

tiellement à savoir dans quel sens effectif a lieu l'accroissement des degrés. Mais l'aplatissement réel devant, en tout cas, être fort petit, ce qu'indiquait clairement le fait même d'une telle indécision, il ne saurait être sensible dans la comparaison de degrés très rapprochés, et l'on ne pouvait le découvrir irrécusablement qu'en confrontant les degrés les plus différens. Tel est le motif rationnel de la grande expédition scientifique exécutée, il y a un siècle, par les académiciens français, pour aller mesurer, les uns à l'équateur, les autres aussi près que possible du pôle, les deux degrés extrêmes, dont la comparaison, soit entre eux, soit avec le degré de Picard, termina enfin, à la satisfaction générale, cette longue contestation, en confirmant la profonde justesse de la pensée de Newton, et même l'exactitude très approchée de son calcul. Cette conclusion a été de plus en plus vérifiée par toutes les mesures exécutées depuis en divers pays, et surtout par la plus importante d'entre elles, celle que Delambre et Méchain parvinrent à effectuer avec une si merveilleuse précision, au milieu de l'époque la plus orageuse, de Dunkerque à Barcelone, pour la fondation du nouveau système métrique, et qui a été ensuite considérablement prolongée par différens astronomes. Le perfectionnement des

procédés a permis de constater, entre des limites moins écartées, l'accroissement continu des degrés à mesure qu'on s'avance vers le pôle.

En supposant à la terre la forme rigoureuse d'un ellipsoïde de révolution, la seule comparaison entre deux degrés évalués à des latitudes quelconques bien connues doit suffire pour déterminer, d'après la théorie de l'ellipse, le vrai rapport des deux axes. Si donc on en a mesuré un plus grand nombre, en les comparant deux à deux de toutes les manières possibles, on doit toujours trouver le même aplatissement, ou bien la véritable figure ne serait pas encore obtenue, et il faudrait alors construire une nouvelle hypothèse, nécessairement plus compliquée : celle, par exemple, d'un ellipsoïde à trois axes inégaux. Tel est l'état d'indécision où l'on se trouve aujourd'hui, d'après les mesures les plus parfaites. L'aplatissement de  $\frac{1}{300}$ , indiqué par l'ensemble des opérations, s'écarte trop peu de chacune d'elles, pour qu'on puisse affirmer que cette différence ne tient pas à ce qui reste encore d'incertitude inévitable dans les résultats des observations. D'un autre côté, la comparaison de quelques degrés mesurés à la même latitude, sous des méridiens différens ou dans les deux hémisphères, tend à démontrer

que la terre n'est pas un véritable ellipsoïde de révolution. Cette figure et cet aplatissement sont cependant encore généralement adoptés. Quels que puissent être, sous ce rapport, les progrès des opérations futures, il restera toujours bien certain que cette hypothèse s'écarte extrêmement peu de la réalité, et beaucoup moins que la sphère ne différerait de l'ellipsoïde régulier. Or, cette dernière différence est déjà assez petite pour être négligeable sans inconvénient dans la plupart des cas usuels, excepté dans les questions les plus délicates de la mécanique céleste. Aucune recherche n'exige jusqu'ici qu'on ait égard à l'irrégularité de l'ellipsoïde; ce qui reste à désirer à ce sujet ne saurait donc avoir une véritable importance. La figure précise de notre planète est probablement très compliquée à cause des influences locales, qui, en descendant dans un détail trop minutieux, doivent nécessairement devenir sensibles. Il faut donc reconnaître que toute connaissance absolue nous est interdite à cet égard, comme à tout autre, et nous devons nous contenter de compliquer nos approximations à mesure que de nouveaux phénomènes viennent réellement à l'exiger.

Aucun exemple ne rend plus sensible cette marche rationnelle de l'esprit humain une fois

engagé dans la direction positive, que l'histoire générale des travaux sur la figure de la terre, depuis l'école d'Alexandrie jusqu'à nos jours. Quelle différence qu'aient présentée les opinions scientifiques successivement adoptées à ce sujet, chacune d'elles a conservé indéfiniment la propriété de correspondre aux phénomènes qui l'ont inspirée, et de pouvoir être toujours employée, même aujourd'hui, lorsqu'il s'agit seulement de considérer ces mêmes phénomènes. C'est ainsi que, en conservant une exacte harmonie entre la précision de nos théories et celle dont nous avons besoin dans nos déterminations, l'ensemble de nos études positives présente, en tout genre, malgré les révolutions scientifiques, un véritable caractère de stabilité, propre à détruire entièrement le reproche d'arbitraire suggéré si souvent à des esprits superficiels par le spectacle inattentif de ces variations.

Après avoir suffisamment considéré l'étude générale des phénomènes géométriques que présentent les astres de notre monde envisagés dans l'état de repos, je dois commencer l'examen philosophique de la théorie géométrique de leurs mouvements, qui sera complété dans les deux leçons suivantes.

Le mouvement d'un astre, comme celui de tout

autre corps, est toujours composé de translation et de rotation. La liaison de ces deux mouvemens est tellement naturelle, ainsi que nous l'avons vu en philosophie mathématique, que la seule connaissance de l'un est un motif extrêmement puissant de présumer l'existence de l'autre. Néanmoins, il est indispensable, en géométrie céleste, de les étudier séparément, car ils présentent des difficultés très inégales.

Quoique les rotations de nos astres aient été connues beaucoup plus tard que leurs translations, vu l'impossibilité de les observer à l'œil nu, leur étude n'en est pas moins, en réalité, bien plus facile sous le point de vue géométrique, et c'est justement l'inverse sous le point de vue mécanique. Il est d'abord évident que ces rotations peuvent être déterminées géométriquement, sans qu'il soit nécessaire d'avoir aucun égard aux mouvemens de l'observateur lui-même, qui doivent être pris, au contraire, en considération essentielle quand il s'agit d'explorer les translations. En second lieu, la connaissance des rotations est en elle-même d'une bien plus grande simplicité, puisque la question d'orbite, qui constitue la principale difficulté de l'étude des translations, en est nécessairement exclue : elle se rapproche beaucoup, par sa nature, des recherches purement

statiques dont nous venons de nous occuper. L'ensemble de ces motifs ne permet point d'hésiter, ce me semble, à placer désormais l'étude des rotations avant celle des translations, dans toute exposition rationnelle de la géométrie céleste.

La connaissance des rotations célestes a commencé par la découverte que fit Galilée de la rotation du soleil, la plus aisée de toutes à déterminer, et qui ne pouvait manquer de suivre presque immédiatement l'invention du télescope. La méthode très simple imaginée dans cette première occasion a été, au fond, constamment la même pour tous les autres cas, qui ne diffèrent que par la difficulté plus ou moins grande de l'observation : elle est directement indiquée par la nature même du problème. En effet, la rotation d'une sphère inaccessible et très éloignée serait impossible à apercevoir, si sa surface était parfaitement polie et exactement uniforme. Mais il suffit de pouvoir y distinguer, soit par leur obscurité, soit, au contraire, par leur éclat, ou de toute autre manière, quelques points reconnaissables, qui soient réellement adhérens à la surface, ou du moins susceptibles d'être regardés comme tels pendant un certain temps (et tel est aujourd'hui le cas de presque tous nos astres in-

térieurs), pour que l'examen attentif de leur déplacement graduel sur l'image totale permette la détermination géométrique de cette rotation. Un cercle étant connu par trois de ses points, on pourrait, à la rigueur, se borner à observer exactement trois positions successives de l'un quelconque des indices ainsi choisis, en notant avec soin les époques correspondantes. D'après ces données, un calcul géométrique, d'ailleurs un peu compliqué, déterminerait entièrement le parallèle décrit par cet indice, comme le temps employé à le parcourir; conséquemment, la durée totale de la rotation et l'axe autour duquel elle s'effectue seraient ainsi exactement connus. Mais il est évidemment indispensable de combiner un plus grand nombre de positions, et surtout de varier, autant que possible, les indices, pour obtenir des moyens de vérification dans des opérations aussi délicates, qui reposent entièrement sur les seules variations de la différence très petite que présentent, à chaque instant, l'ascension droite et la déclinaison de l'indice comparées à celles du centre de l'astre. Ces comparaisons étaient, en outre, primitivement nécessaires afin de constater l'uniformité réelle de la rotation. Il faut d'ailleurs remarquer que l'observation directe de la durée totale d'une révolution, fondée sur

le retour exact du même indice à la même situation, fournit un moyen général de vérification très précieux; pourvu que l'on soit bien assuré de l'invariabilité relative des indices, et même, si la rotation est un peu lente, ce qui n'a guère lieu qu'à l'égard du soleil et de la lune, qu'on ait suffisamment tenu compte du déplacement propre de l'observateur dans cet intervalle.

D'après l'ensemble des conditions du problème, cette détermination doit offrir évidemment un degré de précision très inégal suivant les différens astres. Excepté pour le soleil et la lune, elle exige indispensablement l'emploi des moyens d'observation les plus perfectionnés que possède l'astronomie, dont elle constitue peut-être l'exploration pratique la plus délicate, non-seulement par la difficulté des mesures, mais aussi à cause des illusions presque inévitables auxquelles on est alors exposé, et qui ne peuvent être prévenues qu'à l'aide d'une sorte d'éducation spéciale et graduelle de l'œil. On se figure aisément quels obstacles doit présenter le succès d'une telle opération, d'après ce seul fait, qu'un observateur exact et recommandable, Bianchini, a pu s'y tromper au point de supposer la rotation de Vénus vingt-quatre fois plus lente qu'elle n'est effectivement. Il y a même des planètes trop éloignées ou trop

petites, Uranus, d'une part, et les quatre planètes télescopiques de l'autre, dont la rotation n'est encore nullement déterminée, son existence étant seulement admise *à priori*, par une analogie et surtout par une induction très puissantes. Il en est ainsi d'ailleurs des satellites de Jupiter et de Saturne, et, à plus forte raison, de ceux d'Uranus, sauf toutefois les motifs généraux qu'on a de penser que, à leur égard comme envers la lune, la durée de la rotation est nécessairement égale à celle de leur circulation autour de la planète correspondante, d'après une notion de mécanique céleste qui sera indiquée en son lieu.

Parmi les rotations bien connues, on n'aperçoit jusqu'ici aucune trace de loi régulière, au sujet de leur durée, qui ne se lie ni aux distances, ni aux grandeurs, et qui paraît seulement, comme je l'ai noté plus haut, avoir une sorte de relation générale avec le degré d'aplatissement : encore cette analogie n'est-elle point sans exception, l'aplatissement de Mars étant beaucoup plus prononcé que celui de la terre ou de Vénus, et sa rotation n'étant certainement point plus rapide. Il faut toutefois remarquer que la rotation du soleil est beaucoup plus lente que celle d'aucune planète. Mais, si les durées des rotations, quoique d'ailleurs rigoureusement invariables,

semblent tout-à-fait irrégulières, il n'en est nullement ainsi de leurs directions, ces mouvemens ayant toujours lieu de l'ouest à l'est dans toutes les parties de notre monde, et suivant des plans très peu inclinés sur celui de l'équateur solaire; ce qui constitue une donnée générale fort importante sous le point de vue cosmogonique.

Passons maintenant à l'examen des mouvemens de translation, dont l'étude, beaucoup plus compliquée, est aussi bien autrement importante, eu égard au but définitif des recherches astronomiques, la prévision exacte de l'état du ciel à une époque future quelconque, dont je ne saurais craindre de rappeler trop souvent la considération formelle.

Outre que le mouvement de la terre constitue directement une partie fort essentielle de cette grande recherche, il ne saurait évidemment être indifférent, à l'égard des autres astres, de regarder l'observateur comme fixe ou comme mobile, puisque son déplacement doit notablement affecter, de toute nécessité, sa manière d'apercevoir les divers mouvemens extérieurs. On peut bien, à la vérité, décider avec certitude, sans cette connaissance préalable, que le soleil et non la terre est le vrai centre des mouvemens de toutes les planètes, comme l'avait reconnu Tycho-Brahé,

en niant notre propre mouvement : car il suffit pour cela de constater, d'après les procédés indiqués dans cette leçon, que les distances des planètes au soleil sont très peu variables, tandis que, au contraire, leurs distances à la terre varient extrêmement; et, en second lieu, que la distance solaire de chaque planète inférieure est constamment moindre, et celle d'une planète supérieure constamment plus grande que l'intervalle entre le soleil et la terre : ce qui résulte des plus simples observations de parallaxe et de diamètre apparent. Mais on ne peut aller plus loin, et déterminer la vraie figure des orbites planétaires, ainsi que la manière dont elles sont parcourues, sans tenir un compte exact et indispensable du déplacement de l'observateur. C'est pourquoi la leçon suivante sera tout entière consacrée à l'examen de la théorie fondamentale du mouvement de la terre, après quoi nous pourrons poursuivre, d'une manière vraiment rationnelle, l'étude générale des mouvemens planétaires. Toutefois, il convient, ce me semble, de compléter la leçon actuelle, en considérant la détermination de certaines données capitales au sujet de ces mouvemens, qui peuvent être obtenues, comme elles l'ont été en effet, sans avoir égard à notre mouvement, et dont la théorie, parfaitement analogue à celle qui vient d'être

caractérisée pour les rotations, présente aussi la simplicité essentielle des recherches purement statiques; en sorte que l'homogénéité de cette leçon sera pleinement maintenue. Je veux parler de la connaissance des plans des orbites et de la durée des révolutions sidérales, entièrement indépendante, par sa nature, de tout ce qui concerne la figure des orbites et la vitesse variable de l'astre. On peut même, pour plus de simplicité, regarder ici tous les mouvemens comme circulaires et uniformes, ainsi que les astronomes ont dû le faire primitivement.

Cela posé, il est évident, comme dans le cas des rotations, que, un plan étant déterminé par trois points, il suffit d'observer trois positions différentes de l'astre pour en conclure géométriquement la situation du plan de son orbite. Dans ces opérations, les astronomes ont renoncé depuis long-temps à employer les déclinaisons et les ascensions droites, qui continuent toutefois à être les seules coordonnées directement observées, afin d'adopter l'usage plus commode de deux autres coordonnées sphériques, connues sous les noms impropres de *latitude* et *longitude* astronomiques, et qui sont exactement, par rapport à l'écliptique, l'analogue des premières à l'égard de l'équateur. Cette substitution, qui permet de comparer plus

aisément les mouvemens des planètes à celui de la terre, s'effectue aisément par des formules trigonométriques invariables, qui conduisent du premier système au second (1). Après avoir déterminé ainsi la latitude et la longitude de l'astre dans les trois positions considérées, on en déduit la situation de ses *nœuds*, c'est-à-dire la ligne suivant laquelle son orbite rencontre le plan de l'écliptique, et l'inclinaison de l'orbite sur ce plan. Il est d'ailleurs évident que toutes les autres positions observées fourniront autant de moyens de vérifier et de rectifier cette importante détermination du plan de l'orbite, en ayant soin, pour plus de sûreté, de comparer entre elles des positions suffisamment éloignées. On voit que ce cas comporte, par sa nature, une précision bien plus grande que celui des rotations.

(1) Il serait peut-être plus convenable encore de prendre pour terme de comparaison le plan de l'équateur solaire, du moins jusqu'à l'époque d'une exacte connaissance de ce qu'on appelle le *plan invariable*. Les coordonnées ne se ressentiraient plus ainsi de la considération spéciale d'une planète unique, et d'ailleurs les orbites planétaires s'approchent en général davantage de ce plan que de celui de l'écliptique. Cette transformation, si jamais elle est jugée utile, s'effectuera évidemment par les mêmes formules qui nous font passer de notre équateur à l'écliptique, en y changeant seulement quelques coefficients. Au reste, l'équateur terrestre continuera nécessairement à être le terme immédiat de comparaison le plus commode dans toutes les observations.

C'est par là qu'on a reconnu que les plans de toutes les orbites planétaires passent par le soleil, et de même à l'égard des divers satellites d'une planète quelconque; et que ces plans sont, en général, peu inclinés sur l'écliptique, et encore moins sur le plan de l'équateur solaire, sauf les quatre planètes télescopiques où l'on trouve des inclinaisons beaucoup plus considérables.

Quant à la durée des révolutions sidérales, elle peut évidemment, d'abord, être directement observée, d'après le retour de l'astre à la même situation par rapport au centre de son mouvement. Les temps écoulés entre les trois positions successives considérées ci-dessus permettraient même de l'évaluer, comme dans le cas des rotations, sans attendre une révolution complète, souvent très lente, si l'on supposait l'uniformité du mouvement ainsi qu'on le peut pour une première approximation. La connaissance complète de la loi géométrique de ce mouvement donne le moyen de déduire de cette observation partielle une détermination exacte, ainsi que nous l'expliquerons plus tard.

Les valeurs de ces temps périodiques ne sont point, comme toutes les autres données examinées dans cette leçon, irrégulièrement réparties entre

les différens astres de notre monde. En les comparant avec les distances de ces astres aux centres de leurs mouvemens, on reconnaît aussitôt que la révolution est toujours d'autant plus rapide qu'elle est plus courte, et que sa durée croît même plus promptement que la distance correspondante; en sorte que la vitesse moyenne diminue à mesure que la distance augmente. Il existe entre ces deux élémens essentiels une harmonie fondamentale qui sera examinée dans la vingt-troisième leçon, et dont la découverte, due au génie de Képler, est un des plus beaux résultats généraux de la géométrie céleste et une des bases les plus indispensables de la mécanique céleste.

Tel est l'esprit des divers procédés par lesquels la géométrie céleste détermine, d'une manière sûre et précise, les différentes données élémentaires qui caractérisent chacun des astres de notre système, et qui nous permettront de nous élever à la connaissance exacte des vraies lois géométriques de leurs mouvemens lorsque ceux de notre propre planète, d'ailleurs si importans en eux-mêmes, auront été préalablement considérés dans la leçon suivante. Il eût été contraire à la nature de cet ouvrage d'insérer ici, pour une quelconque de ces données, aucun de ces tableaux numériques que l'on doit trouver dans les traités d'astronomie,

et dont tout le monde peut même aujourd'hui consulter aisément les plus importans dans l'*Annuaire du Bureau des longitudes*, ou dans tout autre recueil de ce genre.