
VINGT-UNIÈME LEÇON.

Considérations générales sur les phénomènes géométriques
élémentaires des corps célestes.

Les phénomènes géométriques qui peuvent être le sujet de nos recherches dans le système solaire dont nous faisons partie forment deux classes bien distinctes : les uns se rapportent à chaque astre envisagé comme immobile, et comprennent sa distance, sa figure, sa grandeur, l'atmosphère dont il est peut-être entouré, etc., en un mot tous les élémens essentiels qui le caractérisent directement; les autres sont relatifs à l'astre considéré dans ses déplacements, et se réduisent à la comparaison mathématique des diverses positions qu'il occupe aux différentes époques de sa course périodique. Le premier ordre de phénomènes est, par sa nature, tout-à-fait indépendant du second, quoique, pour obtenir des déterminations plus exactes, on soit fréquemment obligé, comme nous allons le voir, de l'y rattacher. Il continuerait d'avoir lieu quand même le ciel ne nous offrirait plus d'autre

spectacle que la rigoureuse invariabilité de son mouvement journalier : il serait, dans cette hypothèse idéale, le seul objet de nos études astronomiques. Au contraire, le second ordre de phénomènes dépend nécessairement du premier, au moins en ce qui concerne les positions. Enfin, l'étude des derniers phénomènes doit être, par sa nature, plus difficile et plus compliquée, en même temps qu'elle constitue seule le véritable but définitif de la géométrie céleste, la prévision exacte de l'état du ciel à une époque quelconque, à l'égard duquel la connaissance des premiers phénomènes n'est qu'un préliminaire indispensable. Cette division n'est donc point purement artificielle. On pourra l'exprimer commodément en employant les expressions de phénomènes *statiques* pour le premier ordre, et phénomènes *dynamiques* pour le second, à la condition toutefois de n'attacher ici à ces termes qu'un simple sens géométrique. Telle est la division rationnelle d'après laquelle je me propose d'examiner l'esprit de la géométrie céleste. Cette leçon sera essentiellement consacrée à la considération des phénomènes statiques, et je ne ferai qu'y ébaucher l'analyse des phénomènes dynamiques, dont l'examen, nécessairement bien plus étendu, sera le sujet spécial des deux leçons suivantes, conformément

au tableau synoptique contenu dans le premier volume de cet ouvrage.

La détermination la plus fondamentale à l'égard des astres consiste dans l'évaluation de leurs distances à la terre, et, par suite, entre eux, qui est la première base nécessaire de toutes les spéculations mathématiques dont les corps célestes peuvent être l'objet, soit sous le point de vue géométrique, soit sous le point de vue mécanique. Cherchons à nous faire une juste idée générale des moyens par lesquels on a pu obtenir cette donnée capitale, relativement à tous les astres de notre monde.

Il ne saurait exister à cet égard d'autre procédé élémentaire que celui imaginé, dès l'origine de la géométrie, pour connaître, en général, les distances des corps inaccessibles. Une telle distance ne peut jamais être déterminée par la seule direction précise dans laquelle le corps est aperçu d'un point de vue unique, mais en comparant exactement la différence des directions qui correspondent à deux points de vue distincts avec l'écartement mutuel, préalablement bien connu, de ces deux points de vue. En termes plus géométriques, il est clair que la distance angulaire observée à chacune des deux stations, entre l'astre et l'autre station, conjointement avec l'intervalle linéaire

de ces stations, permet de résoudre le triangle rectiligne formé par l'astre et les deux points de vue, ce qui fait connaître la distance cherchée. Telle est la méthode fondamentale qui semble, par sa nature, devoir être exactement applicable à quelque distance que ce soit.

Mais, en l'examinant avec plus d'attention, on reconnaît, au contraire, qu'elle est en réalité nécessairement limitée, dans les cas astronomiques, par l'imperfection plus ou moins inévitable des mesures angulaires, dont le degré actuel de précision a été fixé dans la leçon précédente. En effet, la résolution de ce triangle exige indispensablement la connaissance du troisième angle, celui dont le sommet est au point inaccessible proposé. Si donc, par l'immensité de la distance, ou par la petitesse de la base, cet angle se trouve être extrêmement petit, il sera fort mal connu, et, par suite, la distance sera très inexactement calculée. Cet inconvénient est d'autant plus possible, qu'un tel angle ne pouvant être, par sa nature, directement évalué, mais seulement conclu des deux autres, suivant la règle ordinaire, comme étant le supplément de leur somme, l'incertitude des observations y sera nécessairement doublée; en sorte que, dans l'état présent de nos mesures, on n'en pourra pas répondre ordinairement à moins de

deux secondes près. Il suit de là que si l'angle est, en réalité, moindre que deux secondes, il ne saurait être nullement connu, et que, dans ce cas, on pourra seulement déterminer une limite inférieure de la distance cherchée, sans savoir, en aucune manière, si cette distance est effectivement beaucoup au-delà ou très rapprochée d'une telle limite.

Dans tous les cas terrestres, nous avons, il est vrai, la faculté d'échapper complètement à cet inconvénient radical, quelque grande que puisse être la distance proposée, en augmentant convenablement l'intervalle des deux stations. C'est pourquoi les longueurs terrestres sont susceptibles d'être mesurées avec beaucoup plus de précision que les distances célestes, l'angle à l'objet étant non-seulement toujours très sensible, mais pouvant même avoir constamment la grandeur que nous jugeons la plus favorable à l'exactitude du résultat. Il ne saurait en être ainsi pour les cas célestes, la nécessité qui nous renferme dans les limites de notre planète imposant des bornes fort étroites, et souvent, en effet, très insuffisantes, à l'agrandissement possible de nos bases. Telle est la difficulté fondamentale que présente la détermination des distances astronomiques, et qui restreint considérablement nos connaissances à

cet égard, comme nous allons l'expliquer en examinant sous ce rapport les différens cas principaux.

Envisageons d'abord, pour bien fixer les idées, l'astre dont la distance peut être le plus exactement calculée, en mesurant sur la terre une très grande base. Quand on voulut déterminer avec toute la précision possible la parallaxe horizontale de la lune, vers le milieu du siècle dernier, Lacaille se transporta au cap de Bonne-Espérance et Lalande à Berlin, afin d'y observer la distance zénithale de cet astre en un même instant, bien convenu d'avance d'après un signal céleste quelconque, par exemple au milieu d'une éclipse exactement prévue. Les latitudes et les longitudes des deux stations, choisies, pour plus de facilité, sous deux méridiens très rapprochés, permettraient préalablement de connaître sans peine, du moins comparativement au rayon de la terre, la grandeur linéaire de la base, qui est à peu près la plus étendue que notre globe puisse effectivement nous offrir. Cela posé, l'observation directe des deux distances zénithales procurait immédiatement toutes les données nécessaires à la résolution du triangle rectiligne d'où résultait la distance cherchée. Une telle opération, dans laquelle l'angle à la lune était presque de deux degrés, devait faire connaître très exactement la distance de cet as-

tre, qui, dans sa valeur moyenne, est d'environ soixante rayons terrestres, et sur laquelle on peut ainsi garantir que l'erreur n'excède point deux myriamètres.

Le même moyen pourrait être directement appliqué, quoique avec une précision bien moins grande, à quelques astres plus éloignés, surtout à Vénus et même à Mars, dans le moment où ces deux planètes sont à leur moindre distance de la terre. Mais il devient beaucoup trop incertain à l'égard du soleil, sur la distance duquel une semblable opération laisserait une incertitude d'au moins un huitième, ou d'environ deux millions de myriamètres. Enfin, il est tout-à-fait insuffisant envers les astres plus lointains de notre système.

L'ingénieux procédé général d'après lequel les astronomes sont enfin parvenus à surmonter ces difficultés fondamentales, consiste à se servir des plus petites distances, à l'égard desquelles les bases terrestres suffisent, afin de s'élever aux plus grandes, d'après la liaison qu'établissent entre elles certains phénomènes, long-temps inaperçus ou négligés; de manière, en quelque sorte, à utiliser les premières, comme d'immenses bases nouvelles, pour l'évaluation des autres. Considérons, en général, la nature et les limites nécessaires d'un tel procédé.

Il faut, à cet effet, distinguer deux cas essentiels : celui du soleil, et ensuite celui de tous les autres astres.

Dès l'origine de la véritable astronomie, Aristarque de Samos avait imaginé un moyen fort ingénieux de rattacher la distance du soleil à celle de la lune par une considération très simple, propre à faire comprendre, plus aisément qu'aucune autre, en quoi peuvent généralement consister de semblables rapprochemens. Nous ne pouvons évaluer directement le rapport de ces deux distances, parce que, dans le triangle où elles se trouvent, l'angle à la terre est le seul qui puisse être immédiatement observé, tandis que, cependant, il faudrait encore connaître l'angle à la lune, ce qui semble exiger, en général, que les distances soient données. Or, il y a, dans le cours mensuel de la lune, un instant particulier où cet angle se trouve être naturellement tout estimé d'avance; c'est celui de l'un ou l'autre quartier, où il est nécessairement droit. Il suffirait donc d'observer la distance angulaire de la lune au soleil au moment exact de la quadrature, pour avoir aussitôt, par la sécante de cet angle, la valeur du rapport entre la distance solaire et la distance lunaire. Telle est la méthode d'Aristarque. Mais, malheureusement, elle ne comporte, en réalité,

aucune précision, vu l'impossibilité de saisir avec l'exactitude nécessaire le véritable instant de la dichotomie, et la grande influence qu'une erreur médiocre à cet égard peut exercer sur le résultat final, l'angle à la terre se trouvant être presque droit. Aussi Aristarque avait-t-il trouvé par là que la distance du soleil était seulement dix-neuf à vingt fois celle de la lune, ce qui est environ vingt fois trop petit. Sans doute, une opération de ce genre recommencée aujourd'hui donnerait une conclusion beaucoup moins erronée. Mais il est certain qu'on ne saurait déterminer ainsi la distance du soleil, même avec autant d'exactitude que le permettrait l'emploi immédiat d'une base terrestre. La méthode d'Aristarque ne peut donc servir qu'à indiquer nettement l'esprit général de ces procédés indirects.

● L'observation des passages de Mercure, et surtout de Vénus, sur le soleil, a offert à Halley, vers le milieu du siècle dernier, un moyen bien plus détourné, et qui supposait un bien plus grand développement de la géométrie céleste, mais qui est aussi infiniment plus exact, et le seul admissible aujourd'hui, pour déterminer la parallaxe relative de chacun de ces astres et du soleil, et par suite la distance de celui-ci à la terre, d'après la seule indication de la différence très sensible

que peut présenter la durée du passage observé en deux stations fort éloignées. Je ne dois caractériser ce procédé que dans la vingt-troisième leçon quand j'aurai convenablement examiné les lois astronomiques sur lesquelles il est fondé. Il me suffit ici, après l'avoir mentionné, de dire, par anticipation, qu'il permet, comme nous le verrons, d'évaluer la distance du soleil à la terre à moins d'un centième près. C'est ainsi que les fameuses opérations exécutées sur le plan de Halley, par divers astronomes, au sujet des passages de Vénus en 1761, et surtout en 1769, ont assigné; à la parallaxe horizontale moyenne du soleil, une valeur définitive de $8''{,}6$; ce qui revient à dire que la distance du soleil à la terre est, à très peu près, quatre cents fois plus grande que la moyenne distance de la lune, indiquée ci-dessus. L'incertitude d'un tel résultat est, au plus, de 160000 myriamètres.

Cette distance fondamentale étant, ainsi, bien déterminée, la connaissance du mouvement de la terre permet de la prendre pour base de l'estimation des autres distances astronomiques plus considérables. Il suffit, en effet, d'observer la distance angulaire du soleil à l'astre proposé, à deux époques séparées par un intervalle de six mois, qui correspond à deux positions diamétralement

opposées de la terre dans son orbite. On a dès lors, pour calculer la distance linéaire de cet astre, un triangle immense, dont la base est double de la distance de la terre au soleil. C'est ainsi que la découverte du mouvement de notre planète nous a permis d'appliquer, à la mesure des espaces célestes, une base vingt-quatre mille fois plus étendue que la plus grande qui puisse être conçue sur notre globe. A la vérité, quand il s'agit d'une planète, ce qui est jusqu'ici le seul cas réel, le déplacement de l'astre, pendant le temps qui s'écoule entre les deux observations comparatives, doit nécessairement affecter plus ou moins l'exactitude du résultat. Mais, il faut considérer, à ce sujet, qu'un tel procédé est exclusivement destiné, par sa nature, aux planètes les plus lointaines, qui sont, de toute nécessité, comme nous l'expliquerons dans la suite, les moins rapides; en sorte qu'on pourrait d'abord, pour une première approximation, négliger entièrement leur déplacement, surtout à l'égard d'Uranus. Cela est d'autant moins nuisible que les proportions de notre monde n'exigent nullement un intervalle de six mois, supposé ci-dessus afin de présenter d'un seul coup toute la portée du procédé; deux mois et même un seul suffisent pleinement, envers les planètes les plus éloignées, pour obtenir, en

choisissant des situations favorables, un angle à l'astre qui soit très appréciable : or, pendant un temps aussi court, une planète, telle que Saturne par exemple, qui met environ trente ans à parcourir le ciel, pourra être envisagée comme sensiblement immobile ; et, si l'astre est moins lent, il ne faudra, par compensation, qu'un moindre intervalle, puisqu'il sera plus rapproché. Enfin, il est possible de prendre en suffisante considération le petit déplacement de la planète, d'après la théorie géométrique de son mouvement propre, dans l'application de laquelle on pourra se contenter ici de la première approximation déjà obtenue pour la distance cherchée.

C'est ainsi que les astronomes ont pu déterminer avec exactitude les positions réelles des astres les plus lointains dont notre monde soit composé. Quand on considère les valeurs de ces distances en myriamètres, ou seulement même en rayons terrestres, elles sont nécessairement affectées de l'incertitude indiquée plus haut sur la distance de la terre au soleil. Mais, si l'on se borne à envisager leurs rapports à cette dernière distance, ce qui est le cas le plus ordinaire et le seul important en astronomie, il est clair que le procédé précédent comporte une précision bien supérieure. Les nombres par lesquels on exprime habituellement

ces rapports, sont certains aujourd'hui jusqu'à la troisième décimale au moins.

L'immense accroissement de la base d'observation, qui résulte de la connaissance du mouvement de la terre, est, évidemment, le plus grand qui nous soit permis : si nous avons pu, en quelque sorte, franchir ainsi les limites de notre globe, celles de l'orbite qu'il parcourt sont nécessairement insurmontables. Or, cette base, quelque prodigieuse qu'elle doive nous paraître, devient, à son tour, du moins jusqu'ici, totalement illusoire, aussitôt que nous voulons estimer l'éloignement des astres étrangers à notre système. En lui donnant alors toute l'étendue possible, par un intervalle de six mois entre les deux observations, la somme des deux distances angulaires ne laisse point, pour l'angle à l'étoile, une quantité qui soit même légèrement supérieure à l'erreur totale d'une telle mesure, dans l'état actuel de nos moyens. Nous ne pouvons donc assigner encore, à cet égard, qu'une simple limite inférieure, nécessairement insuffisante, en établissant seulement avec certitude que l'étoile la plus voisine est, au moins, deux cent mille fois plus éloignée que le soleil, ou dix mille fois plus lointaine que la dernière planète de notre système ; ce qui suffit pleinement, il est vrai, pour constater l'indépendance

de notre monde. J'indiquerai dans la suite l'ingénieux procédé récemment imaginé par M. Savary, et d'après lequel on peut espérer d'obtenir plus tard, pour certaines étoiles, des limites supérieures de distance, plus ou moins rapprochées des limites inférieures.

Après avoir déterminé exactement les distances de tous les astres de notre monde à la terre, il est aisé de comprendre comment on calcule leurs distances mutuelles, puisque, dans le triangle où chacune est contenue, deux côtés sont déjà donnés et l'angle à la terre peut toujours être mesuré. C'est seulement pour la lune et le soleil que les distances à la terre méritent d'être soigneusement retenues. Quant à tous nos autres astres, de telles distances sont beaucoup trop variables et d'ailleurs trop peu importantes en astronomie pour qu'il convienne de les considérer directement. On doit se borner, comme le font depuis longtemps les astronomes, à mentionner les distances des planètes au soleil, et celle de chaque satellite à sa planète, lesquelles n'éprouvent que de légères variations, dont nous aurons plus tard à nous occuper.

Tel est l'ensemble des moyens que possède aujourd'hui l'astronomie pour déterminer les diverses distances célestes. On voit que, comme le

bon sens l'indiquait d'avance, nous les connaissons d'autant plus exactement qu'elles sont plus petites, au point d'ignorer totalement les plus considérables. On doit aussi remarquer déjà cette harmonie qui lie profondément entre elles toutes les parties de la science astronomique, puisque la détermination la plus simple et la plus élémentaire se trouve finalement dépendre, dans la plupart des cas, des théories les plus délicates et les plus compliquées de la géométrie céleste.

J'ai cru devoir insister sur cette première recherche, comme étant la plus fondamentale, en même temps qu'elle me paraît la plus propre à faire ressortir l'esprit général des méthodes astronomiques. Cela nous permettra, d'ailleurs, d'examiner maintenant avec plus de rapidité, sous le point de vue philosophique de cet ouvrage, les autres déterminations statiques dont la géométrie céleste est composée.

Les distances des astres à la terre étant une fois bien connues, l'étude de leur figure et de leur grandeur ne peut plus présenter d'autre difficulté que celle d'une observation suffisamment précise, en réservant toutefois la question à l'égard de notre propre planète, qui sera ci-après spécialement considérée. Cette recherche est, en effet, par sa nature, du ressort de l'inspection immé-