

complication inextricable, n'étant plus essentiellement réductible au seul problème des trois corps.

L'étude dynamique des modifications du mouvement elliptique des différens astres de notre monde, reproduit naturellement, et par les mêmes motifs, la distinction fondamentale que j'ai établie dans la vingt-troisième leçon, sous le point de vue géométrique, entre les trois cas généraux, inégalement difficiles, des planètes, des satellites et des comètes. En procédant avec toute la rigueur mathématique, il faudrait ici considérer sans doute un nouveau cas, celui du soleil, qui ne peut plus être regardé comme parfaitement immobile, en vertu de la réaction nécessaire que les planètes exercent sur lui. Les phénomènes intérieurs de notre monde ne comportent en effet d'autre point absolument fixe que le centre de gravité général de ce système, dont la position, d'après les lois abstraites du mouvement, demeure entièrement indépendante de toutes les actions mutuelles, quand même elles seraient beaucoup plus grandes. C'est, à vrai dire, ce centre de gravité qui constitue le foyer réel des mouvemens planétaires, et le soleil lui-même doit osciller continuellement autour de lui, dans des directions toujours variables suivant la situation des planètes. Mais, d'après la

grandeur et la masse du soleil comparées aux distances et aux masses de tous les autres corps du système, il est évident que ce point tombe toujours entre le centre du soleil et sa surface. Ce serait donc affecter vainement d'introduire dans la dynamique céleste une précision qu'elle ne saurait comporter par tant d'autres motifs bien plus puissans, que d'y vouloir tenir compte de ces oscillations solaires, dont aucune observation ne parviendra probablement jamais à constater l'existence. On doit donc continuer à traiter le soleil comme rigoureusement fixe, sauf sa rotation. La même considération ne semble pas d'abord devoir être aussi négligée dans les systèmes partiels formés par une planète et ses satellites, où la disproportion des masses est quelquefois beaucoup moindre. Mais les distances étant pareillement réduites, le résultat se trouve être essentiellement identique, même à l'égard du système de la terre et de la lune, qui offre la disposition la plus défavorable, et dont néanmoins le centre de gravité est toujours situé dans l'intérieur de la terre. Cette circonstance peut donc être entièrement écartée de l'étude des mouvemens de translation, qui n'en sauraient éprouver que des modifications imperceptibles. Ainsi, la mécanique céleste ne présente réellement, dans cette étude,



d'autres problèmes essentiels que ceux déjà traités, sous un autre point de vue, par la géométrie céleste.

Le problème des planètes est ici, comme là, le plus simple de tous, et par suite des mêmes caractères, la petitesse des excentricités et des inclinaisons de leurs orbites, qui doit évidemment simplifier autant les approximations dynamiques que les séries géométriques. Outre cette influence algébrique, il en résulte surtout une bien plus grande fixité des perturbations, puisque chaque astre, demeurant toujours ainsi dans les mêmes régions célestes, se trouve sans cesse dans les mêmes rapports mécaniques, quoique leur intensité varie nécessairement entre certaines limites. Le cas le moins avantageux de cette première classe est malheureusement celui de notre planète, à cause du lourd satellite qui l'escorte de si près, et auquel sont dues ses principales perturbations, ce qui ne l'empêche pas d'ailleurs d'être sensiblement troublée, en outre, à l'époque des oppositions, surtout par une masse aussi supérieure que celle de Jupiter. Aucune autre planète à satellites ne se trouve dans un ensemble de conditions aussi défavorables; car, le mouvement de Jupiter, par exemple, ne saurait être notablement dérangé par l'action de ses satellites, quoique proportionnellement plus voisins,

puisque la masse du plus considérable n'est pas tout-à-fait la dix-millième partie de la sienne, tandis que la masse lunaire est seulement soixante-huit fois moindre que celle de notre globe. Aussi la circulation de Jupiter n'est-elle sensiblement altérée que par l'influence de Saturne. Le cas le plus simple paraît toutefois devoir être celui d'Uranus, comme étant la dernière planète, en même temps qu'elle se trouve toujours extrêmement loin de celle qui la précède immédiatement : ses six satellites ne paraissent pas troubler beaucoup son mouvement.

Le problème des satellites est nécessairement plus compliqué que celui des planètes, à cause de la mobilité du foyer du mouvement principal, comme en géométrie céleste. Il en résulte que, même abstraction faite des perturbations qui lui sont propres, toutes celles qu'éprouve la planète correspondante viennent inévitablement se réfléchir sur lui. C'est ainsi, par exemple, que la petite accélération perpétuelle du moyen mouvement de la lune avait si long-temps vainement occupé les fondateurs de la mécanique céleste, qui la regardaient comme inexplicable, jusqu'à ce que Laplace eût démêlé sa véritable cause dans la légère variation à laquelle est assujettie l'excentricité de l'orbite terrestre. Quant aux perturba-



tions directes du mouvement des satellites, le problème général exige une distinction essentielle, suivant que la planète a un seul satellite, ou plusieurs. Dans le premier cas, qui n'existe que pour la lune, l'astre perturbateur est essentiellement le soleil, à cause de son inégale action sur la planète et sur son satellite. Il est clair, en effet, que si la terre et la lune gravitaient vers le soleil avec la même énergie et dans la même direction, cette action commune ne pourrait aucunement altérer le mouvement relatif de la lune en vertu de sa pesanteur terrestre. La différence de direction peut être presque négligée, mais non celle d'intensité. Il en résulte une force perturbatrice, dont la loi doit être naturellement analogue à celle considérée dans la leçon précédente au sujet des marées, en raison directe de la masse du soleil et inverse du cube de sa distance à la terre. Elle est ainsi seulement cent quatre-vingts fois plus petite que l'action de la terre sur la lune, et, par conséquent, elle doit fortement altérer le mouvement principal. C'est par là, entre autres, que les géomètres ont exactement expliqué ces grands dérangemens connus dès l'origine de l'astronomie, la révolution rétrograde des nœuds de l'orbite lunaire en dix-neuf ans environ, et celle, encore plus rapide, de son périégée en un peu moins de neuf ans.

Il en est de même des inégalités moins prononcées, qui ne sauraient être énumérées ici. Il faut considérer, en outre, que la force perturbatrice variant alors, d'après la distance, bien plus rapidement que pour les planètes, le déplacement de la terre, même en s'y bornant au mouvement elliptique, change sensiblement l'intensité de cette force, ce qui introduit une complication nouvelle dans la théorie lunaire. Cependant, si cette théorie est justement réputée plus difficile que celle d'aucun autre satellite, cela tient surtout à ce que sa précision nous importe bien davantage, en même temps que les observations manifesteront beaucoup mieux son imperfection. Car, d'ailleurs, sous le point de vue mathématique, il y a réellement une complication bien supérieure dans le cas de la pluralité des satellites, qui nous reste maintenant à signaler. Alors, en effet, toutes les considérations propres au cas précédent se reproduisent nécessairement, à l'égard du mouvement de chaque satellite, quoique leur influence puisse être réellement moindre. De plus, il faut tenir compte de l'action encore plus embarrassante, et pourtant aussi essentielle au moins, des divers satellites les uns sur les autres. Les complications hypothétiques indiquées ci-dessus envers les planètes d'un autre monde, se trouvent ici pleinement réalisées.



par l'extrême rapprochement et l'inégalité peu prononcée de ces différentes masses, qui peuvent être au nombre de six ou sept à traiter simultanément. Cette difficulté fondamentale se trouve, il est vrai, un peu compensée par la prépondérance de l'action de la planète, beaucoup plus prononcée que dans le cas précédent, et qui doit rendre les perturbations mutuelles des satellites bien moins considérables. Mais les obstacles inhérens à cette recherche n'en sont pas moins tels que jusqu'ici la mécanique céleste n'a réellement établi à cet égard que la théorie des satellites de Jupiter, au sujet desquels Laplace a découvert deux propriétés remarquables que présentent constamment, malgré toutes leurs perturbations, les positions et les vitesses de trois d'entre eux. Les tables des satellites de Saturne et d'Uranus ne sont encore construites que sous le point de vue géométrique, sans qu'on ait même aucune valeur approchée de leurs masses. Il faut reconnaître, toutefois, que nous n'avons heureusement aucun besoin de rendre leur étude aussi parfaite que celle de la lune, leur office pratique à l'égard de la détermination des longitudes pouvant être aisément suppléé. On conçoit d'ailleurs que notre grand éloignement de ces mondes secondaires nous permet de représenter suffisamment leur observation par

une théorie bien plus grossière que ne doit l'être celle relative à un astre aussi rapproché que la lune, dont les moindres irrégularités nous deviennent nécessairement très appréciables. Quoique la mécanique céleste ait quelquefois réellement devancé l'exploration directe envers certains petits phénomènes peu importans, il ne faut point, ce me semble, que de tels exemples nous conduisent à exagérer notre ambition spéculative, qui doit sans doute se réduire, en général, à porter dans nos explications un degré de précision correspondant à celui des observations effectives. Un tel rôle est certainement assez élevé et assez difficile, pour provoquer le plus complet développement de nos forces intellectuelles : le reste serait, même en astronomie, essentiellement illusoire.

Quelles que soient les difficultés fondamentales de la théorie dynamique des satellites, les circonstances caractéristiques propres au problème des comètes doivent le rendre encore plus compliqué. Il est clair, en effet, que, par suite de l'extrême allongement et de l'inclinaison en tous sens de leurs orbites, ces astres se trouvent, pendant leur révolution autour du soleil, dans des rapports mécaniques continuellement variables, à cause des différens corps près desquels ils viennent successivement à passer ; tandis que les planètes,



et même les satellites, ont toujours au contraire les mêmes relations, dont l'intensité seule varie. Les comètes s'éloignent ainsi à tel point du soleil, et se rapprochent tellement des diverses planètes, que la force perturbatrice peut devenir presque égale à la gravitation principale, dont elle n'est jamais, en tout autre cas, qu'une fraction très médiocre : il ne serait nullement impossible que cet effet devînt assez prononcé pour dénaturer entièrement le mouvement de la comète, et la convertir en un satellite, lorsqu'elle arrive dans le voisinage d'une planète considérable, comme Jupiter, Saturne, ou même Uranus. En restant dans les cas ordinaires, il faut noter, en outre, que la masse extrêmement petite de toutes les comètes rend nécessairement leurs diverses perturbations beaucoup plus prononcées qu'elles ne le seraient pour des masses supérieures qui circuleraient de la même manière : sans compter que leur poids éprouve probablement quelques variations, impossibles à apprécier, par l'absorption que peuvent exercer d'autres corps très voisins sur une partie de leur atmosphère, quand celle-ci est très étendue; absorption qui, très petite sans doute en elle-même, devient peut-être fort sensible à la longue, puisqu'elle doit naturellement se reproduire à chaque révolution. Telles sont les conditions principales

qui produisent nécessairement l'extrême imperfection de la théorie des perturbations cométaires, indépendamment des inconvénients algébriques qui résultent directement de la grandeur des excentricités et des inclinaisons pour compliquer les séries qui s'y rapportent, de même qu'en géométrie céleste. Voilà surtout ce qui rend si difficile et souvent si incertaine la prévision exacte du retour de ces petits astres, qui, lorsque nous croyons, après de longs et pénibles travaux, avoir suffisamment calculé toutes leurs modifications possibles, éprouvent quelquefois, par suite d'une circonstance oubliée, une forte perturbation susceptible de changer complètement leurs périodes: comme la comète de 1770, calculée par Lexell, en a offert un mémorable exemple, cet astre, dont la révolution était alors de moins de six ans, n'ayant pas reparu une seule fois depuis, à cause du grand dérangement qu'il a subi en passant très près de Jupiter. Il faut reconnaître, toutefois, que les mêmes caractères en vertu desquels l'étude des comètes est si imparfaite, font aussi qu'elle ne saurait avoir pour nous une grande importance réelle. Car, l'extrême variation de leurs distances ne leur permettrait d'exercer sur les autres astres de notre monde qu'une action presque instantanée, que leur peu de poids doit



d'ailleurs rendre entièrement insensible, même sur d'aussi petits corps que les satellites. Le passage de la comète de 1770 entre les satellites de Jupiter, vérifia d'une manière frappante cette loi nécessaire, puisque leurs tables, calculées d'avance sans penser à cet événement inattendu, n'en continuèrent pas moins à se trouver encore parfaitement conformes aux observations directes, ce qui prouve clairement que leurs mouvemens n'avaient pas été sensiblement dérangés. Les craintes puériles qui ont remplacé les terreurs religieuses inspirées par les comètes avant que nous les eussions ramenées à des théories positives, ne sauraient donc avoir aucun fondement réel. Quant à leur choc contre la terre, il est évidemment presque impossible, et, néanmoins, c'est seulement ainsi que leur influence deviendrait sensible. Leur voisinage, même extrême, ne pourrait avoir d'autre effet que d'augmenter un peu la hauteur de la marée correspondante. Or, même sous ce rapport, on voit clairement que, si une comète venait à passer deux ou trois fois plus près de nous que la lune, ce qui est fort loin d'être possible à l'égard d'aucune comète connue, une masse aussi minime ne produirait, dans nos marées, qu'un accroissement imperceptible. L'inévitable imperfection d'une telle théorie est donc,

en réalité, peu regrettable, si ce n'est sous un point de vue indirect qui sera indiqué plus bas.

Considérons maintenant la seconde classe principale des perturbations, celles relatives aux rotations, dont l'étude présenterait, par sa nature, des difficultés d'un ordre encore plus élevé, si sa précision avait en général autant d'importance, et si quelques circonstances favorables ne la simplifiaient beaucoup, dans le seul cas vraiment essentiel à bien analyser.

Les ellipsoïdes célestes ont dû nécessairement sinon commencer, ce qui serait fort invraisemblable, du moins finir, au bout d'un temps plus ou moins long, par tourner autour d'un de leurs trois axes dynamiques principaux, et même de celui à l'égard duquel la rotation a le plus de stabilité, c'est-à-dire de leur moindre diamètre. Car, d'après la théorie de la figure des astres, c'est leur rotation même qui a produit, comme nous l'avons vu, leur écartement de la forme parfaitement sphérique, et qui l'a naturellement déterminé dans ce sens le plus favorable à la stabilité. Ainsi, sous ce rapport fondamental, comme sous tant d'autres, l'ordre s'est établi spontanément dans notre monde. Du reste, la stabilité de la rotation d'un astre, quant à ses pôles et quant à sa durée, est évidemment si indispensable à l'existence des



corps vivans à sa surface, que l'on pourrait, *a priori*, garantir cette stabilité, du moins pour la terre et pour tous les astres habités, à partir de l'époque où la vie y est devenue possible. Mais, si la rotation de chaque corps céleste, envisagé comme isolé, est naturellement stable, la gravitation de ses diverses parties vers le reste de notre monde lui fait éprouver, non moins nécessairement, certaines modifications secondaires, qui ne peuvent porter que sur la direction absolue de son axe dans l'espace. Ces modifications n'importent réellement à connaître qu'envers la terre; car, fussent-elles extrêmement prononcées à l'égard des autres astres, il n'en saurait évidemment résulter pour nous aucune action appréciable, ni même, suivant la remarque ci-dessus indiquée, aucun intérêt sympathique.

D'après les lois fondamentales du mouvement, la rotation d'un corps quelconque autour de son centre de gravité s'exécute nécessairement de la même manière que si ce centre était fixe dans l'espace. Ainsi, non-seulement l'action mutuelle des molécules d'un astre ne saurait nullement influer sur sa rotation, due à une impulsion primitive; mais aucune force accélératrice extérieure, quelque grande qu'on la suppose, ne peut davantage la troubler, quand sa direction passe

exactement par le centre de gravité de l'astre. Or, si les corps célestes étaient parfaitement sphériques, en les supposant d'ailleurs, comme il est très naturel, composés de couches concentriques homogènes dont la densité varierait arbitrairement de l'une à l'autre, on sait que la résultante totale de la gravitation mutuelle de toutes leurs molécules devrait passer rigoureusement par leurs centres de gravité. Les astres de notre monde ne peuvent donc altérer mutuellement leurs rotations propres, qu'en vertu du léger défaut de sphéricité produit par ces rotations elles-mêmes. On voit par là que cette même nécessité qui assure la stabilité essentielle des rotations célestes, relativement à leur durées et à leurs pôles, détermine aussi, envisagée sous un autre point de vue, l'altération inévitable du parallélisme de leurs axes.

A l'égard de la terre, cette altération consiste, comme nous l'avons déjà constaté sous le rapport géométrique, dans la précession des équinoxes, modifiée par la nutation. Elles résultent de l'action des différens astres de notre monde, et surtout du soleil et de la lune, sur notre renflement équatorial, suivant la belle théorie mathématique créée par D'Alembert. La méthode des couples (1)

(1) Dans le premier volume de cet ouvrage, j'avais indiqué, il y a