

sont pas toutes également propres à une telle destination, et qu'elles présentent même, sous ce rapport, les oppositions les plus complètes. Or, d'un autre côté, la définition primitive de chaque forme n'ayant pu évidemment être choisie d'après cette condition, il est clair qu'on ne doit pas s'attendre, en général, à la trouver la plus convenable; d'où résulte la nécessité d'en découvrir d'autres, c'est à dire d'étudier, autant que possible, les propriétés de la forme proposée. Qu'on suppose, par exemple, que le cercle soit défini la courbe qui, sous le même contour, renferme la plus grande aire, ce qui est certainement une propriété tout-à-fait caractéristique, on éprouverait évidemment des difficultés insurmontables pour déduire d'un tel point de départ la solution des questions fondamentales relatives à la rectification ou à la quadrature de cette courbe. Il est clair, *à priori*, que la propriété d'avoir tous ses points à égale distance d'un point fixe, doit nécessairement s'adapter bien mieux à des recherches de cette nature, sans qu'elle soit précisément la plus convenable. De même, Archimède eût-il jamais pu découvrir la quadrature de la parabole, s'il n'avait connu de cette courbe d'autre propriété que d'être la section d'un cône à base circulaire, par un plan parallèle à sa génératrice? Les travaux purement spéculatifs des

géomètres précédens, pour transformer cette première définition, ont évidemment été des préliminaires indispensables à la solution directe d'une telle question. Il en est de même, à plus forte raison, relativement aux surfaces. Il suffirait, pour s'en faire une juste idée, de comparer, par exemple, quant à la question de la cubature ou de la quadrature, la définition ordinaire de la sphère avec celle, non moins caractéristique sans doute, qui consisterait à regarder un corps sphérique comme celui qui, sous la même aire, contient le plus grand volume.

Je n'ai pas besoin d'indiquer un plus grand nombre d'exemples pour faire comprendre, en général, la nécessité de connaître, autant que possible, toutes les propriétés de chaque ligne ou de chaque surface, afin de faciliter la recherche des rectifications, des quadratures, et des cubatures, qui constitue l'objet final de la géométrie. On peut même dire que la principale difficulté des questions de ce genre consiste à employer, dans chaque cas, la propriété qui s'adapte le mieux à la nature du problème proposé. Ainsi en continuant à indiquer, pour plus de précision, la mesure de l'étendue, comme la destination générale de la géométrie, cette première considération, qui touche directement au fond du sujet, démontre clairement la nécessité d'y con-

prendre l'étude, aussi approfondie que possible, des diverses générations ou définitions propres à une même forme.

Un second motif, d'une importance au moins égale, consiste en ce qu'une telle étude est indispensable pour organiser, d'une manière rationnelle, la relation de l'abstrait au concret en géométrie.

La science géométrique devant considérer, ainsi que je l'ai indiqué ci-dessus, toutes les formes imaginables qui comportent une définition exacte, il en résulte nécessairement, comme nous l'avons remarqué, que les questions relatives aux formes quelconques présentées par la nature, sont toujours implicitement comprises dans cette géométrie abstraite, supposée parvenue à sa perfection. Mais quand il faut passer effectivement à la géométrie concrète, on rencontre constamment une difficulté fondamentale, celle de savoir auxquels des différens types abstraits on doit rapporter, avec une approximation suffisante, les lignes ou les surfaces réelles qu'il s'agit d'étudier. Or, c'est pour établir une telle relation qu'il est particulièrement indispensable de connaître le plus grand nombre possible de propriétés de chaque forme considérée en géométrie.

En effet, si l'on se bornait toujours à la seule définition primitive d'une ligne ou d'une surface, en supposant même qu'on pût alors la mesurer

(ce qui, d'après le premier genre de considérations, serait le plus souvent impossible), ces connaissances resteraient presque nécessairement stériles dans l'application, puisqu'on ne saurait point ordinairement reconnaître cette forme dans la nature, quand elle s'y présenterait. Il faudrait pour cela que le caractère unique, d'après lequel les géomètres l'auraient conçue, fût précisément celui dont les circonstances extérieures comporteraient la vérification, coïncidence purement fortuite, sur laquelle évidemment on ne doit pas compter, bien qu'elle puisse avoir lieu quelquefois. Ce n'est donc qu'en multipliant autant que possible les propriétés caractéristiques de chaque forme abstraites, que nous pouvons être assurés d'avance de la reconnaître à l'état concret, et d'utiliser ainsi tous nos travaux rationnels, en vérifiant, dans chaque cas, la définition qui est susceptible d'être constatée directement. Cette définition est presque toujours unique dans des circonstances données, et varie, au contraire, pour une même forme, avec des circonstances différentes : double motif de détermination.

La géométrie céleste nous fournit, à cet égard, l'exemple le plus mémorable, bien propre à mettre en évidence la nécessité générale d'une telle étude. On sait, en effet, que l'ellipse a été recon-

nue par Képler comme étant la courbe que décrivent les planètes autour du soleil et les satellites autour de leurs planètes. Or, cette découverte fondamentale, qui a renouvelé l'astronomie, eût-elle jamais été possible, si l'on s'était toujours borné à concevoir l'ellipse comme la section oblique d'un cône circulaire par un plan ? Aucune telle définition ne pouvait évidemment comporter une semblable vérification. La propriété la plus usuelle de l'ellipse, que la somme des distances de tous ses points à deux points fixes soit constante, est bien plus susceptible sans doute, par sa nature, de faire reconnaître la courbe dans ce cas ; mais elle n'est point encore directement convenable. Le seul caractère qui puisse être alors vérifié immédiatement, est celui qu'on tire de la relation qui existe dans l'ellipse entre la longueur des distances focales et leur direction, l'unique relation qui admette une interprétation astronomique, comme exprimant la loi qui lie la distance de la planète au soleil au temps écoulé depuis l'origine de sa révolution. Il a donc fallu que les travaux purement spéculatifs des géomètres grecs sur les propriétés des sections coniques eussent préalablement présenté leur génération sous une multitude de points de vue différens, pour que Képler ait pu passer ainsi de l'abstrait au concret, en choisissant parmi

tous ces divers caractères celui qui pouvait le plus facilement être constaté pour les orbites planétaires.

Je puis citer encore un exemple du même ordre, relativement aux surfaces, en considérant l'importante question de la figure de la terre. Si on n'avait jamais connu d'autre propriété de la sphère que son caractère primitif d'avoir tous ses points également distans d'un point intérieur, comment aurait-on pu jamais découvrir que la surface de la terre était sphérique ? Il a été nécessaire pour cela de déduire préalablement de cette définition de la sphère quelques propriétés susceptibles d'être vérifiées par des observations effectuées uniquement à la surface, comme, par exemple, le rapport constant qui existe pour la sphère entre la longueur du chemin parcouru le long d'un méridien quelconque en s'avancant vers un pôle, et la hauteur angulaire de ce pôle sur l'horizon en chaque point. Il en a été évidemment de même, et avec une bien plus longue suite de spéculations préliminaires, pour constater plus tard que la terre n'était point rigoureusement sphérique ; mais que sa forme est celle d'un ellipsoïde de révolution.

Après de tels exemples, il serait sans doute inutile d'en rapporter d'autres, que chacun peut d'ailleurs aisément multiplier. On y vérifiera tou-

jours que, sans une connaissance très-étendue des diverses propriétés de chaque forme, la relation de l'abstrait au concret en géométrie serait purement accidentelle; et que, par conséquent, la science manquerait de l'un de ses fondemens les plus essentiels.

Tels sont donc les deux motifs généraux qui démontrent pleinement la nécessité d'introduire en géométrie une foule de recherches qui n'ont pas pour objet direct la mesure de l'étendue, en continuant cependant à concevoir une telle mesure comme la destination finale de toute la science géométrique. Ainsi, nous pouvons conserver les avantages philosophiques que présentent la netteté et la précision de cette définition, et y comprendre néanmoins, d'une manière très-rationnelle, quoiqu'indirecte, toutes les recherches géométriques connues, en considérant celles qui ne paraissent point se rapporter à la mesure de l'étendue, comme destinées soit à préparer la solution des questions finales, soit à permettre l'application des solutions obtenues.

Après avoir reconnu, en thèse générale, les relations intimes et nécessaires de l'étude des propriétés des lignes et des surfaces avec les recherches qui constituent l'objet définitif de la géométrie, il est d'ailleurs évident que, dans la suite de leurs travaux, les géomètres ne doivent nulle-

ment s'astreindre à ne jamais perdre de vue un tel enchaînement. Sachant, une fois pour toutes, combien il importe de varier le plus possible les manières de concevoir chaque forme, ils doivent poursuivre cette étude sans considérer immédiatement de quelle utilité peut être telle ou telle propriété spéciale pour les rectifications, les quadratures ou les cubatures. Ils entraveraient inutilement leurs recherches, en attachant une importance puérile à l'établissement continu de cette coordination. L'esprit humain doit procéder, à cet égard, comme il le fait en toute occasion semblable, quand, après avoir conçu, en général, la destination d'une certaine étude, il s'attache exclusivement à la pousser le plus loin possible, en faisant complètement abstraction de cette relation, dont la considération perpétuelle compliquerait tous ses travaux.

L'explication générale que je viens d'exposer est d'autant plus indispensable, que, par la nature même du sujet, cette étude des diverses propriétés de chaque ligne et de chaque surface composé nécessairement la très-majeure partie de l'ensemble des recherches géométriques. En effet, les questions immédiatement relatives aux rectifications, aux quadratures et aux cubatures, sont évidemment, par elles-mêmes, en nombre fort limité pour chaque forme considérée. Au con-

traire, l'étude des propriétés d'une même forme présente à l'activité de l'esprit humain un champ naturellement indéfini, où l'on peut toujours espérer de faire de nouvelles découvertes. Ainsi, par exemple, quoique les géomètres se soient occupés depuis vingt siècles, avec plus ou moins d'activité sans doute, mais sans aucune interruption réelle, de l'étude des sections coniques; ils sont loin de regarder ce sujet si simple comme épuisé; et il est certain en effet qu'en continuant à s'y livrer, on ne manquerait pas de trouver encore des propriétés inconnues de ces diverses courbes. Si les travaux de ce genre se sont considérablement ralentis depuis environ un siècle, ce n'est pas qu'ils soient terminés; cela tient seulement, comme je l'expliquerai tout-à-l'heure, à ce que la révolution philosophique opérée en géométrie par Descartes a dû singulièrement diminuer l'importance de semblables recherches.

Il résulte des considérations précédentes que non-seulement le champ de la géométrie est nécessairement infini à cause de la variété des formes à considérer, mais aussi en vertu de la diversité des points de vue sous lesquels une même forme peut être envisagée. Cette dernière conception est même celle qui donne l'idée la plus large et la plus complète de l'ensemble des recherches géométriques. On voit que les études de ce genre

consistent essentiellement, pour chaque ligne ou pour chaque surface, à rattacher tous les phénomènes géométriques qu'elle peut présenter à un seul phénomène fondamental, regardé comme définition primitive.

Après avoir exposé, d'une manière générale et pourtant précise, l'objet final de la géométrie, et montré comment la science, ainsi définie, comprend une classe de recherches très-étendue qui ne paraissent point d'abord s'y rapporter nécessairement, il me reste à considérer, dans son ensemble, la méthode à suivre pour la formation de cette science. Cette dernière explication est indispensable pour compléter ce premier aperçu du caractère philosophique de la géométrie. Je me bornerai en ce moment à indiquer à cet égard la considération la plus générale, cette importante notion fondamentale devant être développée et précisée dans les leçons suivantes.

L'ensemble des questions géométriques peut être traité suivant deux méthodes tellement différentes, qu'il en résulte, pour ainsi dire, deux sortes de géométries, dont le caractère philosophique ne me semble pas avoir été encore convenablement saisi. Les expressions de géométrie *synthétique* et géométrie *analytique*, habituellement employées pour les désigner, en donnent une très-fausse idée. Je préférerais de beaucoup les déno-

minations purement historiques de *géométrie des anciens* et *géométrie des modernes*, qui ont, du moins, l'avantage de ne pas faire méconnaître leur vrai caractère. Mais je propose d'employer désormais les expressions régulières de *géométrie spéciale* et *géométrie générale*, qui me paraissent propres à caractériser avec précision la véritable nature des deux méthodes.

Ce n'est point, en effet, dans l'emploi du calcul, comme on le pense communément, que consiste précisément la différence fondamentale entre la manière dont nous concevons la géométrie depuis Descartes, et la manière dont les géomètres de l'antiquité traitaient les questions géométriques. Il est certain, d'une part, que l'usage du calcul ne leur était point entièrement inconnu, puisqu'ils faisaient, dans leur géométrie, des applications continuelles et fort étendues de la théorie des proportions, qui était pour eux, comme moyen de déduction, une sorte d'équivalent réel, quoique très-imparfait et surtout extrêmement borné, de notre algèbre actuelle. On peut même employer le calcul d'une manière beaucoup plus complète qu'ils ne l'ont fait pour obtenir certaines solutions géométriques, qui n'en auront pas moins le caractère essentiel de la géométrie ancienne; c'est ce qui arrive très-fréquemment, par rapport à ces problèmes de géométrie à deux

ou à trois dimensions, qu'on désigne vulgairement sous le nom de *déterminés*. D'un autre côté, quelque capitale que soit l'influence du calcul dans notre géométrie moderne, plusieurs solutions, obtenues sans algèbre, peuvent manifester quelquefois le caractère propre qui la distingue de la géométrie ancienne, quoique, en thèse générale, l'analyse soit indispensable; j'en citerai, comme exemple, la méthode de Roberval pour les tangentes, dont la nature est essentiellement moderne, et qui cependant conduit, en certains cas, à des solutions complètes, sans aucun secours du calcul. Ce n'est donc point par l'instrument de déduction employé qu'on doit principalement distinguer les deux marches que l'esprit humain peut suivre en géométrie.

La différence fondamentale, jusqu'ici imparfaitement saisie, me paraît consister réellement dans la nature même des questions considérées. En effet, la géométrie, envisagée dans son ensemble, et supposée parvenue à son entière perfection, doit, comme nous l'avons vu, d'une part, embrasser toutes les formes imaginables, et d'une autre part, découvrir toutes les propriétés de chaque forme. Elle est susceptible, d'après cette double considération, d'être traitée suivant deux plans essentiellement distinctifs: soit en groupant ensemble toutes les questions, quelque

diverses qu'elles soient, qui concernent une même forme, et isolant celles relatives à des corps différens, quelque analogie qui puisse exister entre elles; soit, au contraire, en réunissant sous un même point de vue toutes les recherches semblables, à quelques formes diverses qu'elles se rapportent d'ailleurs, et séparant les questions relatives aux propriétés réellement différentes d'un même corps. En un mot, l'ensemble de la géométrie peut être essentiellement ordonné ou par rapport aux corps étudiés, ou par rapport aux phénomènes à considérer. Le premier plan, qui est le plus naturel, a été celui des anciens; le second, infiniment plus rationnel, est celui des modernes depuis Descartes.

Tel est, en effet, le caractère principal de la géométrie ancienne, qu'on étudiait, une à une, les diverses lignes et les diverses surfaces, ne passant à l'examen d'une nouvelle forme que lorsqu'on croyait avoir épuisé tout ce que pouvaient offrir d'intéressant les formes connues jusqu'à lors. Dans cette manière de procéder, quand on entreprenait l'étude d'une courbe nouvelle, l'ensemble des travaux exécutés sur les précédentes ne pouvait présenter directement aucune ressource essentielle, autrement que par l'exercice géométrique auquel il avait dressé l'intelligence. Quelle que pût être la similitude réelle des questions

proposées sur deux formes différentes, les connaissances complètes acquises pour l'une ne pouvaient nullement dispenser de reprendre pour l'autre l'ensemble de la recherche. Aussi la marche de l'esprit n'était-elle jamais assurée; en sorte qu'on ne pouvait être certain d'avance d'obtenir une solution quelconque, quelque analogue que fût le problème proposé à des questions déjà résolues. Ainsi, par exemple, la détermination des tangentes aux trois sections coniques ne fournissait aucun secours rationnel pour mener la tangente à quelque autre courbe nouvelle, comme le conchoïde, la cissoïde, etc. En un mot, la géométrie des anciens était, suivant l'expression proposée ci-dessus, essentiellement *spéciale*.

Dans le système des modernes, la géométrie est, au contraire, éminemment *générale*, c'est-à-dire, relative à des formes quelconques. Il est aisé de comprendre d'abord que toutes les questions géométriques de quelque intérêt peuvent être proposées par rapport à toutes les formes imaginables. C'est ce qu'on voit directement pour les problèmes fondamentaux, qui constituent, d'après les explications données dans cette leçon, l'objet définitif de la géométrie, c'est-à-dire, les rectifications, les quadratures, et les cubatures. Mais cette remarque n'est pas moins incontestable, même pour les recherches relatives aux diverses

propriétés des lignes et des surfaces, et dont les plus essentielles, telles que la question des tangentes ou des plans tangents, la théorie des courbures, etc., sont évidemment communes à toutes les formes quelconques. Les recherches très-peu nombreuses qui sont vraiment particulières à telle ou telle forme n'ont qu'une importance extrêmement secondaire. Cela posé, la géométrie moderne consiste essentiellement à abstraire, pour la traiter à part, d'une manière entièrement générale, toute question relative à un même phénomène géométrique, dans quelques corps qu'il puisse être considéré. L'application des théories universelles ainsi construites à la détermination spéciale du phénomène dont il s'agit dans chaque corps particulier, n'est plus regardée que comme un travail subalterne, à exécuter suivant des règles invariables et dont le succès est certain d'avance. Ce travail est, en un mot, du même ordre que l'évaluation numérique d'une formule analytique déterminée. Il ne peut y avoir sous ce rapport d'autre mérite que celui de représenter, dans chaque cas, la solution nécessairement fournie par la méthode générale, avec toute la simplicité et l'élégance que peut comporter la ligne ou la surface considérée. Mais on n'attache d'importance réelle qu'à la conception et à la solution complète d'une nouvelle question propre à une forme quelcon-

que. Les travaux de ce genre sont seuls regardés comme faisant faire à la science de véritables pas. L'attention des géomètres, ainsi dispensée de l'examen des particularités des diverses formes, et dirigée tout entière vers les questions générales, a pu s'élever par là à la considération de nouvelles notions géométriques, qui, appliquées aux courbes étudiées par les anciens, en ont fait découvrir des propriétés importantes qu'ils n'avaient pas même soupçonnées. Telle est la géométrie, depuis la révolution radicale opérée par Descartes dans le système général de la science.

La simple indication du caractère fondamental propre à chacune des deux géométries, suffit sans doute pour mettre en évidence l'immense supériorité nécessaire de la géométrie moderne. On peut même dire qu'avant la grande conception de Descartes, la géométrie rationnelle n'était pas vraiment constituée sur des bases définitives, soit sous le rapport abstrait, soit sous le rapport concret. En effet, pour la science considérée spéculativement, il est clair qu'en continuant indéfiniment, comme l'ont fait les modernes avant Descartes et même un peu après, à suivre la marche des anciens, en ajoutant quelques nouvelles courbes au petit nombre de celles qu'ils avaient étudiées, les progrès, quelque rapides qu'ils eussent pu être, n'auraient été, après une longue suite

de siècles, que fort peu considérables par rapport au système général de la géométrie, vu l'infinie variété des formes qui seraient toujours restées à étudier. Au contraire, à chaque question résolue suivant la marche des modernes, le nombre des problèmes géométriques à résoudre se trouve, une fois pour toutes, diminué d'autant, par rapport à tous les corps possibles. Sous un second point de vue, du défaut complet de méthodes générales il résultait que les géomètres anciens, dans toutes leurs recherches, étaient entièrement abandonnés à leurs propres forces, sans avoir jamais la certitude d'obtenir tôt ou tard une solution quelconque. Si cette imperfection de la science était éminemment propre à mettre dans tout son jour leur admirable sagacité, elle devait rendre leurs progrès extrêmement lents: on peut s'en faire une idée par le temps considérable qu'ils ont employé à l'étude des sections coniques. La géométrie moderne, assurant d'une manière invariable la marche de notre esprit, permet, au contraire, d'utiliser au plus haut degré possible les forces de l'intelligence, que les anciens devaient consumer fréquemment sur des questions bien peu importantes.

Une différence non moins capitale se manifeste entre les deux systèmes, quand on vient à considérer la géométrie sous le rapport concret. En

effet, nous avons remarqué plus haut que la relation de l'abstrait au concret en géométrie ne peut être solidement fondée sur des bases rationnelles qu'autant qu'on fait directement porter les recherches sur toutes les formes imaginables. En n'étudiant les lignes et les surfaces qu'une à une, quel que soit le nombre, toujours nécessairement fort petit, de celles qu'on aura considérées, l'application de théories semblables aux formes réellement existantes dans la nature n'aura jamais qu'un caractère essentiellement accidentel, puisque rien n'assure que ces formes pourront effectivement rentrer dans les types abstraits envisagés par les géomètres.

Il y a certainement, par exemple, quelque chose de fortuit dans l'heureuse relation qui s'est établie entre les spéculations des géomètres grecs sur les sections coniques et la détermination des véritables orbites planétaires. En continuant sur le même plan les travaux géométriques, on n'avait point, en général, le droit d'espérer de semblables coïncidences; et il eût été possible, dans ces études spéciales, que les recherches des géomètres se fussent dirigées sur des formes abstraites indéfiniment inapplicables, tandis qu'ils en auraient négligé d'autres, susceptibles peut-être d'une application importante et prochaine. Il est clair, du moins, que

rien ne garantissait positivement l'applicabilité nécessaire des spéculations géométriques. Il en est tout autrement dans la géométrie moderne. Par cela seul qu'on y procède par questions générales, relatives à des formes quelconques, on a d'avance la certitude évidente que les formes réalisées dans le monde extérieur se sauraient jamais échapper à chaque théorie, si le phénomène géométrique qu'elle envisage vient à s'y présenter.

Par ces diverses considérations, on voit que le système de géométrie des anciens porte essentiellement le caractère de l'enfance de la science, qui n'a commencé à devenir complètement rationnelle que par suite de la révolution philosophique opérée par Descartes. Mais il est évident, d'un autre côté, que la géométrie n'a pu être conçue d'abord que de cette manière spéciale. La géométrie générale n'eût point été possible, et la nécessité n'eût pu même en être sentie, si une longue suite de travaux spéciaux sur les formes les plus simples n'avait point préalablement fourni des bases à la conception de Descartes, et rendu sensible l'impossibilité de persister indéfiniment dans la philosophie géométrique primitive.

En précisant autant que possible cette dernière considération, il faut même en conclure que,

quoique la géométrie que j'ai appelé *générale* doive être aujourd'hui regardée comme la seule véritable géométrie dogmatique, celle à laquelle nous nous bornerons essentiellement, l'autre n'ayant plus, principalement, qu'un intérêt historique, néanmoins il n'est pas possible de faire disparaître entièrement la géométrie *spéciale* dans une exposition rationnelle de la science. On peut sans doute se dispenser, comme on l'a fait depuis environ un siècle, d'emprunter directement à la géométrie ancienne tous les résultats qu'elle a fournis. Les recherches les plus étendues et les plus difficiles dont elle était composée, ne sont plus même habituellement présentées aujourd'hui que d'après la méthode moderne. Mais, par la nature même du sujet, il est nécessairement impossible de se passer absolument de la méthode ancienne, qui, quoi qu'on fasse, servira toujours dogmatiquement de base préliminaire à la science, comme elle l'a fait historiquement. Le motif en est facile à comprendre. En effet, la géométrie *générale* étant essentiellement fondée, comme nous l'établirons bientôt, sur l'emploi du calcul, sur la transformation des considérations géométriques en considérations analytiques, une telle manière de procéder ne saurait s'emparer du sujet immédiatement à son origine. Nous savons que l'application de l'analyse mathématique, par

sa nature, ne peut jamais commencer aucune science quelconque, puisqu'elle ne saurait avoir lieu que lorsque la science a déjà été assez cultivée pour établir, relativement aux phénomènes considérés, quelques *équations* qui puissent servir de point de départ aux travaux analytiques. Ces équations fondamentales une fois découvertes, l'analyse permettra d'en déduire une multitude de conséquences, qu'il eût été même impossible de soupçonner d'abord; elle perfectionnera la science à un degré immense, soit sous le rapport de la généralité des conceptions, soit quant à la coordination complète établie entre elles. Mais, pour constituer les bases mêmes d'une science naturelle quelconque, jamais, évidemment, la simple analyse mathématique ne saurait y suffire, pas même pour les démontrer de nouveau lorsqu'elles ont été déjà fondées. Rien ne peut dispenser, à cet égard, de l'étude directe du sujet, poussée jusqu'au point de la découverte de relations précises. Tenter de faire rentrer la science, dès son origine, dans le domaine du calcul, ce serait vouloir imposer à des théories portant sur des phénomènes effectifs, le caractère de simples procédés logiques; et les priver ainsi de tout ce qui constitue leur corrélation nécessaire avec le monde réel. En un mot, une telle opération philosophique, si par elle-

même elle n'était pas nécessairement contradictoire, ne saurait aboutir évidemment qu'à replonger la science dans le domaine de la métaphysique, dont l'esprit humain a eu tant de peine à se dégager complètement.

Ainsi, la géométrie des anciens aura toujours, par sa nature, une première part nécessaire et plus ou moins étendue dans le système total des connaissances géométriques. Elle constitue une introduction rigoureusement indispensable à la géométrie *générale*. Mais c'est à cela que nous devons la réduire dans une exposition complètement dogmatique. Je considérerai donc directement, dans la leçon suivante, cette géométrie *spéciale* ou *préliminaire*, restreinte exactement à ses limites nécessaires, pour ne plus m'occuper ensuite que de l'examen philosophique de la géométrie *générale* ou *définitive*, la seule vraiment rationnelle, et qui aujourd'hui compose essentiellement la science.