grosses montagnes pour altérer légèrement la direction de la pesanteur. On conçoit en effet, d'après la loi fondamentale de la gravitation, qu'une masse considérable, envisagée comme condensée en son centre de gravité, peut, quand le fil-à-plomb s'en trouve très rapproché, déterminer en lui, à raison de cette proximité, une gravitation secondaire, extrêmement petite sans doute vis-à-vis de celle de l'ensemble de la terre, mais néanmoins perceptible, qui le fasse dévier vers elle d'une quantité presque insensible, susceptible cependant d'être mesurée par des observations très délicates sur la comparaison de sa direction effective avec la verticale naturelle du lieu, préalablement bien connue. Cette déviation étant exactement appréciée, l'équation d'équilibre facile à établir entre l'action de la montagne et celle de la terre doit permettre d'en déduire le rapport des deux masses, et par suite la valeur de la masse terrestre, d'après le poids de la montagne, puisque toutes les autres quantités que renferme cette équation sont déjà évidemment données. Les observations astronomiques ne pouvaient pas être assez précises à l'époque de Bouguer pour que ce procédé fût dès lors réellement applicable, tant est minime la déviation sur laquelle il repose. Mais un demi-siècle après, Maskelyne par-

vint à constater, en Écosse, une altération de cinq à six secondes dans la direction naturelle de la pesanteur, et Hutton en déduisit le poids de la terre égal à $4\frac{1}{2}$ fois celui d'un pareil volume d'eau distillée à son *maximum* de densité. Toutefois, un tel procédé présente évidemment, outre la petitesse de la déviation, une source notable d'incertitude, dans l'impossibilité de connaître avec assez d'exactitude le poids de la montagne, qui ne peut être que grossièrement obtenu d'après son volume.

Quand Coulomb eut créé sa célèbre balance de torsion, destinée à la mesure précise des plus petites forces quelconques, Cavendish conçut la possibilité de déterminer beaucoup plus exactement la masse de la terre en la comparant, à l'aide de cet appareil, à des masses artificielles, susceptibles d'être parfaitement connues. C'est ainsi que, dans l'immortelle expérience qu'il imagina, il parvint à rendre sensible l'action de deux sphères de plomb sur un petit pendule horizontal, dont les oscillations, comparées à celles que produit la pesanteur, permettaient de déterminer mathématiquement, avec une précision remarquable, le rapport de la masse de ces sphères à celle de la terre. Par ce procédé bien plus parfait, Cavendish trouva la densité moyenne de notre globe égale à $5\frac{1}{2}$ fois celle de l'eau; d'où l'on peut déduire, si on le juge à propos, le vrai poids de la terre en kilogrammes ou en tonneaux.

Indépendamment de l'importance d'une telle détermination, pour faire connaître les masses et les densités effectives de tous les astres de notre monde, ce qui est peu utile en astronomie, où l'on n'a besoin que de leurs rapports, ce résultat présente la propriété essentielle de nous fournir, sur la constitution intérieure de notre globe, une première donnée générale, qui, fort incomplète sans doute, n'en est pas moins infiniment précieuse, en vertu de son incontestable positivité, qui peut déjà suffire à exclure plusieurs conjectures basardées. En effet, la densité moyenne de la terre étant, d'après cette mesure, très supérieure à la densité des couches qui composent sa surface, formée d'eau en si grande partie, il est indispensable que les couches deviennent, en général, de plus en plus denses, en se rapprochant du centre, sauf les irrégularités accidentelles, ce qui est d'ailleurs parfaitement en harmonie avec l'indication mathématique de la mécanique céleste à l'égard de toutes les planètes, comme nous le mentionnerons ci-après. Une conjecture quelconque sur la structure interne de la terre est donc désormais assujettie à cette indispensable condition, en sorte que celles qui n'y satisferaient

pas, en supposant vide par exemple l'intérieur du globe, seraient, par cela même, radicalement fausses. Mais, ce renseignement, le seul réel qui existe encore à cet égard, est malheureusement très imparfait ; car il ne donne évidemment aucun indice, même sur l'état physique des couches internes, qu'on pourrait supposer liquides et peut-être gazeuses, aussi bien que solides, sans que cette condition fût effectivement violée.

La seconde grande détermination statique que nous devions caractériser dans la mécanique céleste, concerne l'importante et difficile étude mathématique de la figure des astres, envisagée comme déduite de la théorie générale de leur équilibre, indépendamment d'aucune mesure géométrique.

Si la terre, ou toute autre planète, avait toujours été dans l'état de consistance que nous observons, la mécanique céleste n'aurait évidemment aucune base pour déterminer *à priori* sa figure, puisque l'équilibre d'un système solide est certainement compatible avec une forme extérieure quelconque. C'est pourquoi les géomètres, afin d'étudier la figure des astres d'après les règles générales de la statique, ont dû les supposer antérieurement fluides, du moins à la surface, ce qui ne permet plus l'équilibre qu'avec certaines formes spéciales. L'accord remarquable des principaux résultats de cette hypothèse indispensable avec l'ensemble des observations directes, a démontré ensuite la justesse d'une conjecture indiquée d'ailleurs, surtout envers la terre, par beaucoup d'autres phénomènes.

En considérant ainsi la question d'une manière générale, il est d'abord évident que, si les astres n'avaient aucun mouvement de rotation, la figure parfaitement sphérique conviendrait à l'équilibre de leurs molécules, puisque la pesanteur, dès lors constamment dirigée au centre, serait toujours perpendiculaire aux couches de niveau, pourvu qu'on les supposât homogènes, et que la densité variât seulement de l'une à l'autre, suivant une loi d'ailleurs arbitraire. Mais on conçoit aisément que la force centrifuge engendrée par la rotation doit nécessairement modifier cette forme primitive, en altérant plus ou moins soit la direction, soit l'intensité de la pesanteur proprement dite.

Sous le premier point de vue, qui est celui d'Huyghens, il est facile de constater que si la terre, par exemple, était exactement sphérique, la force centrifuge écarterait sensiblement le fil-à-plomb de la direction perpendiculaire à la surface. Cette déviation, nécessairement nulle

au pôle, où la force centrifuge n'existe pas, et à l'équateur, où elle agit suivant la même droite que la pesanteur, atteindrait son *maximum* vers quarante-cinq degrés de latitude, où elle devrait être d'environ six minutes, et, par conséquent, très appréciable. Ainsi, la droite décrite par les corps dans leur chute naturelle, c'est-à-dire celle suivant laquelle se dirige, en chaque lieu, la résultante de la gravité et de la force centrifuge, ne saurait être, conformément à toutes les observations et à la théorie générale de l'équilibre des fluides, exactement perpendiculaire à la surface, qu'autant que la planète cesse d'être une sphère parfaite, pour devenir un sphéroïde aplati aux pôles et renflé à l'équateur.

Il en est de même sous le point de vue de l'intensité, que Newton adopta. Deux colonnes fluides menées du centre de l'astre à son pôle et à son équateur, doivent nécessairement, pour l'égalité de leurs poids, avoir des longueurs inégales, puisque la gravité naturelle n'est nullement affaiblie dans la première par la force centrifuge, qui, au contraire, diminue diversement la pesanteur propre à chacun des points de la seconde. La comparaison des colonnes correspondantes à deux latitudes quelconques donnerait lieu évidemment à une remarque analogue, la différence y étant seulement moins prononcée. Les divers rayons de l'astre doivent donc augmenter graduellement depuis le pôle jusqu'à l'équateur, et rester seulement égaux entre eux à la même latitude, comme dans une surface de révolution.

Cette première vue du sujet explique donc, d'une manière aussi élémentaire que satisfaisante, et la forme presque sphérique de tous nos astres, et le léger aplatissement que chacun d'eux nous présente à ses pôles. Mais quand on veut aller au-delà de cet aperçu général, et déterminer mathématiquement la véritable figure, ainsi que la valeur exacte de l'aplatissement, la question devient tout-à-coup transcendante, et présente des obstacles qui ne sauraient jamais être entièrement surmontés.

La cause essentielle de ces hautes difficultés tient à ce que, par sa nature, le fond d'une telle recherche présente une sorte de cercle vicieux, qui ne comporte point d'issue parfaitement rationnelle. En effet, la théorie mathématique de l'équilibre des fluides exige évidemment que, pour former l'équation de la surface, on connaisse d'abord la vraie loi de la pesanteur dont ses diverses molécules sont animées. Or, d'un autre côté, cette loi ne saurait être exactement déterminée, d'après la théorie fondamentale de

la gravitation, qu'autant que la forme de l'astre, et même le mode de variation de la densité dans son intérieur, seraient préalablement donnés. Il est donc impossible, même en supposant l'astre homogène, d'obtenir une solution directe et complète qui indique avec une pleine certitude les formes propres à l'équilibre, en donnant une exclusion nécessaire à toutes les autres. On ne peut réellement qu'essayer si telle figure proposée remplit ou non les conditions fondamentales. Aussi les géomètres attachent-ils avec raison un très grand prix au beau théorème découvert par Maclaurin, qui est devenu le fondement nécessaire de toutes leurs recherches à ce sujet (1), en démontrant que l'ellipsoïde de révolution satisfait exactement aux conditions de l'équilibre. Ce point de départ, que Maclaurin avait établi seulement dans l'hypothèse de l'homogénéité, fut ensuite étendu par Clairaut au cas d'un astre composé de couches dont la densité varie arbitrairement, et qui ne serait même que partiellement fluide (2). La question a dès lors été réduite

(1) Le travail de Newton ne fit réellement que poser la question, puisqu'il y avait supposé, sans aucune démonstration, la figure elliptique des méridiens, ce qui réduisait dès lors la recherche à la mesure de l'aplatissement, extrêmement facile dans l'hypothèse d'homogénéité qu'il avait adoptée.

(2) M. Jacobi a fait tout récemment, pour le seul cas de l'homogé-

à la détermination du rapport des deux axes. Or, cette évaluation ne présente aucune difficulté en regardant l'astre comme homogène. Mais les mesures directes ayant toujours montré, à l'égard des diverses planètes, un aplatissement moindre que celui obtenu ainsi, cette hypothèse, directement reconnue fausse d'ailleurs envers la terre, comme nous l'avons vu plus haut, et évidemment invraisemblable en général, a dû être définitivement exclue. Dès ce moment, l'aplatissement a cessé de comporter une détermination directe et rigoureuse, puisque nous ignorons nécessairement la vraie loi suivant laquelle la densité croît de la surface au centre dans un astre quelconque, et qu'il serait strictement indispensable d'y avoir égard. Néanmoins, les travaux des géomètres, et surtout de Laplace, sur l'influence de diverses lois de la densité, ont fait connaître des limites très précieuses, souvent fort resserrées, entre lesquelles l'aplatissement doit inévitablement tomber. La plus générale et la plus usuelle consiste en ce que cet aplatissement est compris, de toute nécessité, pour un astre quelconque, entre les cinq quarts et la moitié du rapport de la force

néité, la découverte remarquable de la possibilité de l'équilibre avec un ellipsoïde à trois axes inégaux, dont le moindre est toujours nécessairement celui du pôle.

centrifuge à l'équateur à la gravité correspondante, puisque la première valeur aurait lieu si l'astre était homogène, et la seconde si la densité croissait avec une telle rapidité qu'elle devînt infinie au centre. C'est ainsi que l'aplatissement terrestre ne peut excéder un deux cent trentième, ni être moindre qu'un cinq cent soixante-dix-huitième; ce qui est parfaitement conforme aux mesures directes, que cette règle mathématique a plus d'une fois servi à contrôler.

Au reste, dans presque toutes les planètes, l'aplatissement exerce, comme nous l'indiquerons prochainement, une influence nécessaire et appréciable sur certains phénomènes de perturbation, ce qui fournit de nouveaux moyens indirects de le déterminer, en éludant la difficulté insurmontable que présente à cet égard la théorie de l'équilibre des astres.

L'ensemble de ces évaluations coïncide avec les mesures immédiates plus parfaitement qu'on n'avait lieu de l'espérer d'après les causes fondamentales d'incertitude inhérentes à une telle recherche. Le seul cas qui semble présenter une exception réelle, est celui de Mars, qui, suivant sa grandeur, sa masse, et la durée de sa rotation, ne devrait être guère plus aplati que la terre, et qui cependant le serait presque autant que Jupiter, si les observations d'Herschell sont parfaitement exactes.

Quoique l'équilibre soit compatible avec la figure ellipsoïdique, d'après le théorème de Maclaurin, la nature de cette question ne permet nullement d'assurer que cette forme doive être regardée comme exclusive. Aussi notre monde nous offre-t-il, dans les anneaux de Saturne, un exemple très prononcé d'une figure différente. Laplace a démontré qu'ils pouvaient être en équilibre, même à l'état fluide, en les supposant engendrés par la révolution d'une ellipse autour d'une droite extérieure, menée, parallèlement à son petit axe et dans son plan, par le centre de Saturne. L'équilibre subsisterait même encore avec l'inégalité de ces méridiens elliptiques, qui semble indiquée par les observations.

La plus utile conséquence finale de la théorie mathématique des formes planétaires, consiste dans l'importante relation qu'elle a naturellement établie entre la valeur des différens degrés terrestres et l'intensité de la pesanteur correspondante mesurée par la longueur du pendule à secondes aux diverses latitudes. Il en est résulté l'heureuse faculté de multiplier ainsi presqu'à volonté, de la manière la plus commode, nos renseignemens indirects sur la figure de notre globe, tandis que l'estimation géométrique des degrés est une opé-

ration longue et pénible, qui ne saurait être fréquemment répétée avec tout le soin qu'elle exige. Mais, en général, plus une mesure est indirecte, tout étant d'ailleurs égal, moins elle est certaine. Aussi, quelque précise que soit réellement cette ressource, il faut reconnaître, ce me semble, que les procédés géodésiques convenablement appliqués n'en continuent pas moins à mériter la préférence, à cause de la loi intérieure des densités terrestres, élément inconnu qui affecte nécessairement les indications fournies par les expériences du pendule pour la figure de la terre.

Un appendice naturel et intéressant de la théorie hydrostatique de la figure des planètes, consiste dans les conditions de la stabilité de l'équilibre des fluides qui recouvrent, en totalité ou en partie, la surface des astres. Laplace a établi à ce sujet un théorème général, aussi simple qu'important, qu'un premier aperçu semble d'ailleurs devoir indiquer d'avance. Il fait dépendre cette stabilité, quels que puissent être et le mode de répartition du fluide et la loi interne des densités, de la seule supériorité de la densité moyenne de l'astre sur celle du fluide; caractère si évidemment constaté, pour la terre, par la belle expérience de Cavendish. On pourrait aisément en faire le texte d'une cause finale, puisque la perpétuité des espèces terrestres exige clairement que l'équilibre des mers tende à se rétablir spontanément, après avoir été momentanément troublé d'une manière quelconque. Mais l'examen attentif du sujet fait aussitôt disparaître la finalité, en rendant sensible la nécessité d'un tel arrangement dans la formation primitive des planètes, la densité des couches ayant dû naturellement croître de la surface au centre, comme l'indique si nettement toute la théorie de la figure des astres.

La grande question des marées constitue la dernière recherche essentielle que je crois devoir classer parmi les études principales de la statique céleste. Sous le point de vue astronomique, le caractère statique de cette théorie se montre évidemment, puisque l'astre y est essentiellement envisagé comme immobile. Mais ce caractère n'est pas, au fond, moins réel sous le point de vue mathématique, en considérant le véritable esprit de la solution, où l'on ne s'occupe surtout que de la figure vers laquelle tend l'Océan par l'équilibre périodique des diverses forces qui le sollicitent, sans penser aux mouvemens que produisent les variations de cet équilibre. Enfin, cette étude fait naturellement suite à celle de la figure des astres.

Ce beau problème, indépendamment de son importance propre, présente un intérêt philosophique tout particulier, en établissant une transition naturelle et évidente de la physique du ciel à celle de la terre, par l'explication céleste d'un grand phénomène terrestre.

Descartes est réellement le premier philosophe qui ait tenté de fonder une théorie positive des marées, exclusivement rattachées jusque alors à des conceptions métaphysiques, dont Képler lui-même n'avait pas cru pouvoir se passer. Quoique l'explication proposée par Descartes soit, sans doute, entièrement inadmissible, c'est néanmoins à lui que nous devons l'observation fondamentale de l'harmonie constante entre la marche générale de ce phénomène et le mouvement de la lune, qui a certainement contribué à mettre Newton sur la voie de la vraie théorie. Il suffisait, en quelque sorte, d'être averti que la cause réelle de ce grand phénomène devait nécessairement se trouver dans le ciel, pour que la théorie de la gravitation dévoilât aussitôt son explication générale, tant elle en résulte naturellement.

L'inégale gravitation des diverses parties de l'Océan vers un quelconque des astres de notre monde, et particulièrement vers le soleil et la lune : tel est le principe, éminemment simple et lucide, d'après lequel Newton a ébauché la véritable théorie des marées, approfondie ensuite par Daniel