

vement curviligne des projectiles, abstraction faite de la résistance de l'air. Les tentatives fréquemment renouvelées depuis par les géomètres pour y tenir compte de cette résistance, n'ont pas eu encore un résultat physique satisfaisant. Toutefois, il importe de noter ici combien, dans ces travaux, on s'est strictement conformé à l'esprit de la saine théorie des hypothèses, en se bornant à faire une supposition sur la loi mathématique de la résistance du milieu, relativement à la vitesse, dans l'impossibilité où l'on se trouve encore, et où l'on sera peut-être toujours, de découvrir rationnellement cette loi, par les seuls principes de l'hydrodynamique, dont une telle recherche constitue le problème le plus difficile. Une semblable supposition est, en effet, éminemment susceptible, par sa nature, d'une épreuve expérimentale qui ne saurait laisser aucune incertitude; et c'est ainsi qu'on a successivement reconnu l'imperfection de toutes les hypothèses jusqu'ici proposées à cet égard, depuis Newton, à qui l'on doit la première et la plus usuelle d'entre elles. La construction rationnelle de ces conjectures présente en elle-même de grandes difficultés, pour concilier ces deux conditions qui semblent contradictoires, et qui sont néanmoins également indispensables : faire toujours décroître la résis-

---

## VINGT-NEUVIÈME LEÇON.

---

Considérations générales sur la barologie.

Nous savons déjà, d'après le discours précédent, que cette étude fondamentale constitue réellement aujourd'hui, vu la généralité et la simplicité de ses phénomènes, la seule partie de la physique dont le caractère de positivité soit parfaitement pur, c'est-à-dire irrévocablement dégagé de tout alliage métaphysique, direct ou indirect. Ainsi, indépendamment de la haute importance propre aux lois effectives qui la composent, cette première branche présente à tout esprit philosophique un puissant attrait spécial, comme offrant le modèle le plus parfait (quoique inférieur, sans doute, au type astronomique) et en même temps le plus immédiat et le plus complet, de la méthode fondamentale convenable aux recherches physiques, envisagée sous tous les rapports généraux qui la caractérisent, savoir : la netteté des observations, la bonne institution des expériences, la saine construction et l'usage rationnel des hy-



pothèses, et enfin l'application judicieuse de l'analyse mathématique. A ces divers titres, une étude approfondie de la barologie offre à tout physicien rationnel un moyen d'éducation extrêmement précieux, à quelque section de la physique qu'il doive consacrer spécialement ses travaux, et quand même elle n'aurait, s'il est possible, aucune relation directe avec la science de la pesanteur. Malgré tous ces puissans motifs, le véritable esprit philosophique est encore tellement peu développé, que la théorie complète de la pesanteur n'existe aujourd'hui nulle part, convenablement coordonnée : on en trouve seulement les fragmens dispersés çà et là, dans les traités de mécanique rationnelle ou dans ceux de physique, et jamais combinés ; en sorte que, sous le simple rapport de l'instruction scientifique ordinaire, il y aurait déjà un grand avantage à les réunir rationnellement, pour la première fois, en un seul corps de doctrine homogène et continu.

Pour effectuer nettement l'examen philosophique de la barologie il est indispensable de la diviser suivant qu'elle envisage les effets statiques ou les effets dynamiques produits par la gravité. Chacune de ces deux sections principales doit ensuite être subdivisée en trois portions, d'après les modifications importantes que présente le phéno-

mène, statique ou dynamique, selon l'état solide, liquide, ou gazeux du corps considéré. Telle est la distribution rationnelle, directement indiquée par la nature du sujet, et d'ailleurs essentiellement conforme au développement historique de la barologie.

Examinons d'abord sommairement l'ensemble de la partie statique.

On n'a point, à cet égard, assez remarqué, ce me semble, que les premières notions élémentaires ayant un vrai caractère scientifique, au moins en ce qui concerne les solides, remontent véritablement jusqu'à Archimède. C'est par lui néanmoins que la barologie positive a réellement commencé ; et ses travaux à ce sujet ont un caractère bien distinct de celui que présentent ses sublimes recherches de mathématique pure. Il établit nettement, le premier, en généralisant l'observation vulgaire, que l'effort statique produit dans un corps par la pesanteur, c'est-à-dire son *poids*, est entièrement indépendant de la forme de la surface, et dépend seulement du volume, tant que la nature et la constitution du corps ne sont pas changées. Quelque simple que doive nous paraître aujourd'hui une telle notion, elle n'en constitue pas moins le véritable germe primitif d'une proposition capitale de philosophie



naturelle, qui n'a reçu que vers la fin du siècle dernier son complément général et définitif, savoir : que le poids d'un corps est non-seulement tout-à-fait indépendant de sa forme, et même de ses dimensions, mais encore du mode d'agrégation de ses particules, et des variations quelconques qui peuvent survenir dans leur composition intime, même par les diverses opérations vitales, en un mot, comme je l'ai indiqué dans la vingt-quatrième leçon, que cette qualité fondamentale devrait sembler absolument inaltérable, si elle n'était évidemment modifiée par la distance du corps au centre de la terre, seule condition réelle de son intensité. Archimède ne pouvait, sans doute, apprécier exactement, à cet égard, que la simple influence des circonstances purement géométriques. Or, sous ce rapport élémentaire, son travail fut vraiment complet. Car, après un tel point de départ, non-seulement il reconnut que, dans les masses homogènes, les poids sont constamment proportionnels aux volumes; mais encore il découvrit le meilleur moyen général, dont les physiciens feront indéfiniment usage, pour mesurer, en chaque corps solide, d'après son célèbre principe d'hydrostatique, ce coefficient spécifique qui permet, suivant cette loi, d'évaluer, l'un par l'autre, le poids et le vo-

lume du corps. Enfin, nous devons aussi à Archimède, comme on sait, la notion fondamentale du centre de gravité, ainsi que les premiers développemens de la théorie géométrique correspondante. Or, par cette seule notion, tous les problèmes relatifs à l'équilibre des solides pesans, rentrent immédiatement dans le domaine de la mécanique rationnelle. Ainsi, en exceptant uniquement l'importante relation des poids aux masses, qui n'a pu être exactement connue que des modernes, on voit que, sous tous les rapports essentiels, Archimède doit être regardé comme le vrai fondateur de la barologie statique, en ce qui concerne les solides. Toutefois, la rigueur historique obligerait aussi à distinguer une autre notion capitale, qui n'était pas encore bien nette à l'époque d'Archimède, quoiqu'elle le soit devenue peu de temps après : celle de la loi relative à la direction de la pesanteur, que l'homme a dû spontanément supposer d'abord constante, et que l'école d'Alexandrie a enfin reconnu devoir varier d'un lieu à un autre, en suivant toujours la normale à la surface du globe terrestre; cette découverte essentielle est évidemment due à l'astronomie, qui seule offrait des termes de comparaison propres à manifester et à mesurer la divergence des verticales.



Quant à l'équilibre des liquides pesans, on ne peut pas dire que les anciens en aient eu réellement aucune idée juste. Car, le beau principe d'Archimède ne concernait, au fond, que l'équilibre des solides soutenus par des liquides, comme le rappelle si bien le titre même de son traité à ce sujet, qui, d'ailleurs, après un tel point de départ, ne se composait plus que d'une admirable suite de recherches purement géométriques, sur les situations d'équilibre propres aux différentes formes rigoureuses des corps. En outre, ce principe lui-même, produit immédiat d'un seul trait du génie d'Archimède, ne résultait point, comme aujourd'hui, d'une analyse exacte des diverses pressions du liquide contre les parois du vase, conduisant à évaluer la poussée totale que le fluide exerce pour soulever le solide plongé. On doit donc envisager la théorie de l'équilibre des liquides pesans comme réellement due aux modernes.

En considérant sommairement ici l'ensemble de cette théorie, il serait peu logique de discuter de nouveau, comme on le fait souvent, les principes généraux de l'hydrostatique rationnelle, qui forment un système parfaitement distinct, préalablement examiné dans le volume précédent : il ne peut être maintenant question que de leur

application effective au cas actuel, et les notions physiques relatives à cette application doivent être la seule base des subdivisions à établir, ce qui, au contraire, ne conviendrait point en mécanique abstraite.

Toutefois, il appartient réellement à la physique d'examiner ici, avant tout, si la définition générale des liquides, sur laquelle repose l'hydrostatique mathématique, est suffisamment admissible. Or, les physiciens ont aisément reconnu que, ni le caractère général de la fluidité mathématique, consistant dans la parfaite indépendance des molécules, ni la rigoureuse incompressibilité par laquelle les géomètres spécifient l'état liquide, ne sont, et même ne sauraient être exactement vrais. L'adhérence mutuelle des molécules fluides se fait sentir dans une foule de phénomènes secondaires, et ses principaux résultats constituent, en effet, aujourd'hui une intéressante subdivision de la physique, complément naturel de notre étude actuelle, comme je l'indiquerai tout à l'heure. Quant à la compressibilité des liquides, on sait que, long-temps niée, quoique divers phénomènes, et surtout la transmission du son à travers l'eau, l'indiquassent avec une grande vraisemblance, elle a été enfin mise directement en évidence, par les expériences incontestables



de plusieurs physiciens contemporains. Cependant, les plus fortes charges observées n'ont jamais pu produire qu'une très faible contraction, et nous ignorons encore complètement quelle loi réelle suit un tel phénomène en faisant varier la pression : ce qui empêche jusqu'ici d'avoir égard à cette condensation dans la théorie de l'équilibre des liquides naturels. Mais la petitesse même d'un semblable effet permet heureusement de le négliger dans presque tous les cas réels ; et il en est ainsi de l'imparfaite fluidité, pourvu que la masse ait une certaine étendue. Néanmoins, il était indispensable de signaler ici ces deux considérations préliminaires et générales, dont l'étude est jusqu'à présent peu avancée.

En les écartant maintenant, nous devons distinguer l'équilibre effectif des liquides pesans, selon qu'il s'agit d'une masse assez limitée pour que les verticales puissent être regardées comme parallèles, ainsi qu'il arrive le plus souvent ; ou, au contraire, d'une masse très étendue, telle que la mer surtout, envers laquelle il est nécessaire de tenir compte de la direction variable de la gravité.

Le premier cas a dû être naturellement le seul considéré d'abord ; c'est à lui, en effet, que se rapportèrent exclusivement les travaux de Stevin,

par lesquels commença la véritable analyse de l'équilibre des liquides pesans. Dans un tel problème, la forme de la surface d'équilibre ne présentait évidemment aucune difficulté ; et tous les efforts devaient se concentrer sur la détermination des pressions exercées par le liquide, en vertu de son poids, contre les parois du vase qui le renferme. Guidé par le principe d'Archimède, Stevin établit complètement la règle de leur évaluation, en prouvant d'abord que la pression sur une paroi horizontale est toujours égale, quelle que soit la forme du vase, au poids de la colonne liquide de même base qui aboutirait à la surface d'équilibre ; et il ramena ensuite à ce cas fondamental celui d'une paroi plane inclinée d'une manière quelconque, en la décomposant en élémens horizontaux, comme nous le faisons aujourd'hui par nos intégrations ; ce qui fit voir, en général, que la pression équivaut constamment au poids d'une colonne liquide verticale qui aurait pour base la paroi considérée, et pour hauteur celle de la surface d'équilibre au-dessus du centre de gravité de cette paroi. D'après cela, l'analyse infinitésimale permet de calculer aisément la pression exercée contre une portion, définie arbitrairement, d'une surface courbe quelconque. La plus intéressante conséquence physique qui en résulte,



consiste dans l'évaluation de la pression totale supportée par l'ensemble du vase, et que l'on trouve toujours nécessairement équivalente au poids du liquide contenu, comme il est aisé de l'expliquer, en considérant l'équilibre mutuel des composantes horizontales dues aux pressions élémentaires opposées. C'est ainsi qu'a pu être complètement résolu le fameux paradoxe de Stévin, relatif au cas où le liquide exerçait sur le fond du vase une pression très supérieure à son propre poids, ce qui n'avait semblé contradictoire qu'en vertu de la confusion vicieuse que l'on établissait, par inadvertance, entre la pression supportée par le fond et la pression totale, sans tenir compte des pressions latérales, qui pouvaient tendre, et tendaient en effet, dans le cas paradoxal, à soulever le vase, et à contre-balancer ainsi partiellement la pression sur le fond, en sorte que la différence des deux efforts était réellement toujours égale au poids du liquide. Ici, les expériences instituées par divers physiciens, n'ont eu d'autre utilité que de vérifier ces importantes notions d'une manière aisément appréciable par les esprits étrangers aux études mathématiques; elles n'eurent aucune part effective aux découvertes.

Cette mesure générale des pressions conduit aussitôt à la théorie complète de l'équilibre des

corps flottans, qui n'en est qu'une simple application. Car, en regardant la partie plongée du solide comme une paroi, on aperçoit sur-le-champ que la poussée totale du liquide pour soulever ce corps équivaut à une force verticale égale au poids du fluide déplacé, et appliquée au centre de gravité de cette portion immergée. Or, cette règle, qui n'est autre que le principe même d'Archimède, ainsi rattaché aux fondemens généraux de l'hydrostatique, réduit immédiatement la recherche des situations d'équilibre propres aux divers corps homogènes, flottans sur des liquides homogènes, à ce simple problème géométrique, si bien traité par Archimède : dans un corps de forme connue, mener un plan qui le coupe en deux segmens dont les centres de gravité soient situés sur une même droite perpendiculaire au plan sécant, leurs volumes étant d'ailleurs en raison donnée; ce qui ne peut présenter que des difficultés de détail, quelquefois très grandes. La seule recherche vraiment délicate à ce sujet concerne les conditions de la stabilité de cet équilibre, et l'analyse exacte des oscillations du corps flottant autour de sa situation stable, ce qui constitue une des applications les plus compliquées de la dynamique des solides. En se bornant aux oscillations verticales du centre de gra-



tivité, l'étude serait facile, parce qu'on apprécie aisément la manière dont la poussée augmente quand le corps s'enfonce, ou diminue lorsqu'il s'élève, en tendant toujours au rétablissement de l'état primitif. Mais il n'en est plus ainsi des oscillations relatives à la rotation, soit quant au roulis ou au tangage, dont la théorie aurait cependant beaucoup plus d'intérêt pour l'art naval. Ici, les travaux des géomètres, qui ne peuvent aborder les hautes difficultés mathématiques du problème qu'en faisant abstraction de la résistance et de l'agitation du liquide, deviennent essentiellement de purs exercices mathématiques, d'ailleurs quelquefois ingénieux, qui ne sauraient réellement fournir à la pratique aucune indication précise, lorsqu'on veut aller au-delà d'une simple analyse générale du phénomène, indépendante du calcul. On en peut dire presque autant des expériences tentées à ce sujet par divers physiciens, sur la demande de quelques géomètres.

Considérant maintenant l'équilibre des grandes masses liquides qui composent la majeure partie de la surface terrestre, il est d'abord évident que cette question se rattache immédiatement à la théorie générale de la figure des planètes, caractérisée dans la vingt-cinquième leçon. Mais, en regardant la forme de la surface d'équilibre comme

suffisamment connue, et la supposant même sphérique, pour plus de simplicité, l'analyse réelle du problème présente encore des difficultés qui ne peuvent être exactement surmontées. Car, l'hydrostatique rationnelle enseigne ici que l'équilibre ne serait possible qu'en supposant la même densité à tous les points également distans du centre de la terre, ce qui, évidemment, ne saurait avoir lieu, en vertu de leurs températures nécessairement inégales, par la seule diversité de leurs positions. Cette impossibilité mathématique d'un équilibre rigoureux ferait, dès lors, consister la question dans l'étude, rationnellement inextricable, des divers courans, qui se compliqueraient même de la loi inconnue des températures propres aux différentes parties de la masse. On doit remarquer, de plus, que la nature d'une telle recherche exigerait sans doute qu'on y eût aussi égard à la compressibilité des liquides, dont la loi est jusqu'ici entièrement ignorée, et qui, néanmoins, ne saurait être insensible pour les couches océaniques un peu profondes, vu l'immense pression qu'elles supportent. Il est donc peu étonnant qu'un problème tellement compliqué ne comporte encore aucune solution rationnelle, et que nos seules connaissances réelles à ce sujet soient le résultat d'études purement empiriques. Ces études, qui