

la tendance continuelle de toutes les planètes vers le soleil ; la seconde fait connaître que cette tendance, la même en tous sens, change avec la distance au soleil, inversement à son carré ; enfin, la troisième apprend que cet effort, nullement spécifique, est toujours simplement proportionnel, pour une même distance, à la masse de chaque planète. Il serait sans doute inutile de prévenir expressément que les lois de Képler ayant lieu exactement de la même manière, dans les mouvemens des satellites autour de leurs planètes, il en résulte nécessairement les mêmes conséquences dynamiques pour l'action continue exercée par chaque planète sur chacun de ses satellites, en raison directe de la masse de celui-ci, et en raison inverse du carré de sa distance à la planète.

Afin de compléter cette démonstration capitale, Newton jugea sagement qu'il devait reprendre, en sens inverse, l'ensemble de la question, en déterminant, *à priori*, les mouvemens planétaires qui résulteraient d'une telle loi dynamique. C'est ainsi que, par une intégration alors difficile, il retomba complètement sur les lois de Képler, comme cela devait être de toute nécessité. Indépendamment de cette utile vérification mathématique, qui fournit d'ailleurs in-

cidemment quelques moyens de simplifier l'étude géométrique de ces mouvemens, cette analyse inverse fit reconnaître que l'orbite aurait pu être, non-seulement une ellipse, mais une section conique quelconque, ayant toujours le soleil pour foyer. La nature de la courbe dépend uniquement de l'intensité de la vitesse initiale, et nullement de sa direction ; en sorte qu'un certain accroissement déterminé, qui surviendrait tout à coup dans la vitesse d'une planète, changerait son ellipse en une parabole, et plus grand encore, en une hyperbole. Ainsi, les orbites devant être, par une nécessité évidente, des courbes fermées, la figure elliptique est donc la seule qui puisse réellement dériver de la loi newtonienne.

Parmi les objections, aussi vaines qu'innombrables, que dut soulever à son origine cette admirable découverte, et que reproduisent encore quelquefois des esprits mal organisés, une seule mérite d'être ici mentionnée, comme tendant à éclaircir la notion fondamentale, et comme ayant beaucoup frappé autrefois, par son apparence très spécieuse, plusieurs philosophes fort recommandables, entre autres le judicieux Fontenelle. Elle est fondée sur la considération que si, pendant une moitié de sa révolution, la pla-

nète se rapproche de plus en plus du soleil, elle s'en éloigne évidemment toujours davantage dans l'autre partie de l'orbite; ce qui semble impliquer une contradiction frappante avec l'idée d'une tendance continuelle *vers* le soleil. L'emploi du malheureux mot *attraction*, beaucoup trop prodigué par Newton et par presque tous ses successeurs, donnait à cette objection une nouvelle apparence de solidité. Aussi quelques newtoniens n'avaient-ils pas hésité d'abord à recourir, pour la résoudre, à cet expédient absurde, de déclarer l'action solaire tantôt attractive et tantôt répulsive. Laplace lui-même en a donné, ce me semble, une explication peu satisfaisante, puisqu'elle se borne à reproduire, sous un autre point de vue, le fait lui-même, en disant que la planète doit s'approcher du soleil, tant que sa direction forme un angle aigu avec celle de l'action solaire, et s'en éloigner quand cet angle devient obtus. Cette considération exige donc un nouvel examen.

Il faut reconnaître, avant tout, qu'elle ne saurait exercer la moindre influence effective sur les calculs de la mécanique céleste, ce qui explique qu'on s'en soit si peu inquiété. Car il n'importe guère aux géomètres que l'action solaire soit, en réalité, attractive ou répulsive,

pourvu que la direction de la force accélératrice de la planète, prolongée s'il le faut, vienne toujours passer exactement par le soleil, ce que la première loi de Képler assure incontestablement. Mais, néanmoins, le doute à cet égard donnerait un caractère trop indécis à la conception fondamentale, pour qu'on ne doive pas le dissiper entièrement.

Afin de mettre l'objection dans un plus grand jour, il convient de considérer le cas hypothétique d'une orbite parabolique ou hyperbolique, qui nous montre l'astre, parti du périhélie, s'éloignant toujours et indéfiniment du soleil, quoiqu'on puisse aisément prouver qu'il ne cesse pas un seul instant de tendre *vers* lui. En effet, on ne doit point constater cette tendance en comparant la position actuelle de l'astre à celle qu'il occupait auparavant, mais à celle qu'il occuperait au même instant, en vertu de sa seule vitesse acquise, si l'action solaire n'existait pas : c'est évidemment le seul moyen d'apprécier l'influence réelle de cette action. Or, d'après ce principe, on voit clairement qu'elle tend, dans tous les cas, à rapprocher l'astre du soleil, puisqu'il s'en trouve toujours effectivement plus près, même avec une orbite hyperbolique, que s'il eût continué son mouvement naturel suivant la tan-

gente. La vraie solution de l'objection se réduit donc à remarquer que l'orbite est constamment concave vers le soleil : elle serait évidemment insurmontable, si la trajectoire eût pu être convexe. On rencontre ici la même circonstance que dans le mouvement ascensionnel des bombes, que personne ne s'est jamais avisé d'attribuer à une pesanteur suspendue ou renversée : le projectile, quoiqu'il s'élève, ne cesse réellement de tomber, et tombe de plus en plus, comme dans sa chute ordinaire, puisqu'il est continuellement, et toujours davantage, au-dessous du lieu où l'aurait porté sa seule impulsion initiale, la trajectoire étant constamment concave vers le sol.

Dans l'exposition habituelle de la conception fondamentale de la mécanique céleste, on néglige aujourd'hui beaucoup trop de considérer les cas hypothétiques où il faut remonter de telle forme idéale des orbites planétaires à telle autre loi correspondante de l'action solaire, et réciproquement. Ce n'est pas uniquement pour mieux caractériser sa théorie générale des forces centrales, qui eût été suffisamment expliquée par l'analyse exacte du seul cas naturel, que Newton s'est plu à développer avec tant de soin cette importante considération. Il a probablement senti qu'une telle

étude devait réfléchir une nouvelle lumière sur le vrai caractère de la loi effective, en faisant ressortir avec plus d'évidence ses conditions essentielles. Rien n'est plus propre surtout à lui ôter cette apparence d'absolu, qui résulte si fréquemment de l'exposition ordinaire, en montrant combien il y aurait peu à changer aux orbites planétaires pour que l'action solaire dût suivre nécessairement une loi toute différente. Je dois me borner ici à mentionner à cet égard le cas le plus remarquable et le plus instructif, parmi tous ceux que Newton a envisagés. C'est celui de l'orbite elliptique, mais dont le soleil occuperait le centre, au lieu du foyer. On trouve alors que l'action solaire, au lieu d'être inversement proportionnelle au carré de la distance, varierait au contraire en raison directe de la distance elle-même. Il serait impossible d'obtenir une plus grande opposition dans les résultats pour une modification, aussi légère en apparence, à l'hypothèse primitive ; et cependant rien n'est mieux démontré. De bons esprits, auxquels la mathématique est étrangère, pourraient même envisager un tel défaut d'harmonie comme devant inspirer d'abord quelques doutes raisonnables sur la réalité de la loi effective, surtout en considérant que, les orbites planétaires étant presque

circulaires, il s'en faut de bien peu que le soleil n'en occupe le centre. Mais, j'ai indiqué à dessein dans la leçon précédente, au sujet de la seconde loi de Képler, les principales différences astronomiques des deux orbites, pour montrer que leur opposition réelle, sous le simple point de vue géométrique, est beaucoup plus prononcée qu'elle ne le semble au premier aspect, tellement que jamais les astronomes n'ont pu s'y tromper, quelque petites que soient les excentricités. En appréciant cette comparaison, on reconnaîtra facilement, j'espère, que l'harmonie générale et indispensable entre la considération géométrique et la considération dynamique n'est pas plus altérée dans ce cas hypothétique que dans tout autre. Mais, comme l'idée d'une orbite elliptique autour du soleil pour centre, quelque opposée qu'elle soit à toutes nos observations astronomiques, est fort loin, évidemment, de présenter aucune absurdité intrinsèque, on aperçoit ainsi dans tout son jour la profonde inanité nécessaire de tous les prétendus raisonnemens *à priori* par lesquels tant d'esprits se sont efforcés d'établir, abstraction faite de l'analyse mathématique des phénomènes exactement explorés, l'impossibilité absolue d'aucune autre loi que celle de Newton, relativement à l'action du soleil

sur les planètes (1). Que peuvent donc signifier tous ces vains projets de démonstrations élémentaires, contre lesquels je m'élevais ici-dessus, où l'on ne tient même aucun compte de la forme elliptique des orbites, et où, à plus forte raison, on ne s'est jamais inquiété si le soleil occupe le foyer plutôt que le centre qui en est tout près ?

Je me suis jusqu'ici soigneusement abstenu de qualifier, par aucun terme spécial, la tendance continue des planètes vers le soleil, et des satellites vers leurs planètes, dont l'existence et la loi ont été le seul objet des considérations précédentes. Mais, si ces notions suffisent pour que les phénomènes célestes soient désormais parfaitement liés entre eux, et mathématiquement calculables, c'est surtout par une autre propriété essentielle de la conception fondamentale de Newton qu'ils sont réellement *expliqués* dans le sens

(1) Il est même évidemment impossible, d'après cela, d'expliquer réellement *à priori* pourquoi un astre tend nécessairement vers le soleil avec d'autant plus d'énergie qu'il en est plus près, quelle que soit d'ailleurs la loi mathématique de cette variation. Car, dans une telle hypothèse, l'action solaire augmenterait, au contraire, quand l'astre serait plus éloigné; en sorte que, s'il en est autrement, il faut l'attribuer uniquement à ce que le soleil occupe le foyer et non le centre de l'ellipse. Comment oserait-on, dès lors, proclamer *evident à priori*, le décroissement nécessaire de cette action à mesure que la distance augmente, sans aucun égard à cette circonstance caractéristique ?

propre du mot, c'est-à-dire compris, d'après leur exacte assimilation générale avec les phénomènes si vulgaires que la pesanteur produit continuellement à la surface de notre globe. Examinons maintenant ce complément indispensable donné par Newton à sa sublime pensée.

Si notre planète n'avait aucun satellite, cette comparaison capitale serait évidemment impossible, comme manquant de base. Il eût fallu alors nous contenter de calculer exactement les mouvements célestes, d'après les règles générales de la dynamique, sans pouvoir jamais les rattacher à ceux qui s'exécutent journellement parmi nous. Quoique l'harmonie universelle de notre monde devînt ainsi infiniment moindre, cette conception n'en serait pas moins extrêmement précieuse. Mais l'existence de la lune nous a rendu l'immense service philosophique de lier intimement la mécanique du ciel à la mécanique terrestre, en nous permettant de constater l'identité de la tendance continue de la lune vers la terre avec la pesanteur proprement dite : ce qui a suffi pour démontrer ensuite que l'action mutuelle des corps célestes n'était autre chose que la pesanteur convenablement généralisée, ou, en sens inverse, que la pesanteur ordinaire n'était qu'un cas particulier de cette action.

Ce rapprochement fondamental est susceptible d'un examen mathématique qui ne saurait laisser aucune incertitude à cet égard. Car, d'après l'analyse dynamique du mouvement de la lune, on connaît l'intensité de l'action que la terre exerce sur elle, c'est-à-dire la quantité dont elle tend à tomber vers le centre de notre globe en un temps donné, une seconde par exemple. En regardant le mouvement comme circulaire et uniforme, ce que Newton a d'abord jugé avec raison pleinement suffisant ici, cette évaluation se fait aisément, d'après la règle d'Huyghens sur la mesure de la force centrifuge ; d'ailleurs, on peut aussi l'effectuer, avec un peu plus de peine, en ayant égard au mouvement elliptique et varié. Elle ne dépend que de données parfaitement connues, sur lesquelles il ne peut y avoir aucune hésitation, le temps périodique de la lune, sa distance à la terre, et enfin le rayon de la terre. Cela posé, il suffit d'augmenter cette intensité primitive, inversement au carré de la distance, suivant la loi fondamentale, pour savoir ce qu'elle deviendrait en supposant la lune placée tout près de la surface de la terre, afin de la confronter avec l'intensité effective de la pesanteur proprement dite, que nous savons être exactement la même dans tous les corps grands et petits, et qui est

mesurable, avec la dernière précision, soit par l'observation directe de la chute des poids, soit surtout par les expériences du pendule. L'identité ou la diversité de ces deux nombres, décidera évidemment, en dernier ressort, pour ou contre l'assimilation entre la tendance de la lune vers la terre et la pesanteur. Or, l'exécution d'une telle comparaison établit la parfaite coïncidence des deux résultats; d'où s'ensuit la démonstration mathématique de cette assimilation. Telle est la marche profondément rationnelle suivie à cet égard par Newton, sauf que, pour plus de clarté, j'ai cru devoir l'indiquer en ordre inverse, ce qui est en soi fort indifférent. L'histoire de ce beau travail nous présente une anecdote très intéressante, qui caractérise fortement l'admirable sévérité de la méthode philosophique constamment suivie, avec une si sage énergie, par le grand Newton. On sait que, dans ses premières recherches, il avait employé une valeur erronée du rayon de la terre, déduite d'une mauvaise mesure exécutée un peu avant lui en Angleterre : il en résultait une différence assez sensible entre les deux nombres qui devaient parfaitement coïncider. Newton eut le rare courage philosophique de renoncer, d'après cela seul et pendant long-temps, à cette partie importante de sa conception générale, jus-

qu'à ce que Picard eût enfin opéré la mesure exacte de la terre, qui permit à Newton de constater la profonde justesse de sa pensée primitive.

Cette identité entre la tendance de la lune vers la terre et la pesanteur proprement dite présente sous un jour tout nouveau l'ensemble de la conception fondamentale de la mécanique céleste. Elle nous montre le mouvement des astres comme parfaitement semblable à celui des projectiles, qui nous est si familier, et que, par cela seul, nous devons trouver suffisamment compris, et propre à servir de type d'explication. La seule différence réelle qu'il y ait entre eux résulte simplement de ce que nos projectiles ne sont pas lancés d'assez loin, ni assez énergiquement, pour que leur inégal éloignement du centre de notre globe puisse manifester l'influence de la variation de la pesanteur inversement au carré de la distance. Projetés d'un peu plus haut et avec un peu plus de force, ils circuleraient indéfiniment autour de nous comme de petits astres (sauf la résistance de notre atmosphère), ainsi que le fait la lune, ainsi que la terre elle-même et toutes les planètes le font autour du soleil. C'est par là que l'astronomie tout entière est devenue réellement une sorte de problème d'artillerie, beaucoup simplifié par l'absence d'un milieu sensiblement résis-

tant, mais compliqué, à la vérité, par la variation et la pluralité des pesanteurs.

En même temps que la notion mécanique fondamentale des mouvemens célestes se trouvait ainsi considérablement éclaircie par l'assimilation de la force qui les produit à la pesanteur ordinaire, la conception générale de celle-ci a éprouvé, par une heureuse réaction nécessaire, un immense perfectionnement, puisque la loi de sa variation, imperceptible dans les phénomènes terrestres habituels, a été dès lors immédiatement connue. L'homme avait conçu jusque là le poids d'un corps comme une qualité rigoureusement inaltérable, suivant les expériences les plus diverses et les plus précises, que ni le changement de forme, ni le passage d'une constitution physique à une autre, ni aucune métamorphose chimique, ni la différence même entre l'état de vie et l'état de mort, ne pouvaient nullement modifier, tant que l'intégrité de la substance était maintenue. C'était, en un mot, la seule notion qui pût présenter, même aux philosophes les plus positifs, un véritable caractère d'absolu. Ce caractère, qui devait sembler si indestructible, la conception newtonienne est venue l'effacer entièrement d'un seul trait, en montrant, avec une pleine évidence, que le poids d'un corps est au

contraire un phénomène purement relatif, non pas il est vrai aux diverses circonstances dont on avait jusque alors analysé l'influence, et qui effectivement ne l'altèrent en rien, mais à une autre à laquelle on n'eût jamais pensé sans cela, tant elle eût paru devoir être insignifiante, et qui seule le règle souverainement, la simple position de ce corps dans le monde, ou, plus exactement, sa distance au centre de la terre, indépendamment de la direction, au carré de laquelle il est toujours inversement proportionnel. Sans doute, une connaissance aussi opposée à l'ensemble des idées humaines n'aurait pas même été jamais cherchée directement, si la mécanique céleste ne l'eût, pour ainsi dire, involontairement établie d'une manière invincible, en prouvant l'identité mathématique de la pesanteur avec la force accélératrice des astres, à l'égard de laquelle une telle loi de variation devenait incontestable et évidente. Ainsi avertis, les physiciens ont pu vérifier ensuite, par des expériences directes et irrécusables, en s'écartant plus ou moins du centre de la terre, soit dans le sens vertical, soit surtout dans le sens horizontal, la réalité de cette loi, même à la surface de notre globe, où les différences qu'elle engendre sont trop délicates à constater pour qu'on eût jamais pu les