VINGT-TROISIÈME LEÇON.

Considérations générales sur les lois de Képler, et sur leur application à la théorie géométrique des mouvemens célestes.

La connaissance du mouvement de la terre nous conduit naturellement à nous transporter au point de vue solaire, puisqu'il devient dès lors nécessaire, et en même temps possible, de ramener nos observations immédiates à celles qui seraient faites du centre du soleil, désormais reconnu comme le vrai centre immobile de tous les mouvemens intérieurs de notre monde, seul objet essentiel de nos études astronomiques. Cette transformation, justement nommée *parallaxe annuelle*, suit, en effet, les mêmes règles que la parallaxe ordinaire ou diurne, examinée dans la vingtième leçon : elle est seulement beaucoup plus grande, la distance de la terre au soleil y remplaçant le rayon de la terre; ce qui n'a d'influence que sur les coefficiens des formules trigonométriques déjà usitées dans le premier cas. A la vérité, le changement qu'éprouve, pendant le cours de l'année, la distance de la terre au soleil, tend à introduire, entre ces deux réductions, une différence essentielle. Mais, cette variation, dont la plus grande valeur n'est que d'un trentième, peut, d'abord, être entièrement négligée, sans aucun inconvénient réel, dans une première étude des mouvemens célestes : et la découverte des lois géométriques de ces mouvemens permet, ensuite, d'en tenir compte avec exactitude, dans les cas qui l'exigent.

C'est ainsi que les astronomes convertissent habituellement toutes leurs observations géocentriques en observations héliocentriques. A l'égard des étoiles, nous savons déjà, par l'avant-dernière leçon, que cette transformation, quelque considérable qu'elle doive paraître, est toujours entièrement insensible jusqu'ici : en sorte que, dans l'observation de tous les astres extérieurs à notre monde, il est parfaitement indifférent que le spectateur soit placé sur la terre, ou sur le soleil, ou sur une planète quelconque. Mais, pour l'intérieur de notre système, la parallaxe annuelle doit, évidemment, avoir une valeur très sensible, quelquefois extrêmement grande, et dont il est indispensable de tenir compte, même envers les planètes les plus lointaines.

D'après cette transformation fondamentale, nous pouvons maintenant poursuivre et terminer l'étude géométrique des mouvemens planétaires, déjà ébauchée, à la fin de l'avant-dernière leçon, quant à leurs périodes et aux plans dans lesquels ils s'exécutent, et au sujet de laquelle nous avions dû réserver la partie la plus importante et la plus difficile, la détermination exacte de la vraie figure des orbites et de la manière dont elles sont parcourues. Ces connaissances essentielles une fois acquises, nous pourrons enfin nettement comprendre comment l'astronomie atteint son véritable but définitif, la prévision exacte et rationnelle de l'état de notre système à une époque quelconque donnée. Tel est l'objet de la leçon actuelle.

Dans la première enfance de l'astronomie mathématique, on a dû naturellement regarder les mouvemens des planètes comme exactement uniformes et circulaires. Quoique cette supposition fût, sans doute, appuyée, si ce n'est inspirée, par des considérations métaphysiques et même théologiques sur la perfection de ce genre de mouvemens, convenable à la nature divine des astres, comme les écrits des anciens nous en offrent d'incontestables témoignages, elle n'en était pas moins alors profondément rationnelle. Car, il était indispensable de former à cet égard une hypothèse quelconque pour parvenir graduelle-ment, en la comparant de plus en plus aux observations, à la vraie connaissance des mouvemens célestes, qui n'était point susceptible d'être jamais obtenue d'une manière directe. Or, on ne pouvait, évidemment, adopter une hypothèse plus simple, qui, représentant à peu près l'ensemble des premières observations, fût plus aisément susceptible de leur être, ensuite, exactement confrontée par la géométrie alors naissante. Telle est la valeur réelle de cette hypothèse fondamentale, qui a d'abord constitué la science astronomique, que nous l'employons encore aujourd'hui, quand nous voulons nous contenter d'une première approximation, toutes les fois, par exemple, que nous ébauchons la théorie d'un nouvel astre.

Mais, par les progrès mêmes que permettait l'usage d'une telle hypothèse, on ne dut pas tarder à reconnaître que les planètes ne demeurent point à des distances invariables du centre de leurs mouvemens, et que leurs vitesses autour de lui ne sont pas constantes. Cette remarque générale dut être surtout hâtée par l'obligation qu'on s'était imposée de placer ce centre sur la terre; car, si l'on eût rapporté les mouvemens au soleil, ces irrégularités eussent été beaucoup moins prononcées, et, par conséquent, bien plus tard constatées. Dès lors, les astronomes grecs imaginèrent, pour

représenter les phénomènes, de modifier leur hypothèse fondamentale par deux conceptions principales, dont chacune isolément permettait d'expliquer, jusqu'à un certain point, les irrégularités observées, et qui, surtout, combinées, pouvaient long-temps suffire à cette interprétation, tant que les progrès de la géométrie abstraite ne comportaient pas une confrontation mathématique entièrement rigoureuse. Ces deux hypothèses secondaires sont connues sous les noms d'excentrique, et d'épicycle. La première consiste à placer l'astre central à une certaine distance du centre géométrique des mouvemens circulaires et uniformes; ce qui suffit pour faire varier les rayons vecteurs ainsi que les vitesses angulaires, d'une manière à peu près conforme aux observations, tant que celles-ci n'ont pas atteint un certain degré de précision, et que, en même temps, la théorie du cercle n'a point fait exactement connaître la relation propre de ses coordonnées polaires. Dans la seconde conception, déjà indiquée par la leçon précédente, l'astre est supposé décrire immédiatement avec une vitesse constante la circonférence d'un petit cercle auxiliaire, dont le centre parcourt uniformément l'orbite primitive; d'où résulte une certaine variation nécessaire dans les mouvemens rapportés à l'astre central, même sans le déplacer du centre du cercle principal. Cette seconde hypothèse fournit plus de ressources que la première, puisqu'elle dispose de deux quantités arbitraires, au lieu de la seule excentricité. Elle est, d'ailleurs, beaucoup plus féconde; car, rien n'empêche, à chaque nouvelle découverte d'un défaut d'harmonie avec les observations, de créer un nouvel épicycle, comme l'ont fait effectivement, et au degré le plus abusif, les astronomes du moyen âge. Enfin, les deux hypothèses peuvent, évidemment, être réunies.

A partir de l'époque où l'usage régulier de ces deux conceptions fut devenu dominant, il n'est pas douteux, ce me semble, que la philosophie métaphysique, à laquelle se rattachait l'hypothèse fondamentale, ait considérablement retardé les progrès de la science astronomique. Sans les mystiques chimères de cette philosophie sur la convenance absolue du mouvement circulaire et uniforme à l'égard des astres, on eût certainement tenté beaucoup plus tôt de sortir d'une hypothèse qui, n'ayant, à l'origine, d'autre mérite réel que celui de sa simplicité primitive, avait fini par présenter une complication presque inextricable, par la multiplication graduelle des épicycles successifs. Les inconvéniens de cette complication étaient déjà vivement sentis par tous les

astronomes lors de la composition des tables pruténiques, et même à l'époque des tables alphonsines, comme l'indique clairement le mot célèbre et énergique du roi Alphonse. Néanmoins, l'influence prépondérante des préjugés métaphysiques prolongea l'emploi de cette théorie, jusqu'à ce qu'il fût devenu réellement impossible de la suivre davantage, lorsque, vers la fin du seizième siècle, le nombre total des cercles employés à l'explication des mouvemens célestes s'éleva jusqu'à 74, pour les sept astres considérés alors; tandis que, en même temps, les progrès importans que Tycho introduisit dans toutes les observations astronomiques ne permirent plus de représenter suffisamment ainsi les mouvemens planétaires effectifs, malgré la multitude de quantités arbitraires dont les astronomes pouvaient disposer d'après un tel système. C'est ainsi que, même dans les sciences, les hommes ne se déterminent à changer radicalement leurs institutions primitives (surtout quand elles n'ont pas été rationnellement établies), que lorsqu'elles ont enfin complètement cessé de remplir l'office auquel elles étaient destinées, et après que les nombreuses modifications dont on les avait, à cet effet, successivement surchargées, sont évidemment devenues impuissantes.

Tel était l'état de l'astronomie avant le grand rénovateur Képler, qui, le premier après vingt siécles, osa reprendre, de fond en comble, le problème général des mouvemens planétaires, en regardant tous les travaux antérieurs comme non-avenus, et n'adoptant d'autre base générale que le système complet d'observations exactes auquel la vie de son illustre précurseur, Tycho-Brahé, venait d'être si noblement dévouée. Malgré la hardiesse naturelle de son génie, ses écrits nous montrent, dans leur admirable naïveté, combien il avait besoin d'exciter son enthousiasme pour soutenir l'exécution d'une entreprise aussi audacieuse et aussi difficile, quoique si éminemment rationnelle.

Le choix que fit Képler de la planète Mars, pour son système de recherches astronomiques, était extrêmement heureux, à cause de l'excentricité plus prononcée de cette planète, qui devait rendre plus facile à saisir la vraie loi des inégalités. Mercure, à la vérité, est encore plus excentrique; mais la difficulté de l'observer d'une manière assez suivie, ne permettait pas de l'employer.

Il s'agit donc maintenant de considérer directement les trois grandes lois fondamentales, découvertes par Képler au sujet de Mars, et qu'il

étendit ensuite à tous les autres mouvemens intérieurs de notre système. L'ordre suivant lequel on les dispose habituellement aujourd'hui n'est point indifférent : c'est celui dans lequel elles servent à fonder la mécanique céleste, comme le montrera la leçon prochaine. Sous le point de vue purement géométrique, les deux premières suffisent pour déterminer complètement le mouvement propre à chaque planète, l'une en réglant sa vitesse à chaque instant, l'autre en fixant la figure de l'orbite. La troisième loi est destinée à établir une harmonie fondamentale entre tous les divers mouvemens planétaires.

Première loi. On avait depuis long-temps remarqué que la vitesse angulaire de chaque planète, c'est-à-dire, l'angle plus ou moins grand décrit, en un temps donné, par son rayon vecteur, augmente constamment à mesure que l'astre s'approche davantage du centre de son mouvement : mais on ignorait entièrement la relation exacte entre les distances et les vitesses. Képler la découvrit, en comparant les deux cas extrêmes du *maximum* et du *minimum* de ces quantités, où leur vraie liaison devait être, en effet, plus sensible. Il reconnut ainsi que les vitesses angulaires de Mars, à son périhélie et à son aphélie, sont inversement proportionnelles aux quarrés des distances correspondantes. Cette loi, saisie par son génie dans le simple rapprochement de deux seules observations, fut ensuite vérifiée pour toutes les positions intermédiaires de Mars, et, plus tard, étendue à toutes les autres planètes. Son exactitude a été constatée depuis par l'expérience habituelle de tous les astronomes. Elle est ordinairement présentée sous une autre forme géométrique, imaginée par Képler lui-même. Au lieu de dire que la vitesse angulaire d'une planète quelconque est, à chaque point de son orbite, en raison inverse du quarré de la distance au soleil, on préfère exprimer, plus simplement, que l'aire tracée, en un temps donné et très court, chaque jour par exemple, par le rayon vecteur de la planète, est d'une grandeur constante, quoique sa forme soit variable : ou, en d'autres termes, que les aires décrites croissent proportionnellement aux temps écoulés. Cet énoncé n'est évidemment qu'une heureuse transformation géométrique de l'énoncé primitif. Car, en choisissant un temps assez court pour que le mouvement de l'astre puisse être envisagé comme momentanément circulaire autour du soleil, il est clair que l'aire qu'engendre le rayon vecteur est proportionnelle au produit de la vitesse angulaire par le quarré de la distance ; et qu'ainsi la réciprocité des deux facteurs équivaut à l'invariabilité du produit.

En détruisant radicalement la prétendue uniformité des mouvemens célestes, Képler a donc satisfait aux besoins fondamentaux de l'esprit humain en la remplaçant par une analogie du même ordre et plus réelle : la constance n'a plus été dans les arcs décrits, mais dans les aires tracées. On a même judicieusement remarqué à ce sujet que cette loi nouvelle, quoique moins simple en apparence, était, au fond, beaucoup plus favorable pour faciliter la solution effective du problème géométrique des planètes. Car, avec la vraie figure des orbites planétaires, et même en conservant des cercles excentriques, l'égalité des arcs eût, en réalité, bien moins simplifié le travail que ne l'a fait l'égalité des aires.

Seconde loi. La véritable nature des orbites était peut-être moins difficile à découvrir. Car, il suffit essentiellement, à un homme tel que Képler, d'avoir enfin bien senti, d'une manière franche et complète, la nécessité d'abandonner irrévocablement les mouvemens circulaires, ce à quoi l'on conçoit d'ailleurs aisément qu'il n'a pu parvenir tout d'un coup. C'est là qu'on peut apercevoir clairement la funeste influence des préjugés métaphysiques pour entraver la marche de Képler, en le faisant si souvent hésiter, dans ses diverses tentatives, à renoncer définitivement au mouvement circulaire. Mais, cette condition préalable une fois remplie, il était fort naturel d'essayer l'ellipse, la plus simple de toutes les courbes fermées après le cercle, qui n'en est qu'une modification.

La théorie abstraite de cette courbe avait été heureusement poussée assez loin par les géomètres grecs pour qu'il devînt possible de la reconnaître avec certitude dans les orbites planétaires. Il ne pouvait y avoir une longue hésitation sur la place que le soleil devait occuper. Car, on ne pouvait, évidemment, lui assigner que deux positions remarquables, ou le centre, ou l'un des deux foyers. Or, une réflexion générale sur les mouvemens célestes excluait immédiatement le centre, sans avoir besoin d'aucun travail mathématique. Car, dans cette hypothèse, l'orbite présenterait deux périhélies diamétralement opposés, ainsi que deux aphélies; et chaque périhélie serait à quatre-vingt-dix degrés seulement, au lieu de cent quatre-vingt degrés, de chaque aphélie, ce qui est trop manifestement contraire à l'ensemble des observations, même les plus grossières, pour pouvoir être un seul instant supposé. Voilà comment Képler, en adoptant les orbites elliptiques, fut nécessairement conduit à placer le soleil au foyer, pour toutes les planètes à la fois. Quand son hypothèse eut été

ainsi bien formée, il devint aisé d'en constater la justesse, en la comparant aux observations, par des calculs dont tous les principes étaient posés d'avance.

Telle est donc la seconde loi de Képler : les orbites planétaires elliptiques, ayant le soleil pour foyer commun. Les excentricités sont toujours fort petites pour les planètes proprement dites, excepté à l'égard de deux des quatre planètes télescopiques, dans lesquelles la distance des foyers s'élève jusqu'à un quart du grand axe. Cette belle loi fut long-temps méconnue par la plupart des astronomes, même de ceux qui sentaient vivement la nécessité d'abandonner les mouvemens circulaires, et qui faisaient, à cet effet, dans une autre direction que Képler, d'infructueuses tentatives. Dominique Cassini lui-même, plus d'un demi-siècle après, eut la malheureuse idée de remplacer l'ellipse de Képler par une courbe du quatrième degré, grossièrement semblable, en certains cas, à l'ellipse, et dans laquelle le produit des distances aux deux foyers, au lieu de leur somme, reste invariable (1). Mais, l'expérience journalière de tous les astronomes a démontré de-

(1) Le nom bizarre de *cassinoïde*, donné à cette courbe par quelques écrivains, a tendu à éterniser le souvenir de l'erreur fondamentale de ce célèbre astronome.