. — **Définition** : ce sont des propositions également admises sans démonstration, mais qui n'ont ni l'évidence ni la nécessité des axiomes. Ces propositions ne sont pas absolument indémontrables ; mais, comme la démonstration n'a pas été jusqu'ici possible et qu'elle n'est pas nécessaire à cause de l'évidence de ces propositions, le savant demande (*postulare*) qu'on les admette sans preuves.

II. — **Rôle** : les postulats sont nécessaires à l'enchaînement des vérités mathématiques, à la suite des raisonnements. Ils peuvent être employés à titre de majeures ou de mineures, car les propriétés qu'ils énoncent sont la raison de certaines autres propriétés des figures. Leur rôle est donc analogue à celui des définitions, dont ils sont les compléments (1).

III. — **Espèces** : seules (2) la géométrie et la mécanique ont des postulats ; vg. postulat d'Euclide : *Par un point situé à l'extérieur d'une droite on ne peut faire passer qu'une parallèle à cette droite. — La ligne droite* (3) *est le plus court chemin d'un point à un autre. — La réaction est égale à l'action.*

(1) La *définition* fait connaître l'essence des nombres et des figures ; le *postulat* exprime une propriété *complémentaire* qui résulte de l'essence : vg. de la droite, et qu'on fait rentrer par convention dans l'ensemble des propriétés caractérisant la droite.

(2) C'est pour cela que certains auteurs appellent les postulats des axiomes *propres* ou de *second ordre*.

(3) « La définition et les propriétés de la ligne droite sont l'écueil et, pour ainsi dire, le scandale des éléments de géométrie » (D'Alembert, *Éclaircissements sur les éléments de philosophie*). On a, en effet, beaucoup

IV. — **Caractères** : A) **Démontrables**, mais **non démontrés**.

B) Au point de vue de l'**origine**, les avis sont très partagés. Les postulats seraient :

1°) **Synthétiques a priori**, d'après Kant (1). Ils seraient :

a) *Synthétiques*, parce que le sujet et l'attribut de ces postulats appartiennent à des catégories différentes : l'attribut, *le plus court chemin*, se rapporte à la catégorie de la *quantité*, tandis que le sujet, *ligne droite*, relève d'une catégorie différente : la *position* ou *forme* ; l'attribut est donc *ajouté* au sujet et non extrait du sujet ; la proposition est, par conséquent, *synthétique*.

b) *A priori* : étant nécessaires et universels, ils ne peuvent être *a posteriori*, car l'expérience est toujours contingente et particulière.

2°) **Synthétiques et a posteriori**, d'après M. Rabier (2) : ces postulats ont pour fondement l'expérience, non l'expérience externe ou sensible, mais l'*expérience interne* ou *intuition*, qui, opérant sur la forme pure de l'espace, nous fait voir que la supposition de la rectitude d'une ligne entraîne, comme conséquence immédiate et nécessaire, le caractère de distance la plus courte. Cette solution n'est pas satisfaisante, parce que toute expérience est nécessairement particulière et contingente ; et que l'intuition n'est pas une expérience, mais une perception rationnelle.

3°) **Analytiques**, d'après Taine (3) et d'autres philosophes. C'est l'opinion qui semble la vraie. Sans doute, la notion de *court* n'apparaît pas dans la notion de *droit* si on considère celle-ci *absolument*, en elle-même ; mais si on *compare* la ligne droite avec la courbe, immédiatement apparaît, dans le concept de la ligne droite, la notion de moindre distance *relativement* à la ligne courbe, et alors l'esprit conçoit la ligne droite comme condition essentielle du chemin le plus court. Le postulat de la ligne droite n'énonce

discuté sur la nature de cette proposition : *La ligne droite est le plus court chemin*... Les uns en font un axiome, les autres une définition, ceux-ci un postulat. Cf. Liard, *La Science positive et la métaphysique*, L. II, ch. v, p. 242. — Renouvier. *Logique*, T. I. p. 297 et suiv.

(1) Kant, *Critique de la raison pure.*

(2) Rabier, *Logique*, Ch. xv, § IV.

(3) Taine, *De l'intelligence*, L. IV, ch. ii, § 2, n° V. — Palmieri, *Logica critica*, Thes. XV.

pas une propriété primitive, mais une propriété dérivée. Il n'est donc pas étonnant que son caractère analytique ne soit pas immédiat comme celui du principe d'identité (Ps. 154, Conclusion). — On objecte aussi que les deux termes de ce postulat ne sont pas homogènes : *court chemin* se rapporte à la *quantité*, tandis que *droite* se ramène à la *forme* ou *position*. Cette objection n'est pas fondée, car la *forme* ou la *position* d'une figure est un mode de son *étendue* ; or l'étendue implique nécessairement la *quantité*.

II. — Définitions

A. — **Nature** : la nature des définitions mathématiques est conforme à l'origine des notions ou concepts mathématiques (58, § III), car définir ici, c'est analyser un concept. Les définitions mathématiques, suggérées à l'esprit par les faits, puis rectifiées et idéalisées par l'esprit, expriment la loi même d'après laquelle l'objet défini est construit. Ce sont des créations de l'esprit, des conceptions **idéales, rationnelles**, car l'expérience n'a servi que d'occasion et de stimulant. De là découlent leurs caractères propres [1].

B. — **Caractères** : les définitions *mathématiques* sont :

1°) **Constructives** : l'objet des mathématiques étant un objet idéal, irréel, les définitions doivent faire voir, comme dit Leibniz, « la possibilité du défini ». Elles y arrivent en énonçant les lois d'après lesquelles les nombres et les figures se construisent. C'est pourquoi elles se font par **génération** : vg. le nombre 2 s'obtient en ajoutant l'unité à elle-même : la sphère est le volume engendré par la révolution d'un demi-cercle autour de son diamètre.

2°) **Définitives et imperfectibles**, car elles énoncent l'essence *complète* de leur objet. En effet : *a*) La loi de construction de l'objet mathématique est connue adéquatement, sans erreur possible, parce que, l'objet mathématique étant abstrait, c'est l'esprit lui-même qui en détermine toutes les conditions : il est sûr que

[1] Liard, *Les définitions géométriques et les définitions empiriques*. — Delbœuf, *Prolégomènes philosophiques de la géométrie*.

rien ne restera en dehors de ses prises. Or l'essence de l'objet mathématique résulte précisément de la loi de sa génération.

b) L'objet mathématique, par son abstraction même, échappe à tout changement ; de ce chef encore, les définitions mathématiques sont définitives et immuables. Aussi les définitions vg. du carré, du cercle, données par les géomètres modernes, ne diffèrent pas pour le fond de celles qu'on trouve dans Aristote et dans Euclide.

3°) **Des principes de connaissance**. — Ce troisième caractère nous amène à indiquer leur rôle.

C. — **Rôle** : ce sont les principes féconds de la démonstration ; elles en sont la **matière**, car les définitions ou les théorèmes qui en dérivent entrent comme prémisses dans le raisonnement mathématique. Toutes les propriétés des figures et des nombres se déduisent de leurs définitions, qui expriment soit leur mode de génération, soit leur essence qui en résulte. Ainsi vg. en *géométrie*, on déduit du mode de génération du cercle cette propriété essentielle qu'il a tous les rayons égaux ; et de cette propriété essentielle on déduit les propriétés secondaires du cercle ; en *arithmétique*, toutes les propriétés du nombre 9 dérivent de sa loi génératrice, c'est-à-dire de sa définition qui ne fait que formuler cette loi.

§ D. — *DÉMONSTRATION MATHÉMATIQUE ET SYLLOGISME*

Quoique la démonstration se présente sous forme syllogistique, elle se distingue du syllogisme : « Tout syllogisme, dit Aristote, n'est pas une démonstration ; mais toute démonstration est un syllogisme ». Voici les principales **différences** :

I. — Le syllogisme n'est composé que de trois propositions. — Rarement la démonstration revêt une forme aussi simple. Elle est ordinairement composée d'un grand nombre de syllogismes enchaînés les uns aux autres : c'est une suite de déductions.

II. — La démonstration est le « syllogisme du nécessaire » : elle part de principes nécessaires pour aboutir à des conséquences nécessaires. Le syllogisme démonstratif est vrai *quant à sa* *matière et quant à sa forme*; sa conclusion a donc une double nécessité ; *a*) elle dérive *nécessairement* des prémisses posées ; — *b*) elle est tirée de *prémisses nécessaires*. — La déduction logique ne garantit que *la correction de la forme* : dans un syllogisme régulier, la conclusion se déduit nécessairement des prémisses ; mais la conclusion peut très bien être fausse *matériellement*, en elle-même : vg. *Tous les hommes sont savants*; *Or Pierre est homme*; *Donc Pierre est savant*. La conclusion est rigoureuse, parce que, les prémisses étant données, elle en découle logiquement ; mais elle n'est pas vraie.

III. — La déduction *mathématique* a trait aux **quantités** et affirme des rapports d'**égalité**. Elle consiste en une série d'équations qui reviennent à des identités, car l'égalité, c'est l'identité par rapport à la grandeur. La copule est exprimée par le signe =. Mais, comme l'égalité de deux termes (A, B) n'apparaît pas du premier coup, on recourt à des termes *intermédiaires*, c'est-à-dire à des *substitutions* plus ou moins nombreuses de quantités égales ou équivalentes. On sait : vg. d'une part que $A = C$, que $C = D$; on sait d'autre part que $B = E$, que $E = F$, que $F = D$. On aura la démonstration suivante :

$$\begin{array}{rcr} A = C & \qquad & F = E \\ C = D & & E = B \\ \text{mais } D = F & & \text{donc } A = B \end{array}$$

L'**axiome**, en vertu duquel, on a pu faire cette déduction, est celui-ci : *Deux quantités égales à une troisième sont égales entre elles*.

Les **définitions** ont permis de poser chacune des égalités, car c'est dans la définition de A qu'on a trouvé qu'il est égal à C ; c'est dans la définition de C qu'on a trouvé qu'il est égal à D, etc.

La déduction *logique* se rapporte à des **qualités** et affirme des rapports d'**inclusion** ou d'**exclusion**, au point de vue soit de la compréhension, soit de l'extension, entre deux termes, l'un sujet, et l'autre attribut. Grâce à un moyen terme, elle fait voir que le grand terme est inclus dans la *compréhension* du petit ou en est exclu, c'est-à-dire est ou n'est pas un attribut du petit ;

ou bien que le petit terme est inclus dans l'*extension* du grand ou en est exclu, c'est-à-dire est ou n'est pas un individu rentrant dans tel genre. De là vient que la conclusion de la déduction logique est ordinairement moins générale que les prémisses (34, § B) [1].

§ E. — *ESPÈCES DE DÉMONSTRATIONS*

On distingue la démonstration :

I. — **Analytique** ou **synthétique** (53, § III).

II. — **Directe** ou **indirecte**.

A) La démonstration **directe** consiste à établir une proposition par des arguments tirés de la *notion même de l'objet* en question. C'est la méthode préférable parce qu'elle *éclaire en même temps qu'elle convainc* : elle est *probante* et montre la *raison* de la preuve. L'analyse et la synthèse se ressemblent en ce qu'elles sont des méthodes directes.

B) La démonstration **indirecte** ou **réduction à l'absurde** [2] consiste à établir la vérité d'une proposition en montrant la fausseté de la proposition contradictoire. Pour cela, il faut partir de la proposition *contradictoire* à celle qu'on veut établir et en déduire les conséquences, jusqu'à ce qu'on parvienne à une conséquence évidemment fausse ; on en conclut que la proposition contradictoire, d'où elle découle, est fausse elle-même, parce que le faux ne peut se déduire du vrai. Par conséquent la première proposition, c'est-à-dire le théorème à démontrer, est vraie. Cette démonstration a pour fondement le principe logique que deux propositions contradictoires ne peuvent être vraies ou fausses simultanément. Si l'une est vraie, l'autre est nécessairement fausse et *vice versa* ; on peut par conséquent de la vérité de l'une déduire la fausseté de l'autre et réciproquement (19). — La

[1] On peut voir dans Rabier (*Logique*, ch. xv, § VI) un exemple de déduction géométrique appliquée au théorème sur la somme des angles d'un triangle. La démonstration proprement dite est un tissu de cinq syllogismes.

[2] Duhamel, *Des méthodes*..., Ire P., ch. ix, n. 49.

démonstration *indirecte* est donc logiquement incontestable ; mais elle convainc l'esprit sans l'éclairer, parce que, si elle montre qu'une chose est vraie, elle ne dit pas *pourquoi*. — On peut démontrer de la sorte ce théorème : *Deux droites, perpendiculaires sur une même droite, sont parallèles.*

§ *F.* — *RÈGLES*

Voici, d'après Pascal ([1]), les différentes règles pour les :

I. — **Axiomes** : 1°) N'omettre ([2]) aucun des principes nécessaires, sans avoir demandé si on l'accorde, quelque clair et évident qu'il puisse être.

2°) Ne demander, en axiomes, que des choses parfaitement évidentes d'elles-mêmes.

II. — **Définitions** : 1°) N'entreprendre de définir aucune des choses tellement connues d'elles-mêmes, qu'on n'ait point de termes plus clairs pour les expliquer.

2°) N'omettre aucun des termes un peu obscurs ou équivoques, sans définition.

3°) N'employer dans la définition des termes que des mots parfaitement connus ou déjà expliqués.

III. — **Démonstrations** : 1°) N'entreprendre de démontrer aucune des choses qui sont tellement évidentes d'elles-mêmes qu'on n'ait rien de plus clair pour les prouver.

2°) Prouver toutes les propositions un peu obscures, et n'employer à leurs preuves que des axiomes très évidents, ou des propositions déjà accordées ou démontrées.

3°) Substituer toujours mentalement les définitions à la place des définis, pour ne pas se tromper par l'équivoque des termes, que les définitions ont restreints.

Conclusion : la démonstration doit s'appuyer sur des principes

([1]) Pascal, *De l'esprit géométrique.*

([2]) « N'omettre.... sans avoir demandé » et plus bas « N'omettre... sans définition » sont des tournures archaïques pour dire : Ne laisser passer aucun principe sans avoir demandé si on l'accorde.. ; ne laisser passer sans définition aucun terme...

indémontrables. De même qu'on ne peut tout définir ou analyser, ainsi on ne peut tout démontrer, comme on l'a prouvé (37, § B), d'après Aristote : Ἀποδείξεως ἀρχὴ οὐκ ἀπόδειξις. Pascal voit dans cette nécessité une marque de faiblesse et d'impuissance intellectuelle : « En poussant les recherches de plus en plus, on arrive nécessairement à des mots primitifs qu'on ne peut plus définir, et à des principes si clairs qu'on n'en trouve plus qui le soient davantage pour servir à leur preuve. D'où il paraît que les hommes sont dans une *impuissance naturelle et immuable* de traiter quelque science que ce soit dans un ordre absolument accompli ([1]) ». D'après lui, la méthode parfaite, « le véritable ordre », consiste « à tout définir et à tout prouver », c'est-à-dire « à définir tous les termes et à prouver toutes les propositions ».

Cette méthode n'est pas impraticable parce que la raison humaine est trop bornée pour la suivre, mais parce qu'elle implique contradiction : prouver une proposition douteuse c'est la rattacher à une proposition qui ne l'est pas ; la démonstration suppose donc nécessairement des propositions indubitables, connues par *intuition*. Le procédé *intuitif*, loin d'être une marque de faiblesse, est au contraire le signe de la puissance intellectuelle. La science imparfaite est celle qui, comme la nôtre, est obligée de recourir au *détour* du procédé *discursif*, lequel nous fait passer par une série d'*intermédiaires*, dont notre connaissance dépend. Dieu étant parfait connaît *tout intuitivement*. L'intelligence humaine connaît aussi par intuition certaines vérités *immédiatement évidentes*, et c'est par là qu'elle rappelle la perfection de l'intelligence divine. Ce qu'on doit retenir de la pensée de Pascal, c'est qu'il ne faut pas avoir l'évidence facile, ni accepter sans démonstration les vérités qui ne s'imposent pas avec une nécessité absolue.

60. — SCIENCES EXACTES

Les mathématiques doivent leur caractère d'**exactitude** :

I. — **A la nature de leurs objets** : en effet, ces objets, les

([1]) Pascal, *De l'esprit géométrique*, 1er Fragment.

nombres et les figures, sont des **constructions idéales**, faites avec *des éléments simples* et *peu nombreux*. Ainsi les *nombres*, objets de l'arithmétique, ne sont pas extraits empiriquement de la multitude des choses sensibles ; ils sont construits *a priori* en partant de l'unité. Les *figures*, objets de la géométrie, ne sont pas non plus extraites empiriquement des formes des choses sensibles ; elles sont construites *a priori* avec ces seuls éléments, l'espace, le point et le mouvement dans l'espace (58, § III). Les objets des sciences mathématiques sont donc *idéaux* : ils sont construits par elles-mêmes au moyen des définitions. Il n'y a pas à se demander si les définitions correspondent bien aux choses, si elles sont parfaites : les définitions sont les choses mêmes. — De plus, ces objets étant purement idéaux, restent toujours identiques et fixes : c'est ainsi que telle partie de l'espace est absolument homogène par rapport à n'importe quelle autre partie ; dans quelque combinaison qu'on fasse entrer un nombre et une figure, leurs propriétés restent invariables, parce qu'elles dérivent de leur construction même. Il n'y a donc pas place pour l'*erreur*. Il n'y en a pas non plus pour l'*ignorance*, car l'esprit en présence d'objets idéaux, que lui-même a créés et dont toutes les propriétés découlent de la loi de leur génération, peut en acquérir une connaissance adéquate.

Les autres sciences, au contraire, trouvant leur objet tout fait dans la réalité, et cet objet formant un ensemble complexe de *qualités* variées et changeantes, arrivent plus difficilement à le connaître d'une façon certaine et parfaite.

II. — **A la rigueur de leur méthode** : la démonstration est le syllogisme du *nécessaire* (59, § D). Si l'on emploie la méthode *analytique*, on ramène la question posée à une proposition déjà connue comme nécessaire, d'où l'on puisse la déduire. Si l'on adopte la méthode *synthétique*, on part d'une proposition nécessaire, d'où l'on déduit logiquement la proposée. Dans un cas comme dans l'autre, la conclusion participe à la *nécessité* des propositions qui ont servi de principes à la démonstration.

III. — **A la possibilité de représenter les quantités de toute espèce** *par un petit nombre de signes très simples et très clairs*, et d'opérer sur ces signes comme si on opérait sur les choses mêmes.

Conclusion : ce caractère exact des Mathématiques tient surtout à la nature de leur objet qui est purement idéal, abstrait, aussi éloigné que possible du réel. Ce n'est pas à dire que les autres sciences ne puissent arriver à des résultats aussi certains : vg. je ne suis pas plus certain de l'égalité des rayons d'un cercle que de l'existence de saint Louis. Mais : *a)* leur certitude est plus difficile à acquérir, à cause de l'extrême complexité de leur objet ; — *b)* la certitude des sciences morales est d'une nature différente (L. III, Ch. I).

61. — LES MATHÉMATIQUES ET LA FORMATION DE L'ESPRIT

§ A. — *AVANTAGES*

I. — Plus que toute autre science, les Mathématiques font acquérir à l'esprit des habitudes de **précision**, de **clarté** et de **rigueur** [1], parce que :

a) Elles s'appuient sur des principes **absolument certains** : d'une part les **axiomes**, qui ont la même nécessité évidente que le principe d'identité d'où ils dérivent ; — d'autre part les **définitions**, qui sont absolument rigoureuses, puisque, engendrant les objets eux-mêmes, elles leur sont adéquates.

b) Elles emploient la méthode *démonstrative*, qui est une suite de déductions partant de principes nécessaires et aboutissant à des conséquences nécessaires.

II. — D'après Hamilton lui-même [2] qui a fait d'une façon trop sévère le procès des mathématiques au point de vue de leur valeur éducative, leur étude peut fortifier « l'habitude de l'attention soutenue ».

III. — Le calcul des probabilités affine ce que d'Alembert nomme « l'*esprit de conjecture* plus admirable quelquefois que l'esprit de découverte [3] ».

[1] Herschel, *Discours sur la philosophie naturelle*, p. 16 et s.

[2] Hamilton, *Fragments de philosophie*, traduct. Peisse, p. 361. — Cf. S. Mill, *Examen de la philosophie de Hamilton*, ch. xxvii.

[3] D'Alembert, *Éléments de philosophie*, ch. v.

IV. — Les Mathématiques supérieures et même élémentaires ont sans cesse besoin de l'imagination, pour leurs constructions idéales et la solution des problèmes ; elles contribuent à la développer en la réglant.

V. — Elles s'élèvent jusqu'au *beau* (1). Quand elles présentent une série bien ordonnée de déductions rigoureuses, c'est la splendeur du vrai qu'elles offrent alors à l'admiration de l'esprit. — Les démonstrations mathématiques peuvent avoir encore une autre qualité esthétique, qu'on nomme l'*élégance*. Elle a pour conditions la *brièveté*, la *clarté* et la *simplicité*.

§ *B.* — *DANGERS*

I. — La *Logique* de Port-Royal et d'Alembert reprochent aux Mathématiques d'avoir plus de souci de convaincre l'esprit que de l'éclairer ; de démontrer avec subtilité ce qui pourrait l'être simplement ou se passer de toute démonstration. — Ces critiques s'adressent aux mathématiciens de ce temps-là plutôt qu'aux Mathématiques.

II. — A notre époque le danger est ailleurs : il est dans la tendance à vouloir ramener les différentes sciences aux Mathématiques. Sans doute on peut y ramener les sciences physiques ; mais c'est chimérique, s'il est question des sciences de la vie, et surtout des sciences morales. Sans doute encore, en sociologie, on peut, après Comte, parler de *dynamique* et de *statique* sociales, mais sans prétendre assimiler les lois qui régissent des êtres libres à celles de la matière réglée par des lois fatales. On ne prouvera jamais mathématiquement qu'on doit honorer Dieu et ses parents, ou se sacrifier à ses semblables : ces vérités sont d'un ordre supérieur et réclament une méthode différente.

(1) « Le savant digne de ce nom, le géomètre surtout, éprouve en face de son œuvre la même impression que l'*artiste* : sa jouissance est aussi grande et de même nature... Si nous travaillons c'est moins pour obtenir ces résultats positifs, auxquels le vulgaire nous croit uniquement attachés, que pour ressentir cette émotion *esthétique* et la communiquer à ceux qui sont capables de l'éprouver ». (Poincaré, *Notice sur Halphen*, Journal de l'École polytechnique, 1890, p. 143).

III. — L'étude *exclusive* des Mathématiques habitue à tout voir sous une forme abstraite et fait perdre de vue la réalité avec ses aspects concrets et multiples. Le mathématicien est trop *simplificateur*, n'étudiant que les conditions idéales des choses. Un géomètre qui n'est que géomètre, comme dirait Pascal, est peu propre à saisir la valeur des arguments apportés par les sciences morales, ou les nuances de la vie réelle à cause de leur complexité ondoyante ; car il a dans toutes ses études cet esprit de simplification, ce manque de souplesse qui le porte à tout enfermer dans des formules rigides (1).

IV. — Aussi une culture *excessive* des Mathématiques peut-elle conduire à l'*utopie* et à la *chimère* : « Toutes les utopies sociales, avoue A. Comte, ont trouvé de nombreux et actifs partisans chez les élèves les mieux dominés par une éducation mathématique. »

V. — Elles étouffent le développement du *sentiment*. Il faut donc *contrebalancer* la culture des sciences abstraites par celle des sciences concrètes, surtout morales : autrement l'esprit ne verra qu'un côté des choses et se faussera. C'est la règle que trace Descartes (2) et qu'il pose en tête de toutes les autres pour la direction de l'esprit : « Pas d'étude exclusive ; il faut cultiver toutes les sciences, avant de se spécialiser. »

Conclusion : on comprendra mieux maintenant la comparaison faite par Pascal (3) entre l'*esprit géométrique et l'esprit de finesse* : dans le premier « les principes sont palpables, mais éloignés de l'usage commun ; de sorte qu'on a peine à tourner la tête de ce côté-là, manque d'habitude ; mais, pour peu qu'on l'y tourne, on voit les principes à plein ; et il faudrait avoir tout à fait l'esprit

(1) « De là cette vérité, dont on voit tant d'exemples, que dans les « matières contingentes, les mathématiciens sont mauvais raisonneurs ». (Spencer, *Introduction à la science sociale*). — Madame de Staël dit également en parlant des mathématiques « qu'elles rendent particulièrement appliqué ; mais elles n'habituent pas à rassembler, à apprécier, à concentrer : l'attention qu'elles exigent est pour ainsi dire, *en ligne droite*, l'esprit humain agit en mathématiques comme un ressort qui suit une direction toujours la même » (*De l'Allemagne*, Ire P., ch. XVIII).

(2) *Règles pour la direction de l'esprit*, R. Ire. — Cf. Gratry, *Logique*, L. VI, ch. II, § V, *Science comparée*.

(3) *Pensées*, Art. VII, 2, Éd. Havet.

faux pour mal raisonner sur des principes si gros qu'il est presque impossible qu'ils échappent ». Dans le second, « ils sont dans l'usage commun... Il n'est question que d'avoir bonne vue, mais il faut l'avoir bonne, car les principes sont si déliés et en si grand nombre, qu'il est presque impossible qu'il n'en échappe ». Par esprit de finesse, Pascal entend donc et la justesse et la souplesse de l'esprit, qui s'applique à tout et transporte en toutes choses ce qu'Ampère nomme le « tact du vrai ».

CHAPITRE IV

MÉTHODE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DES SCIENCES NATURELLES

Nous avons vu, dans la classification générale des sciences (45) qu'on entend par sciences **physiques**, celles qui ont pour objet les *phénomènes* et les *êtres* de la matière *brute* ou *inorganique* (**Géologie**, **Minéralogie**, **Physique** et **Chimie**) ; — et par sciences **naturelles**, celles qui ont pour objet les *phénomènes* et les *êtres* de la matière *organisée* ou *vivante* (**Paléontologie**, **Botanique**, **Zoologie**). C'est le point de vue de la *nature* des objets étudiés. Mais si on se place, comme ici, au point de vue spécial de la *méthode*, on divise ces sciences d'après un autre principe, d'après le degré d'abstraction de leur objet. C'est pourquoi on appelle sciences : **physiques**, celles qui, soit dans les êtres inorganiques, soit dans les êtres vivants, étudient les **phénomènes**, abstraction faite des êtres chez lesquels ils se produisent ; — **naturelles**, celles qui étudient les **êtres**, vivants ou non. Les premières sont dites **abstraites-concrètes**, les secondes, **concrètes**.

62. — SCIENCES PHYSIQUES ET SCIENCES NATURELLES

Les sciences physiques et les sciences naturelles diffèrent par :

1. — **L'objet étudié** : les sciences **physiques** ont pour objet les **phénomènes**, abstraction faite des êtres où ils se passent, que ces êtres soient vivants ou non vivants : vg. fusion des corps par la chaleur, combinaisons chimiques. — Les sciences **naturelles** ont pour objet les **êtres** mêmes qui composent la nature, qu'ils soient organiques ou inorganiques. Par *êtres* on n'entend