

dans nos observatoires actuels sont uniquement destinés à procurer de forts grossissemens pour voir les astres les moins apparens, et ils seraient entièrement impropres à aucune mesure exacte. Tous les observateurs conviennent aujourd'hui que les instrumens destinés à mesurer les angles ne sauraient avoir sans inconvénient plus de trois ou quatre mètres de diamètre, quand il s'agit d'un cercle entier; et les plus usités n'ont guère que deux mètres. Cela posé, la question consiste essentiellement à comprendre comment on a pu parvenir à évaluer les angles à une seconde près, comme on le fait habituellement aujourd'hui, avec des cercles dont la grandeur permettrait à peine d'y marquer les minutes.

Trois moyens principaux ont concouru à produire un aussi grand perfectionnement : l'application des lunettes aux instrumens angulaires; l'usage du vernier; et enfin la répétition des angles.

Les astronomes se sont long-temps bornés à employer leurs lunettes pour distinguer dans le ciel de nouveaux objets, sans penser à l'usage bien plus important qu'ils en pouvaient faire pour augmenter la précision des mesures d'angles. Mais la curiosité primitive une fois satisfaite, le télescope devait être naturellement appliqué, comme

il le fut par Morin un demi-siècle environ après son invention, à remplacer dans les instrumens angulaires les alidades des anciens et les pinnules du moyen âge, pour permettre de viser plus exactement. Cette heureuse idée put être entièrement réalisée lorsque Auzout eut imaginé, trente ans après, le réticule, destiné à fixer avec la dernière précision l'instant effectif du passage d'un astre par l'axe optique de la lunette. Enfin, ces importans perfectionnemens furent complétés, un siècle plus tard, par la mémorable découverte que fit Dollond, des objectifs achromatiques, qui ont tant augmenté la netteté des observations.

L'ingénieux procédé imaginé par Vernier, en 1631, pour subdiviser un intervalle quelconque en parties beaucoup moindres que les plus petites qu'on y puisse marquer distinctement, est la seconde cause fondamentale à laquelle nous devons la précision actuelle des mesures angulaires. Les transversales de Tycho-Brahé avaient offert pour cela un premier moyen, d'un usage incommode et très limité, que l'emploi du vernier a fait avec raison entièrement oublier. On a pu ainsi déterminer aisément les angles, à une demi-minute près, par exemple, avec des cercles divisés seulement en sixièmes de degré. Ce simple

appareil semble pouvoir procurer, par lui-même, une précision en quelque sorte indéfinie, qui n'est limitée, en réalité, que par la difficulté d'apercevoir assez distinctement la coïncidence des traits du vernier avec ceux du limbe.

Quelle que soit l'importance de la lunette et du vernier, la combinaison de ces deux moyens aurait été néanmoins insuffisante pour porter la mesure des angles jusqu'à la précision des secondes, sans une dernière cause essentielle de perfectionnement, l'idée éminemment heureuse de la répétition des angles, conçue d'abord par Mayer et réalisée plus tard par Borda, avec les modifications qu'exigeait la nature des observations astronomiques. Il est vraiment singulier qu'on ait été aussi long-temps à reconnaître que, l'erreur des instrumens angulaires étant nécessairement indépendante de la grandeur des angles à évaluer, il y aurait avantage, pour l'atténuer, à augmenter exprès, dans une proportion connue, chaque angle proposé, pourvu que cette multiplication s'effectuât sans dépendre en rien de l'exactitude de l'instrument : un procédé analogue était habituellement employé depuis des siècles, dans d'autres genres d'évaluation, il est vrai, et entre autres dans l'approximation indéfinie des racines numériques, qui repose directement sur le même

principe. Quoi qu'il en soit, la répétition des angles était immédiatement exécutable, par un mécanisme très simple, relativement aux mesures terrestres, à cause de l'immobilité des points de mire. Mais, au contraire, le déplacement continu des corps célestes, présentait, dans l'application d'un tel moyen, une difficulté spéciale, que Borda parvint à surmonter. En se bornant, comme on le peut presque toujours, à mesurer les distances zénithales des astres lorsqu'ils traversent le méridien, il est clair que, malgré son déplacement, l'astre reste, à cette époque, sensiblement à la même distance du zénith, pendant un temps assez long pour permettre d'opérer la multiplication de l'angle. Cette remarque est le fondement de la disposition imaginée par Borda.

C'est d'après ces diverses bases essentielles que d'habiles constructeurs ont pu donner aux instrumens angulaires une précision en harmonie avec celle des instrumens horaires, et qui impose maintenant à l'observateur la stricte obligation de pratiquer, avec une constance infatigable, les précautions minutieuses et les nombreuses rectifications dont l'expérience a fait reconnaître successivement la nécessité, pour tirer réellement de ces puissans appareils tous les avantages possibles.

Afin de compléter cet aperçu général des moyens fondamentaux sur lesquels repose la perfection des mesures astronomiques, il est indispensable de signaler ici l'instrument capital inventé par Roëmer sous le nom de *lunette méridienne*. Il est destiné à fixer avec une merveilleuse exactitude le véritable instant du passage d'un astre quelconque à travers le plan du méridien. Avec quelque soin que pût être exécuté un méridien matériel, il laisserait toujours à cet égard une incertitude inévitable. C'est pour l'éviter que Roëmer imagina de réduire ce plan à être purement géométrique, en le décrivant par l'axe optique d'une simple lunette convenablement disposée, ce qui suffit quand on veut seulement connaître le moment précis du passage. La distance zénithale correspondante est d'ailleurs mesurée nécessairement sur un cercle effectif; mais il peut ne pas coïncider entièrement avec le vrai méridien, sans qu'il en résulte aucune inexactitude sur cette distance, qui est, à une telle époque de mouvement, sensiblement invariable.

Enfin, il faut encore mentionner, comme instrumens essentiels, les divers appareils micrométriques successivement imaginés pour mesurer avec précision les diamètres apparens des astres, et généralement tous les petits intervalles angulaires.

Quoique la théorie en soit extrêmement facile, depuis le simple micromètre réticulaire jusqu'au micromètre à double image, il est néanmoins remarquable qu'ils aient tous été inventés par des astronomes, sans que les constructeurs y aient eu aucune part essentielle, comme le montre, au reste, l'histoire de tous les instrumens de précision. Cela tient principalement, sans doute, à l'éducation si imparfaite de la plupart des constructeurs habiles, dont plusieurs ont évidemment témoigné par leurs productions un génie mécanique plus que suffisant pour inventer spontanément les instrumens qu'ils se bornaient à exécuter, s'ils eussent pu en mieux sentir l'importance et en comprendre plus clairement la destination.

Après avoir considéré le perfectionnement des mesures astronomiques, soit angulaires, soit horaires, relativement aux principaux moyens matériels qu'on y emploie, il faut maintenant envisager les moyens intellectuels qui sont au moins aussi nécessaires, c'est-à-dire la théorie des corrections indispensables que les astronomes doivent faire subir à toutes les indications de leurs instrumens pour les dégager des erreurs inévitables dues à diverses causes générales, et surtout aux réfractions et aux parallaxes.

Il existe, comme je l'ai indiqué ci-dessus, une

harmonie fondamentale entre ces deux ordres de perfectionnemens. Car il faut des instrumens d'une certaine précision pour que la réfraction et la parallaxe deviennent suffisamment appréciables; et, d'un autre côté, il serait parfaitement inutile d'inventer des instrumens extrêmement exacts, si la réfraction ou la parallaxe devaient, à elles seules, apporter dans les observations une incertitude supérieure à celle qu'on se propose d'éviter par l'amélioration des appareils. Pourquoi, par exemple, les Grecs se seraient-ils efforcés de perfectionner beaucoup leurs instrumens, lorsque l'impossibilité où ils étaient de tenir compte des réfractions et des parallaxes introduisait nécessairement dans leurs mesures angulaires des erreurs habituelles de un à deux degrés, et quelquefois même davantage? C'est sans doute dans une telle corrélation qu'il faut chercher l'explication véritable de la grossièreté des instrumens grecs, qui forme un contraste si frappant avec la sagacité d'invention et la finesse d'exécution dont les anciens ont donné tant de preuves irrécusables dans d'autres genres de productions.

Ces corrections fondamentales peuvent être distinguées, d'après leurs causes, en deux classes. Les unes tiennent, d'une manière directe et évi-

dente, à la position de l'observateur, et n'exigent aucune connaissance approfondie des phénomènes astronomiques : ce sont la réfraction et la parallaxe ordinaire proprement dite. Les autres, qui ont sans doute, au fond, la même origine, puisqu'elles proviennent des mouvemens de la planète sur laquelle l'observateur est situé, sont fondées, au contraire, sur le développement même des principales théories astronomiques : ce sont la parallaxe annuelle, la précession, l'aberration et la nutation. Nous devons nous borner, en ce moment, à envisager les premières, qui sont d'ailleurs habituellement les plus importantes, les autres étant plus convenablement examinées à mesure qu'il sera question des phénomènes compliqués dont elles dépendent.

Considérons, en premier lieu, la théorie générale des réfractions astronomiques.

La lumière qui nous vient d'un astre quelconque doit être, inévitablement, plus ou moins déviée par l'action de l'atmosphère terrestre, qu'elle est obligée de traverser dans toute son étendue avant d'agir sur nous. De là une source fondamentale d'erreur, dont toutes nos observations astronomiques ont besoin d'être soigneusement dégagées, avant de pouvoir servir à former aucune théorie précise. Conçue d'une manière gé-

nérale, son influence consiste évidemment, d'après la loi de la réfraction, à rapprocher constamment l'astre du zénith, en le laissant toujours dans le même plan vertical; et cet effet, qui ne peut être rigoureusement nul qu'au zénith seul, devient graduellement de plus en plus considérable à mesure que l'astre descend vers l'horizon. La manifestation la plus simple de cette altération s'obtient en mesurant la hauteur du pôle, en un lieu quelconque, comme étant la moyenne entre les deux hauteurs méridiennes d'une même étoile circumpolaire. Cette hauteur, qui naturellement devrait être exactement la même de quelque étoile qu'on se fût servi, éprouve au contraire des variations très sensibles suivant les diverses étoiles employées; et elle devient d'autant plus grande que l'étoile descend plus près de l'horizon, ce qui rend évidente l'influence de la réfraction.

Quoique l'altération qui provient d'une telle cause ne puisse porter immédiatement que sur les distances zénithales, il est clair que, par une suite nécessaire, elle doit affecter indirectement toutes les autres mesures astronomiques, à l'exception des azimuths, qui restent seuls inaltérables. Par cela même que l'astre se trouve élevé dans son plan vertical, sa distance au pôle, l'instant de son passage au méridien, l'heure de son

lever et de son coucher, etc., éprouvent des modifications inévitables. Mais ces effets secondaires seraient évidemment très faciles à calculer avec exactitude par de simples formules trigonométriques, si l'effet principal était une fois bien connu. Toute la difficulté se réduit donc à découvrir la véritable loi suivant laquelle la réfraction diminue les diverses distances zénithales, et c'est en cela que consiste le grand problème des réfractions astronomiques, dont il s'agit maintenant d'apprécier la nature.

On en peut chercher la solution par deux voies opposées : l'une rationnelle, l'autre empirique, que les astronomes ont fini par combiner.

Si l'atmosphère terrestre pouvait être regardée comme homogène, la lumière n'y subirait qu'une seule réfraction à son entrée, et sa direction demeurant ensuite invariable, il serait aisé de calculer *à priori* la déviation, d'après la célèbre loi du rapport constant qui existe entre les sinus des angles que le rayon réfracté et le rayon incident font avec la normale à la surface réfringente : il resterait tout au plus à déterminer, par l'observation, un seul coefficient, si l'on ignorait la vraie valeur de ce rapport. Tel est le procédé très simple d'après lequel Dominique Cassini construisit la première table de réfractions un peu satisfaisante,

lorsque Descartes et Snellius eurent découvert cette loi générale de la réfraction. Il avait heureusement, jusqu'à un certain point, compensé, à son insu, ce que l'hypothèse d'homogénéité avait de profondément defectueux, en supposant à l'atmosphère une hauteur totale beaucoup trop petite. Mais la diminution de la densité des différentes couches atmosphériques à mesure qu'on s'élève est trop considérable, et d'ailleurs trop intimement liée à la notion même d'atmosphère, pour qu'une telle solution puisse être envisagée comme vraiment rationnelle. Or, c'est là ce qui fait la difficulté, jusqu'ici insurmontable, de cette importante recherche. Car il résulte de cette constitution nécessaire de l'atmosphère, non pas une réfraction unique, mais une suite infinie de petites réfractions toutes inégales et croissantes à mesure que la lumière pénètre dans une couche plus dense, en sorte que sa route, au lieu d'être simplement rectiligne, forme une courbe extrêmement compliquée, dont il faudrait connaître la nature pour calculer, par sa dernière tangente comparée à la première, la véritable déviation totale. La détermination de cette courbe deviendrait un problème purement géométrique, d'ailleurs plus ou moins difficile à résoudre, si la loi relative à la variation de la densité des couches

atmosphériques pouvait être une fois exactement obtenue; ce qui, en réalité, doit être jugé impossible lorsqu'on veut tenir compte de toutes les causes essentielles.

Sans doute, en considérant l'équilibre mathématique de notre atmosphère comme simplement produit par la pression de ses diverses couches les unes sur les autres, en vertu de leur seule pesanteur, on trouve aisément la loi suivant laquelle leur densité varie; mais un tel état est évidemment tout-à-fait idéal. D'abord, l'atmosphère n'est jamais et ne saurait être en équilibre, et ses mouvemens peuvent altérer beaucoup la densité statique de ses diverses parties, en changeant leurs pressions. De plus, en supposant cet équilibre, il est clair que l'abaissement graduel et très considérable qu'éprouvent les températures atmosphériques à mesure qu'on s'élève, et même leurs variations non moins réelles dans le sens horizontal, doivent altérer notablement le mode de changement des densités qui correspondrait à la seule considération des pressions. La solution rationnelle du problème des réfractions astronomiques ne serait donc réductible à des difficultés purement mathématiques, qui pourraient bien d'ailleurs se trouver finalement très grandes, que si l'on avait préalablement découvert la véritable loi de la

température dans l'atmosphère, sur laquelle nous n'avons encore aucune donnée exacte, et qu'on ne saurait guère espérer d'obtenir jamais d'une manière assez précise pour une telle destination. C'est pourquoi les travaux de Laplace et de quelques autres géomètres à cet égard ne peuvent être raisonnablement envisagés que comme de simples exercices mathématiques, dont l'influence sur le perfectionnement réel des tables de réfraction est fort équivoque. Il faut donc renoncer, au moins dans l'état présent de la science, et probablement aussi pour jamais, à établir d'une manière purement rationnelle une vraie théorie des réfractions astronomiques.

Quant au procédé empirique, il est aisé de comprendre que si les réfractions étaient rigoureusement constantes à une même hauteur, on en pourrait dresser facilement, par l'observation, des tables fort exactes et suffisamment étendues, pour les diverses distances zénithales. On peut d'abord mesurer la vraie hauteur du pôle, sans avoir besoin de connaître exactement les réfractions, par les deux hauteurs méridiennes d'une étoile très rapprochée du pôle, comme la polaire, entre autres, ce qui est surtout susceptible d'exactitude dans les latitudes supérieures à  $45^\circ$ . Cela posé, il suffit de choisir une étoile qui passe au méridien

extrêmement près du zénith : en observant, à l'instant de ce passage, sa distance zénithale, qui fera connaître immédiatement sa distance polaire, on pourra calculer d'avance, par la simple résolution d'un triangle sphérique, sa véritable distance au zénith à telle époque précise qu'on voudra de son mouvement diurne. La parallaxe des étoiles étant tout-à-fait insensible, comme il sera dit plus bas, l'excès plus ou moins grand que l'on trouvera ainsi sur la distance apparente directement observée sera dû entièrement à la réfraction, dont il mesurera l'influence effective. Le grand nombre d'étoiles qui admettent convenablement de telles comparaisons permet, évidemment, des vérifications très multipliées, qui peuvent d'ailleurs être complétées, sous un autre point de vue, par la confrontation des résultats obtenus dans des observatoires différens, inégalement rapprochés du pôle. Telle est, en effet, essentiellement la marche laborieuse, mais sûre, que suivent les astronomes pour dresser leurs tables de réfraction, depuis que la grande précision de leurs instrumens, soit angulaires, soit horaires (sans laquelle ce procédé serait évidemment illusoire), a permis de l'adopter. Ils emploient néanmoins, d'une manière secondaire, l'une ou l'autre des diverses formules rationnelles proposées par les géomètres,

mais seulement pour se diriger, ou pour remplir les lacunes inévitables que laisse l'observation. L'usage réel de ces formules est tellement peu fondamental désormais, dans les déterminations de ce genre, que l'on regarde comme presque indifférent, par exemple, de supposer la réfraction proportionnelle au sinus ou à la tangente de la distance zénithale apparente. Si des tables qu'on présente comme fondées sur des hypothèses mathématiquement aussi différentes coïncident néanmoins, en réalité, d'une manière presque absolue, jusqu'à  $80^\circ$  du zénith, c'est sans doute parce que ces hypothèses n'ont pas joué un rôle effectif bien important dans leur construction.

La marche ainsi caractérisée laisserait peu de regrets, du moins quant aux observations astronomiques, sur l'imperfection nécessaire de la théorie mathématique des réfractions, si l'on pouvait supposer une constance rigoureuse dans les résultats obtenus; mais il est malheureusement évident que les innombrables variations qui doivent survenir continuellement dans la densité, et par suite dans la puissance réfringente de chaque couche atmosphérique, en résultat de l'agitation de l'atmosphère et de ses changemens thermométriques, barométriques, et même hygrométriques, ne sauraient manquer d'altérer plus ou moins la

fixité des réfractions. On tient compte, il est vrai, maintenant, d'une partie de ces modifications, en notant avec soin l'état du baromètre et celui du thermomètre au moment de chaque observation, ce qui permet d'apprécier, d'après deux lois physiques actuellement bien établies, les changemens survenus dans la densité, et par suite dans les réfractions. Mais, quelque précieuses que puissent être ces corrections, elles sont nécessairement fort imparfaites. Outre qu'elles ne concernent qu'une partie des causes d'altération, il faut encore y noter que, même à l'égard de cette partie, nos instrumens ne peuvent nous instruire, suivant la juste remarque de Delambre, que des variations thermométriques et barométriques de l'atmosphère à l'endroit où nous observons, et nullement de celles qu'ont pu éprouver toutes les autres portions du trajet de la lumière, et qui, quoique relatives à des couches moins denses, ont peut-être beaucoup contribué à l'effet total. Aussi ne faut-il point s'étonner des dissidences plus ou moins graves que présentent des tables de réfractions également bien dressées pour des observatoires différens, et même pour un lieu unique, en divers temps. On sait que Delambre a trouvé, du jour au lendemain, des différences inexplicables, et pourtant certaines, de quatre ou cinq minutes dans la réfrac-