

vir de base n'étant point alors à beaucoup près aussi tranchés. Il a donc été naturel que l'esprit humain s'occupât d'abord de classer les surfaces. Mais on doit sans doute espérer que cet ordre de considérations s'étendra plus tard jusqu'aux courbes. On peut même apercevoir déjà entre elles quelques familles vraiment naturelles, comme celle des paraboles quelconques, et celle des hyperboles quelconques, etc. Néanmoins, il n'a été encore produit aucune conception générale directement propre à déterminer une telle classification.

Ayant ainsi exposé aussi nettement qu'il m'a été possible, dans cette leçon et dans l'ensemble des quatre précédentes, le véritable caractère philosophique de la section la plus générale et la plus simple de la mathématique concrète, je dois maintenant entreprendre le même travail relativement à la science immense et plus compliquée de la mécanique rationnelle. Ce sera l'objet des quatre leçons suivantes.

QUINZIÈME LEÇON.

SOMMAIRE. Considérations philosophiques sur les principes fondamentaux de la mécanique rationnelle.

Les phénomènes mécaniques sont, par leur nature, comme nous l'avons déjà remarqué, à la fois plus particuliers, plus compliqués et plus concrets que les phénomènes géométriques. Aussi, conformément à l'ordre encyclopédique établi dans cet ouvrage, plaçons-nous la mécanique rationnelle après la géométrie dans cette exposition philosophique de la mathématique concrète, comme étant nécessairement d'une étude plus difficile, et par suite moins perfectionnée. Les questions géométriques sont toujours complètement indépendantes de toute considération mécanique, tandis que les questions mécaniques se compliquent constamment des considérations géométriques, la forme des corps devant influencer inévitablement sur les phénomènes du mou-

vement ou de l'équilibre. Cette complication est souvent telle, que le plus simple changement dans la forme d'un corps suffit seul pour augmenter extrêmement les difficultés du problème de mécanique dont il est le sujet, comme on peut s'en faire une idée en considérant, par exemple, l'importante détermination de la gravitation mutuelle de deux corps en résultat de celle de toutes leurs molécules, question qui n'est encore complètement résolue qu'en supposant à ces corps une forme sphérique, et où, par conséquent, le principal obstacle vient évidemment des circonstances géométriques.

Puisque nous avons reconnu dans les leçons précédentes que le caractère philosophique de la science géométrique était encore altéré à un certain degré par un reste d'influence très-sensible de l'esprit métaphysique, on doit s'attendre naturellement, vu cette plus grande complication nécessaire de la mécanique rationnelle, à l'en trouver bien plus profondément affectée. C'est ce qui n'est, en effet, que trop facile à constater. Le caractère de science naturelle, encore plus évidemment inhérent à la mécanique qu'à la géométrie, est aujourd'hui complètement déguisé dans presque tous les esprits, par l'emploi des considérations ontologiques. On remarque, dans toutes les notions fondamentales de cette science,

une confusion profonde et continuelle entre le point de vue abstrait et le point de vue concret, qui empêche de distinguer nettement ce qui est réellement physique de ce qui est purement logique, et de séparer avec exactitude les conceptions artificielles uniquement destinées à faciliter l'établissement des lois générales de l'équilibre ou du mouvement, des faits naturels fournis par l'observation effective du monde extérieur, qui constituent les bases réelles de la science. On peut même reconnaître que l'immense perfectionnement de la mécanique rationnelle depuis un siècle, soit sous le rapport de l'extension de ses théories, soit quant à leur coordination, a fait en quelque sorte rétrograder sous ce rapport la conception philosophique de la science, qui est communément exposée aujourd'hui d'une manière beaucoup moins nette que Newton ne l'avait présentée. Ce développement ayant été, en effet, essentiellement obtenu par l'usage de plus en plus exclusif de l'analyse mathématique, l'importance prépondérante de cet admirable instrument a fait graduellement contracter l'habitude de ne voir dans la mécanique rationnelle que de simples questions d'analyse; et, par une extension abusive, quoique très-naturelle, d'une telle manière de procéder, on a tenté d'établir, *a priori*, d'après des considérations purement analytiques, jusqu'aux

principes fondamentaux de la science, que Newton s'était sagement borné à présenter comme des résultats de la seule observation. C'est ainsi, par exemple, que Daniel Bernouilli, d'Alembert, et, de nos jours, Laplace, ont essayé de prouver la règle élémentaire de la composition des forces par des démonstrations uniquement analytiques, dont Lagrange seul a bien aperçu l'insuffisance radicale et nécessaire. Tel est, maintenant encore, l'esprit qui domine plus ou moins chez tous les géomètres. Il est néanmoins évident en thèse générale, comme nous l'avons plusieurs fois remarqué, que l'analyse mathématique, quelle que soit son extrême importance, dont j'ai tâché de donner une juste idée, ne saurait être, par sa nature, qu'un puissant moyen de déduction, qui, lorsqu'il est applicable, permet de perfectionner une science au degré le plus éminent, après que les fondemens en ont été posés, mais qui ne peut jamais suffire à établir ces bases elles-mêmes. S'il était possible de constituer entièrement la science de la mécanique d'après de simples conceptions analytiques, on ne pourrait se représenter comment une telle science deviendrait jamais vraiment applicable à l'étude effective de la nature. Ce qui établit la réalité de la mécanique rationnelle, c'est précisément, au contraire, d'être fondée sur quelques faits géné-

raux, immédiatement fournis par l'observation, et que tout philosophe vraiment positif doit envisager, ce me semble, comme n'étant susceptibles d'aucune explication quelconque. Il est donc certain qu'on a abusé en mécanique de l'esprit analytique, beaucoup plus encore qu'en géométrie. L'objet spécial de cette leçon est d'indiquer comment, dans l'état actuel de la science, on peut établir nettement son véritable caractère philosophique, et la dégager définitivement de toute influence métaphysique, en distinguant constamment le point de vue abstrait du point de vue concret, et en effectuant une séparation exacte entre la partie simplement expérimentale de la science, et la partie purement rationnelle. D'après le but de cet ouvrage, un tel travail doit nécessairement précéder les considérations générales sur la composition effective de cette science, qui seront successivement exposées dans les trois leçons suivantes.

Commençons par indiquer avec précision l'objet général de la science.

On a l'habitude de remarquer d'abord, et avec beaucoup de raison, que la mécanique ne considère point, non-seulement les causes premières des mouvemens, qui sont en dehors de toute philosophie positive, mais même les circonstances de leur production, lesquelles, quoique constituant réellement un sujet intéressant de

recherches positives dans les diverses parties de la *physique*, ne sont nullement du ressort de la mécanique, qui se borne à envisager le mouvement en lui-même, sans s'enquérir de quelle manière il a été déterminé. Ainsi les *forces* ne sont autre chose, en mécanique, que les mouvements produits ou tendant à se produire; et deux forces qui impriment à un même corps la même vitesse dans la même direction sont regardées comme identiques, quelque diverse que puisse être leur origine, soit que le mouvement provienne des contractions musculaires d'un animal, ou de la pesanteur vers un centre attractif, ou du choc d'un corps quelconque, ou de la dilatation d'un fluide élastique, etc. Mais, quoique cette manière de voir soit heureusement devenue aujourd'hui tout-à-fait familière, il reste encore aux géomètres à opérer, sinon dans la conception même, du moins dans le langage habituel, une réforme essentielle pour écarter entièrement l'ancienne notion métaphysique des *forces*, et indiquer plus nettement qu'on ne le fait encore le véritable point de vue de la mécanique (1).

(1) Il importe de remarquer aussi que le nom même de la science est extrêmement vicieux, en ce qu'il rappelle seulement une de ses applications les plus secondaires, ce qui devient habituellement une source de confusion, qui oblige à ajouter fréquemment l'adjectif *rationnelle*, dont la répétition, quoiqu'in-

Cela posé, on peut caractériser d'une manière très-précise le problème général de la mécanique rationnelle. Il consiste à déterminer l'effet que produiront sur un corps donné différentes forces quelconques agissant simultanément, lorsqu'on connaît le mouvement simple qui résulterait de l'action isolée de chacune d'elles; ou, en prenant la question en sens inverse, à déterminer les mouvements simples dont la combinaison donnerait lieu à un mouvement composé connu. Cet énoncé montre exactement quelles sont nécessairement les données et les inconnues de toute question mécanique. On voit que l'étude de l'action d'une force unique n'est jamais, à proprement parler, du domaine de la mécanique rationnelle, où elle est toujours supposée connue, car le second problème général n'est susceptible d'être résolu que comme étant l'inverse du premier. Toute la mécanique porte donc essentiellement sur la combinaison des forces, soit que de leur concours il résulte un mouvement dont il faut étudier les diverses circonstances, soit que par leur neutralisation mutuelle le corps se trouve

dispensable, est fastidieuse. Les philosophes allemands, pour éviter cet inconvénient, ont créé la dénomination beaucoup plus philosophique de *phoronomie*, employée dans le traité d'Hermann, et dont l'adoption générale serait très-désirable.

dans un état d'équilibre dont il s'agit de fixer les conditions caractéristiques.

Les deux problèmes généraux, l'un direct, l'autre inverse, dans la solution desquels consiste la science de la mécanique, ont, sous le rapport des applications, une importance égale; car, tantôt les mouvemens simples peuvent être immédiatement étudiés par l'observation, tandis que la connaissance du mouvement qui résultera de leur combinaison ne saurait être obtenue que par la théorie; et tantôt, au contraire, le mouvement composé peut seul être effectivement observé, tandis que les mouvemens simples, dont on le regardera comme le produit, ne sont susceptibles d'être déterminés que rationnellement. Ainsi, par exemple, dans le cas de la chute oblique des corps pesans à la surface de la terre, on connaît les deux mouvemens simples que prendrait le corps par l'action isolée de chacune des forces dont il est animé, savoir, la direction et la vitesse du mouvement uniforme que produirait la seule impulsion, et la loi d'accélération du mouvement vertical varié, qui résulterait de la seule pesanteur; dès-lors, on se propose de découvrir les diverses circonstances du mouvement composé produit par l'action combinée de ces deux forces, c'est-à-dire de déterminer la trajectoire que

décriera le mobile, sa direction et sa vitesse acquise à chaque instant, le temps qu'il emploiera à parvenir à une certaine position, etc.; on pourra, pour plus de généralité, joindre aux deux forces données la résistance du milieu ambiant, pourvu que la loi en soit également connue. La mécanique céleste présente un exemple capital de la question inverse, dans la détermination des forces qui produisent le mouvement des planètes autour du soleil, ou des satellites autour des planètes. On ne peut alors connaître immédiatement que le mouvement composé, et c'est d'après les circonstances caractéristiques de ce mouvement, telles que les lois de Képler les ont résumées, qu'il faut remonter aux forces élémentaires dont les astres doivent être conçus animés pour correspondre aux mouvemens effectifs; ces forces une fois connues, les géomètres peuvent utilement reprendre la question sous le point de vue opposé, qu'il eût été impossible de suivre primitivement.

La véritable destination générale de la mécanique rationnelle étant ainsi nettement conçue, considérons maintenant les principes fondamentaux sur lesquels elle repose, et d'abord examinons un artifice philosophique de la plus haute importance relativement à la manière dont les corps doivent être envisagés en mécanique. Cette conception mérite d'autant plus notre attention qu'elle est

encore habituellement entourée d'un épais nuage métaphysique, qui en fait méconnaître la vraie nature.

Il serait entièrement impossible d'établir aucune proposition générale sur les lois abstraites de l'équilibre ou du mouvement, si on ne commençait par regarder les corps comme absolument *inertes*, c'est-à-dire comme tout-à-fait incapables de modifier spontanément l'action des forces qui leur sont appliquées. Mais la manière dont cette conception fondamentale est ordinairement présentée ne semble radicalement vicieuse. D'abord cette notion abstraite, qui n'est qu'un simple artifice logique imaginé par l'esprit humain pour faciliter la formation de la mécanique rationnelle, ou plutôt pour la rendre possible, est souvent confondue avec ce qu'on appelle fort improprement *la loi d'inertie*, qui doit être regardée, ainsi que nous le verrons plus bas, comme un résultat général de l'observation. En second lieu, le caractère de cette idée est d'ordinaire tellement indéterminé, qu'on ne sait point exactement si cet état passif des corps est purement hypothétique, ou s'il représente la réalité des phénomènes naturels. Enfin, il résulte fréquemment de cette indétermination, que l'esprit est involontairement porté à regarder les lois générales de la mécanique rationnelle comme étant par

elles-mêmes exclusivement applicables à ce que nous appelons les corps bruts, tandis qu'elles se vérifient nécessairement, au contraire, tout aussi bien dans les corps organisés, quoique leur application précise y rencontre de bien plus grandes difficultés. Il importe beaucoup de rectifier sous ces divers rapports les notions habituelles.

Nous devons nettement reconnaître avant tout que cet état passif des corps est une pure abstraction, directement contraire à leur véritable constitution.

Dans la manière de philosopher primitivement employée par l'esprit humain, on concevait, en effet, la matière comme étant réellement par sa nature essentiellement inerte ou passive, toute activité lui venant nécessairement du dehors, sous l'influence de certains êtres naturels ou de certaines entités métaphysiques. Mais depuis que la philosophie positive a commencé à prévaloir, et que l'esprit humain s'est borné à étudier le véritable état des choses, sans s'enquérir des causes premières et génératrices, il est devenu évident pour tout observateur que les divers corps naturels nous manifestent tous une activité spontanée plus ou moins étendue. Il n'y a sous ce rapport, entre les corps bruts et ceux que nous nommons par excellence *animés*, que de simples différences de degrés. D'abord, les progrès de la

philosophie naturelle ont pleinement démontré, comme nous le constaterons spécialement plus tard, qu'il n'existe point de matière vivante proprement dite *sui generis*, puisqu'on retrouve dans les corps animés des élémens exactement identiques à ceux que présentent les corps inanimés. De plus, il est aisé de reconnaître dans ces derniers une activité spontanée exactement analogue à celle des corps vivans, mais seulement moins variée. N'y eût-il dans toutes les molécules matérielles d'autre propriété que la pesanteur, cela suffirait pour interdire à tout physicien de les regarder comme essentiellement passives. Ce serait vainement qu'on voudrait présenter les corps sous un point de vue entièrement inerte dans l'acte de la pesanteur, en disant qu'ils ne font alors qu'obéir à l'attraction du globe terrestre. Cette considération fût-elle exacte, on n'aurait fait évidemment que déplacer la difficulté, en transportant à la masse totale de la terre l'activité refusée aux molécules isolées. Mais, de plus, on voit clairement que, dans sa chute vers le centre de notre globe, un corps pesant est tout aussi actif que la terre elle-même, puisqu'il est prouvé que chaque molécule de ce corps attire une partie équivalente de la terre tout autant qu'elle en est attirée, quoique cette dernière attraction produise seule un effet sensible, à raison de l'immense

inégalité des deux masses. Enfin, dans une foule d'autres phénomènes également universels, thermologiques, électriques, ou chimiques, la matière nous présente évidemment une activité spontanée très-variée, dont nous ne saurions plus la concevoir entièrement privée. Les corps vivans ne nous offrent réellement à cet égard d'autre caractère particulier que de manifester, outre tous ces divers genres d'activité, quelques-uns qui leur sont propres, et que les physiologistes tendent d'ailleurs de plus en plus à envisager comme une simple modification des précédens. Quoi qu'il en soit, il est incontestable que l'état purement passif, dans lequel les corps sont considérés en mécanique rationnelle, présente, sous le point de vue physique, une véritable absurdité.

Examinons maintenant comment il est possible qu'une telle supposition soit employée sans aucun inconvénient dans l'établissement des lois abstraites de l'équilibre et du mouvement, qui n'en seront pas moins susceptibles ensuite d'être convenablement appliquées aux corps réels. Il suffit, pour cela, d'avoir égard à l'importante remarque préliminaire rappelée ci-dessus, que les mouvemens sont simplement considérés en eux-mêmes dans la mécanique rationnelle, sans aucun égard au mode quelconque de leur production. De là

résulte évidemment, pour me conformer au langage adopté, la faculté de remplacer à volonté toute force par une autre d'une nature quelconque, pourvu qu'elle soit capable d'imprimer au corps exactement le même mouvement. D'après cette considération évidente, on conçoit qu'il est possible de faire abstraction des diverses forces qui sont réellement inhérentes aux corps, et de regarder ceux-ci comme seulement sollicités par des forces extérieures, puisqu'on pourra substituer à ces forces intérieures des forces extérieures mécaniquement équivalentes. Ainsi, par exemple, quoique tout corps soit nécessairement pesant, et que nous ne puissions même concevoir réellement un corps qui ne le serait pas, les géomètres considèrent, dans la mécanique abstraite, les corps comme étant d'abord entièrement dépouillés de cette propriété, qui est implicitement comprise au nombre des forces extérieures, si l'on a envisagé, comme il convient, un système de forces tout-à-fait quelconque. Que le corps, dans sa chute, soit mû par une attraction interne, ou qu'il obéisse à une simple impulsion extérieure, cela est indifférent pour la mécanique rationnelle, si le mouvement effectif se trouve être exactement identique, et l'on pourra par conséquent adopter de préférence la dernière conception. Il en est nécessairement ainsi relativement

à toute autre propriété naturelle, qu'il sera toujours possible de remplacer par la supposition d'une action externe, construite de manière à produire le même mouvement, ce qui permettra de se représenter le corps comme purement passif; seulement, à mesure que l'observation ou l'expérience feront connaître avec plus de précision les lois de ces forces intérieures, il faudra toujours modifier en conséquence le système des forces extérieures qu'on leur substitue hypothétiquement, ce qui conduira souvent à une très-grande complication. Ainsi, par exemple, l'observation ayant appris que le mouvement vertical d'un corps en vertu de sa pesanteur n'est point uniforme, mais continuellement accéléré, on ne pourra point l'assimiler à celui qu'imprimerait au corps une impulsion unique dont l'action ne se renouvelerait plus, puisqu'il en résulterait évidemment une vitesse constante: on sera donc obligé de concevoir le corps comme ayant reçu successivement, à des intervalles dont les temps infiniment petits, une série infinie de chocs infiniment petits, tels que, la vitesse produite par chacun s'ajoutant d'une manière continue à celle qui résulte de l'ensemble des précédens, le mouvement effectif soit indéfiniment varié; et si l'expérience prouve que l'accélération du mouvement est uniforme, on supposera tous ces chocs suc-

cessifs constamment égaux entre eux : dans tout autre cas, il faudra leur supposer, soit pour la direction, soit pour l'intensité, une relation exactement conforme à la loi réelle de la variation du mouvement; mais, à ces conditions, il est clair que la substitution sera toujours possible.

Il serait inutile d'insister beaucoup pour faire sentir l'indispensable nécessité de supposer les corps dans cet état complètement passif, où l'on n'a plus à considérer que les forces extérieures qui leur sont appliquées, afin d'établir les lois abstraites de l'équilibre et du mouvement. On conçoit que s'il fallait d'abord tenir compte de la modification quelconque que le corps peut imprimer, en vertu de ses forces naturelles, à l'action de chacune de ces puissances extérieures, on ne pourrait établir, en mécanique rationnelle, la moindre proposition générale, d'autant plus que cette modification est loin, dans la plupart des cas, d'être exactement connue. Ce n'est donc qu'en commençant par en faire totalement abstraction, pour ne penser qu'à la réaction des forces les unes sur les autres, qu'il devient possible de fonder une mécanique abstraite, de laquelle on passera ensuite à la mécanique concrète, en restituant aux corps leurs propriétés actives naturelles, primitivement écartées. Cette restitution constitue, en

effet, la principale difficulté qu'on éprouve pour opérer la transition de l'abstrait au concret en mécanique, difficulté qui limite singulièrement dans la réalité les applications importantes de cette science, dont le domaine théorique est, en lui-même, nécessairement indéfini. Afin de donner une idée de la portée de cet obstacle fondamental, on peut dire que, dans l'état actuel de la science mathématique, il n'y a vraiment qu'une seule propriété naturelle et générale des corps dont nous sachions tenir compte d'une manière convenable, c'est la pesanteur, soit terrestre, soit universelle; et encore faut-il supposer, dans ce dernier cas, que la forme des corps est suffisamment simple. Mais si cette propriété se complique de quelques autres circonstances physiques, comme la résistance des milieux, les frottements, etc., si même les corps sont seulement supposés à l'état fluide, ce n'est encore que fort imparfaitement qu'on est parvenu jusqu'ici à en apprécier l'influence dans les phénomènes mécaniques. A plus forte raison nous est-il impossible de prendre en considération les propriétés électriques ou chimiques, et, bien moins encore, les propriétés physiologiques. Aussi les grandes applications de la mécanique rationnelle sont-elles réellement bornées jusqu'ici aux seuls phénomènes célestes, et même à ceux de notre système

soltaire, où il suffit d'avoir uniquement égard à une gravitation générale, dont la loi est simple et bien déterminée, et qui présente néanmoins des difficultés qu'on ne sait point encore surmonter complètement, lorsqu'on veut tenir un compte exact de toutes les relations secondaires susceptibles d'effets appréciables. On conçoit par là à quel degré les questions doivent se compliquer quand on passe à la mécanique terrestre, dont la plupart des phénomènes, même les plus simples, ne comporteront probablement jamais, vu la faiblesse de nos moyens réels, une étude purement rationnelle et pourtant exacte d'après les lois générales de la mécanique abstraite, quoique la connaissance de ces lois, d'ailleurs évidemment indispensable, puisse souvent conduire à des indications importantes.

Après avoir expliqué la véritable nature de la conception fondamentale relative à l'état dans lequel les corps doivent être supposés en mécanique rationnelle, il nous reste à considérer les faits généraux ou les *lois physiques du mouvement* qui peuvent fournir une base réelle aux théories dont la science se compose. Cette importante exposition est d'autant plus indispensable, que, comme je l'ai indiqué ci-dessus, depuis qu'on s'est écarté de la route suivie par Newton, on a complètement méconnu le vrai caractère de ces

lois, dont la notion ordinaire est encore essentiellement métaphysique.

Les lois fondamentales du mouvement me semblent pouvoir être réduites à trois, qui doivent être envisagées comme de simples résultats de l'observation, dont il est absurde de vouloir établir *a priori* la réalité, bien qu'on l'ait tenté fréquemment.

La première loi est celle qu'on désigne fort mal à propos sous le nom de *loi d'inertie*. Elle a été découverte par Képler. Elle consiste proprement en ce que tout mouvement est naturellement rectiligne et uniforme, c'est-à-dire que tout corps soumis à l'action d'une force unique quelconque, qui agit sur lui instantanément, se meut constamment en ligne droite et avec une vitesse invariable. L'influence de l'esprit métaphysique se manifeste particulièrement dans la manière dont cette loi est communément présentée. Au lieu de se borner à la regarder comme un fait observé, on a prétendu la démontrer abstraitement, par une application du principe de la raison suffisante, qui n'a pas la moindre solidité. En effet, pour expliquer, par exemple, la nécessité du mouvement rectiligne, on dit que le corps devait suivre la ligne droite, parce qu'il n'y a pas de raison pour qu'il s'écarte d'un côté plutôt que d'un autre de sa direction primitive. Il est aisé de constater l'in-

validité radicale et même l'insignifiance complète d'une telle argumentation. D'abord, comment pourrions-nous être assurés *qu'il n'y a pas de raison* pour que le corps se dévie? que pouvons-nous savoir à cet égard, autrement que par l'expérience? Les considérations *a priori* fondées sur la *nature* des choses ne nous sont-elles pas complètement et nécessairement interdites en philosophie positive? D'ailleurs un tel principe, même quand on l'admettrait, ne comporte par lui-même qu'une application vague et arbitraire. Car, à l'origine du mouvement, c'est-à-dire à l'instant même où l'argument devrait être employé, il est clair que la trajectoire du corps n'a point encore de caractère géométrique déterminé, et que c'est seulement après que le corps a parcouru un certain espace qu'on peut constater quelle ligne il décrit. Il est évident, par la géométrie, que le mouvement initial, au lieu d'être regardé comme rectiligne, pourrait être indifféremment supposé circulaire, parabolique, ou suivant toute autre ligne tangente à la trajectoire effective, en sorte que la même argumentation répétée pour chacune de ces lignes, ce qui serait tout aussi légitime, conduirait à une conclusion absolument indéterminée. Pour peu qu'on réfléchisse sur un tel raisonnement, on ne tardera pas à reconnaître que, comme toutes les prétendues explications

métaphysiques, il se réduit réellement à répéter en termes abstraits le fait lui-même, et à dire que les corps ont une tendance naturelle à se mouvoir en ligne droite, ce qui était précisément la proposition à établir. L'insignifiance de ces considérations vagues et arbitraires finira par devenir palpable si l'on remarque que, par suite de semblables argumens, les philosophes de l'antiquité, et particulièrement Aristote, avaient, au contraire, regardé le mouvement circulaire comme naturel aux astres, en ce qu'il est le plus *parfait* de tous, conception qui n'est également que l'énonciation abstraite d'un phénomène mal analysé.

Je me suis borné à indiquer la critique des raisonnemens ordinaires relativement à la première partie de la loi d'inertie. On peut faire des remarques parfaitement analogues au sujet de la seconde partie, qui concerne l'invariabilité de la vitesse, et qu'on prétend aussi pouvoir démontrer abstraitement, en se bornant à dire qu'il n'y a pas de raison pour que le corps se meuve jamais plus lentement ou plus rapidement qu'à l'origine du mouvement.

Ce n'est donc point sur de telles considérations qu'on peut solidement établir une loi aussi importante, qui est un des fondemens nécessaires de toute la mécanique rationnelle. Elle n'aurait

avoir de réalité qu'autant qu'on la conçoit comme basée sur l'observation. Mais, sous ce point de vue, l'exactitude en est évidente d'après les faits les plus communs. Nous avons continuellement occasion de reconnaître qu'un corps animé d'une force unique se meut constamment en ligne droite; et, s'il se dévie, nous pouvons aisément constater que cette modification tient à l'action simultanée de quelque autre force, active ou passive : enfin les mouvemens curvilignes eux-mêmes nous montrent clairement, par les phénomènes variés dus à ce qu'on appelle la *force centrifuge*, que les corps conservent constamment leur tendance naturelle à se mouvoir en ligne droite. Il n'y a pour ainsi dire aucun phénomène dans la nature qui ne puisse nous fournir une vérification sensible de cette loi, sur laquelle est en partie fondée toute l'économie de l'univers. Il en est de même relativement à l'uniformité du mouvement. Tous les faits nous prouvent que, si le mouvement primitivement imprimé se ralentit toujours graduellement et finit par s'éteindre entièrement, cela provient des résistances que les corps rencontrent sans cesse, et sans lesquelles l'expérience nous porte à penser que la vitesse demeurerait indéfiniment constante, puisque nous voyons augmenter sensiblement la durée de ce mouvement à mesure que nous diminuons l'intensité de ces obs-

tacles. On sait que le simple mouvement d'un pendule écarté de la verticale, qui, dans les circonstances ordinaires, se maintient à peine pendant quelques minutes, a pu se prolonger jusqu'à plus de trente heures, en diminuant autant que possible le frottement au point de la suspension, et faisant osciller le corps dans un vide très-approché, lors des expériences de Borda à l'Observatoire de Paris pour déterminer la longueur du pendule à secondes par rapport au mètre. Les géomètres citent aussi avec beaucoup de raison, comme une preuve manifeste de la tendance naturelle des corps à conserver indéfiniment leur vitesse acquise, l'invariabilité rigoureuse qu'on remarque si clairement dans les mouvemens célestes, qui, s'exécutant dans un milieu d'une rareté extrême, se trouvent dans les circonstances les plus favorables à une parfaite observation de la loi d'inertie, et qui, en effet, depuis vingt siècles qu'on les étudie avec quelque exactitude, ne nous présentent point encore la moindre altération certaine, quant à la durée des rotations, ou à celle des révolutions, quoique la suite des temps et le perfectionnement de nos moyens d'appréciation doivent probablement nous dévoiler un jour quelques variations encore inconnues.

Nous devons donc regarder comme une grande loi de la nature cette tendance spontanée de tous

les corps à se mouvoir en ligne droite et avec une vitesse constante. Vu la confusion extrême des idées communes relativement à ce premier principe fondamental, il peut être utile de remarquer expressément ici que cette loi naturelle est tout aussi applicable aux corps vivans qu'aux corps inertes pour lesquels on la croit souvent exclusivement établie. Quelle que soit l'origine de l'impulsion qu'il a reçue, un corps vivant tend à persister, comme un corps inerte, dans la direction de son mouvement, et à conserver sa vitesse acquise : seulement il peut se développer en lui des forces susceptibles de modifier ou de supprimer ce mouvement, tandis que, pour les autres corps, ces modifications sont exclusivement dues à des agens extérieurs. Mais, dans ce cas même, nous pouvons acquérir une preuve directe et personnelle de l'universalité de la loi d'inertie, en considérant l'effort très-sensible que nous sommes obligés de faire pour changer la direction ou la vitesse de notre mouvement effectif, à tel point, que lorsque ce mouvement est très-rapide, il nous est impossible de le modifier ou de le suspendre à l'instant précis où nous le désirerions.

La seconde loi fondamentale du mouvement est due à Newton. Elle consiste dans le principe de l'égalité constante et nécessaire entre l'action

et la réaction; c'est-à-dire, que toutes les fois qu'un corps est mù par un autre d'une manière quelconque, il exerce sur lui, en sens inverse, une réaction telle, que le second perd, en raison des masses, une quantité de mouvement exactement égale à celle que le premier a reçue. On a essayé quelquefois d'établir aussi *a priori*, ce théorème général de philosophie naturelle, qui n'en est pas plus susceptible que le précédent. Mais il a été beaucoup moins le sujet de considérations sophistiques, et presque tous les géomètres s'accordent maintenant à le regarder d'après Newton comme un simple résultat de l'observation, ce qui me dispense ici de toute discussion analogue à celle de la loi d'inertie. Cette égalité dans l'action réciproque des corps se manifeste dans tous les phénomènes naturels, soit que les corps agissent les uns sur les autres par impulsion, soit qu'ils agissent par attraction; il serait superflu d'en citer ici des exemples. Nous avons même tellement occasion de constater cette mutualité dans nos observations les plus communes, que nous ne saurions plus concevoir un corps agissant sur un autre, sans que celui-ci réagisse sur lui.

Je crois devoir seulement indiquer, dès ce moment, au sujet de cette seconde loi du mouvement, une remarque qui me semble importante,

et qui d'ailleurs sera convenablement développée dans la dix-septième leçon. Elle consiste en ce que le célèbre principe de d'Alembert, d'après lequel on parvient à transformer si heureusement toutes les questions de dynamique en simples questions de statique, n'est vraiment autre chose que la généralisation complète de la loi de Newton, étendue à un système quelconque de forces. Ce principe en effet coïncide évidemment avec celui de l'égalité entre l'action et la réaction, lorsqu'on ne considère que deux forces. Une telle corrélation permet de concevoir désormais la proposition générale de d'Alembert comme ayant une base expérimentale, tandis qu'elle n'est communément établie jusqu'ici que sur des considérations abstraites peu satisfaisantes.

La troisième loi fondamentale du mouvement me paraît consister dans ce que je propose d'appeler le principe de l'indépendance ou de la coexistence des mouvemens, qui conduit immédiatement à ce qu'on appelle vulgairement la composition des forces. Galilée est, à proprement parler, le véritable inventeur de cette loi, quoiqu'il ne l'ait point conçue précisément sous la forme que je crois devoir préférer ici. Considérée sous le point de vue le plus simple, elle se réduit à ce fait général, que tout mouvement exactement commun à tous les corps d'un système quelcon-

que n'altère point les mouvemens particuliers de ces différens corps les uns à l'égard des autres, mouvemens qui continuent à s'exécuter comme si l'ensemble du système était immobile. Pour énoncer cet important principe avec une précision rigoureuse, qui n'exige plus aucune restriction, il faut concevoir que tous les points du système décrivent à la fois des droites parallèles et égales, et considérer que ce mouvement général, avec quelque vitesse et dans quelque direction qu'il puisse avoir lieu, n'affectera nullement les mouvemens relatifs.

Ce serait vainement qu'on tenterait d'établir par aucune idée *a priori* cette grande loi fondamentale, qui n'en est pas plus susceptible que les deux précédentes. On pourrait, tout au plus, concevoir que si les corps du système sont entre eux à l'état de repos, ce déplacement commun, qui ne change évidemment ni leurs distances ni leurs situations respectives, ne saurait altérer cette immobilité relative : encore même, l'ignorance absolue où nous sommes nécessairement de la nature intime des corps et des phénomènes, ne nous permet point d'affirmer rationnellement, avec une sécurité parfaite, que l'introduction de cette circonstance nouvelle ne modifiera pas d'une manière inconnue les conditions primitives du système. Mais l'insuffisance d'une telle argumentation