

duo ad duo, tria ad tria, quatuor ad quatuor ac deinceps si persequar quis finis erit, cum ipsum numeri finis nullus sit? Namque ista vis numero inest, ut omnis dictus finitus sit, non dictus autem infinitus. Et quod æqualibus evenit, hoc etiam inæqualibus evenire potes animadvertere, sive complicatis, sive sesquatis, sive connumeratis, sive dinumeratis. Si enim unum ad duo constituas, et in ea multiplicatione permanere velis, dicendo unum ad tria, unum ad quatuor, unum ad quinque et deinceps, non erit finis, sive sola dupla, ut unum ad duo, duo ad quatuor, quatuor ad octo, octo ad sedecim et deinde, hic quoque nullus est finis: ita et tripla sola et quadrupla sola et quidquid horum tentare volueris in infinitum progrediuntur. Ita etiam sesquati: nam duo ad tria, tria ad quatuor, quatuor ad quinque cum dicimus, vides nihil prohibere cætera persequi, nullo resistente fine; sive isto modo velis in eodem genere perseverans, ut duo ad tria, quatuor ad sex, sex ad novem, octo ad duodecim, decem ad quindecim et deinceps, sive in hoc genere, sive in cæteris, nullus finis occurrit. Quid opus est de dinumeratis jam dicere, cum ex iis quæ jam dicta sunt quivis intelligere possit, in iis quoque gradatim surgentibus nullum esse finem? an tibi non videtur?

XIX. D. Quid hoc vero verius dici potest? Sed jam illam rationem, quæ istam infinitatem revocat ad certum modum formamque præscribit, quam excedere non oporteat, avidissime cognoscere expecto. M. Hanc quoque ut alia temetipsum nosse cognosces, cum me interrogante vera responderis. Nam primo abs te quæro, quoniam de numerosis motibus agimus, utrum ipsos debeamus consulere numeros, ut quas nobis leges certas fixasque monstraverint, eas in illis motibus animadvertendas observandasque judicemus. D. Placet vero: non enim quidquam ordinatius fieri posse arbitror. M. Ergo ab ipso, si videtur,

principio numerorum capiamus considerationis hujus exordium, et videamus quantum pro viribus mentis nostræ talia valemus intueri, quænam sit ratio, ut quamvis per infinitum, ut dictum est, numerus progrediatur, articulos quosdam homines in numerando fecerint, a quibus ad unum rursus redeant, quod est principium numerorum. In numerando enim progredimur ab uno usque ad decem, atque inde ad unum revertimur: at si denariam complicationem persequi velis, ut hoc modo progrediaris, decem, viginti, triginta, quadraginta, usque ad centum est progressio; si centenariam, centum, ducenta, trecenta, quadringenta, in mille est articulus a quo redeatur: quid jam est opus ultra quærere? Vides certe quos articulos dicam, quorum prima regula denario numero præscribitur. Nam ut decem, decies habent unum: ita centum, decies habent eosdem decem; et mille, decies habent centum; et ita deinceps quousque libitum est progredi, ibit in hujusmodi quasi articulis, quod in denario numero præfinitum est: an aliquid horum non intelligis? D. Manifestissima sunt omnia, et verissima.

CAPUT XII.

Cur ab uno ad decem progressus, et inde ad unum reditus in numerando fiat.

XX. M. Hoc ergo quantum diligenter possumus perscrutemur, quænam sit ratio ut ab uno usque ad decem progressus, et inde rursus ad unum reditus fiat. Unde abs te quæro, utrum quod vocamus principium, possit omnino nisi alicujus esse principium. D. Nullo modo potest. M. Item

quod dicimus finem, potest-ne nisi alicujus rei finis esse?
D. Etiam id non potest. **M.** Quid, a principio ad finem num putas perveniri posse, nisi per aliquod medium?
D. Non puto. **M.** Ergo ut totum aliquid sit, principio et medio et fine constat. **D.** Ita videtur. **M.** Dic itaque nunc principium, medium, et finis, quo numero tibi contineri videantur. **D.** Arbitror ternarium numerum te velle ut respondeam: tria enim quædam sunt, de quibus quæris. **M.** Recte arbitraris. Quare in ternario numero quamdam esse perfectionem vides, quia totus est: habet enim principium, medium et finem. **D.** Video plane. **M.** Quid, illud nonne ab ineunte pueritia didicimus, omnem numerum aut parem esse, aut impar? **D.** Verum dicis. **M.** Recordare ergo et dic mihi, quem soleamus dicere parem, quem impar numerum. **D.** Ille qui potest in duas partes æquales dividi, par; qui autem non potest, impar vocatur.

XXI. **M.** Rem tenes. Cum igitur ternarius primus sit totus impar, et principio enim, et medio, et fine constat, ut dictum est, nonne oportet etiam parem esse totum atque perfectum, ut in eo etiam principium, medium, finisque inveniatur? **D.** Oportet sane. **M.** At iste quisquis est, non potest habere individuum medium sicut impar: si enim haberet, non posset in duas æquales partes dividi, quod esse proprium paris numeri diximus. Individuum autem medium est unum, dividuum duo. Medium autem est in numeris, a quo ambo latera sibimet sunt æqualia. An aliquid obscure dictum est, minusque assequeris? **D.** Imo mihi et hæc manifesta sunt, et dum quæro totum numerum parem, quaternarius primus occurrit. Nam in duobus quomodo possunt tria illa inveniri, per quæ totus est numerus, id est principium, medium et finis? **M.** Id ipsum omnino abs te responsum est quod volebam, et et quod ipsa ratio cogit fateri. Repete itaque ab ipso uno

tractationem, atque considera, videbis profecto ideo unum non habere medium et finem, quia tantum principium est; vel ideo esse principium, quia medio et fine caret. **D.** Manifestum est. **M.** Quid ergo dicemus de duobus? Num possumus in eis intelligere principium et medium, cum medium esse non possit, nisi ubi finis est: aut principium et finem, cum ad finem nisi per medium non queat perveniri? **D.** Urget ratio confiteri; et quid de hoc numero respondeam, prorsus incertus sum. **M.** Vide ne iste quoque numerus possit principium esse numerorum. Nam si medio caret et fine, quod, ut dixisti, cogit ratio confiteri, quid restat, nisi ut sit hoc quoque principium? An dubitas duo principia constituere? **D.** Vehementer dubito. **M.** Bene faceres, si ex adverso sibi constituerentur duo principia: nunc autem hoc alterum principium de illo primo est, ut illud a nullo sit, hoc vero ab illo: unum enim et unum duo sunt, et principia ita sunt ambo, ut omnes numeri quidem ab uno sint; sed quia per complicationem atque adjunctionem quamdam fiunt, origo autem complicationis et adjunctionis duali numero recte tribuitur, fit ut illud primum principium a quo numeri omnes, hoc autem alterum per quod numeri omnes, esse inveniatur: nisi quid habes adversum ista quod differas. **D.** Ego vero nihil, et sine admiratione ista non cogito, quamvis ea, interrogatus abs te, ipse respondeam.

XXII. **M.** Subtilius ista quærent atque abstrusius in ea disciplina, quæ est de numeris: hic autem nos ad institutum opus quanto citius possumus redeamus. Quocirca quæro, uni duo juncta quid faciunt? **D.** Tria. **M.** Ergo hæc duo principia numerorum sibimet copulata, totum numerum faciunt atque perfectum. **D.** Ita est. **M.** Quid, in numerando post unum et duo quem numerum ponimus? **D.** Eadem tria. **M.** Idem igitur numerus, qui fit ex

uno et duobus, post utrumque in ordine collocatur, ita ut nullus alius interponi queat. D. Ita video. M. Atqui et illud videas oportet, in nullis reliquis numeris id posse contingere, ut cum duos quoslibet sibimet in numerandi ordine copulatos notaveris, consequatur eos ille qui ex ambobus conficitur, nullo interposito. D. Id quoque video: nam duo et tria, qui sibi numeri copulati sunt, in summa quinque faciunt: non autem quinque continuatim sequuntur, sed quatuor. Rursus tria et quatuor septem conficiunt: inter quatuor autem ac septem quinque atque sex ordinati sunt: et quanto progredi voluero, tanto plures interponuntur. M. Magna ergo hæc concordia est in prioribus tribus numeris: unum enim et duo et tria dicimus, quibus nihil interponi potest: unum autem et duo, ipsa sunt tria. D. Magna prorsus. M. Quid, illud nulla-ne consideratione dignum putas, quod ista concordia quanto est actor atque conjunctior, tanto magis in unitatem quamdam tendit, et unum quiddam de pluribus efficit? Imo maxima, et nescio quomodo, et miror, et amo istam quam commendas unitatem. M. Multum probo, sed certe quaelibet rerum copulatio atque connexio, tunc maxime unum quiddam efficit, cum et media extremis, et mediis extrema consentiunt. D. Ita certe oportet.

XXIII. M. Attende igitur ut hoc in ista connexione videamus. Nam cum unum, duo, tria dicimus, nonne quantum unum a duobus, tanto duo a tribus superantur? D. Verissimum est. M. Dic jam nunc mihi, in ista collatione quoties unum nominaverim. D. Semel. M. Tria quoties? D. Semel. M. Quid, duo? D. Bis. M. Semel ergo, et bis, et semel, quoties fit summa? D. Quater. M. Recte igitur istos tres quaternarius numerus sequitur; ei quippe tribuitur ista proportione collatio. Quæ quantum valeat, eo jam assuesce cognoscere, quod illa unitas, quam te amare

dixisti, in rebus ordinatis hac una effici potest, cujus græcum nomen *ἀναλογία* est, nostri quidam proportionem vocaverunt, quo nomine utamur, si placet: non enim libenter, nisi necessitate, græca vocabula in latino sermone usurpaverim. D. Mihi vero placet; sed perge quo intenderas. M. Faciam. Nam quid sit proportio, quantumque in rebus juris habeat, et suo loco in hac disciplina diligentius requiramus, et quanto in eruditione promotior eris, tanto ejus vim melius naturamque cognosces. Sed vides certe, quod in præsentia satis est, tres illos numeros, quorum mirabile concordiam, sibimet in eadem connexione nisi per quaternarium numerum non potuisse conferri. Quamobrem post illos se ordinari, sic ut illa concordia cum his arctiore copuletur, quantum intelligis jure impetravit ut jam non unum, duo, tria tantum, sed unum, duo, tria, quatuor, sit amicissime copulata progressio numerorum. D. Omnino assentior.

XXIV. M. At cætera intuere, ne arbitreris nihil habere proprium quaternarium numerum, quo reliqui omnes numeri careant, quod valeat ad istam connexionem de qua loquor, ut ab uno usque quatuor certus sit numerus, et pulcherrimus progrediendi modus. Convenerat quippe inter nos superius, tunc ex pluribus unum aliquid maxime fieri, cum extremis media, mediis extrema consentiunt. D. Ita est. M. Cum ergo collocamus unum et duo et tria, dic quæ sint extrema, quod medium. D. Unum et tria extrema video, duo medium. M. Responde nunc, ex uno et tribus quid conficiatur. D. Quatuor. M. Quid, duo qui unus in medio numerus est, num potest nisi sibi conferri? Quamobrem dic etiam duo bis quid conficiunt. D. Quatuor. M. Ita ergo medium extremis, et medio extrema consentiunt. Quamobrem sicut excellit in tribus, quod post unum et duo collocantur, cum ex uno et duobus constant: sic

excellit in quatuor, quod post unum et duo et tria numerantur, cum constant ex uno et tribus, vel bis duobus, quæ extremorum cum medio, et medii cum extremis, in illa quæ græce *ἀναλογία* dicitur, proportionē consensio est: quod utrum intellexeris, pande. D. Satis intelligo.

XXV. M. Tenta ergo in reliquis numeris, utrum-ne inveniatur quod quaternarii numeri proprium esse diximus. D. Faciam. Nam si constituamus duo, tria, quatuor, extrema collata fiunt sex; hoc facit et medium sibi collatum: nec tamen sex, sed quinque consequuntur. Rursus tria, quatuor et quinque constituo, extrema octo faciunt, medium quoque bis ductum: at inter quinque et octo, non jam unum, sed duos, senarium scilicet et septenarium numeros interpositos video. Atque illa ratione quantum progredior, tanto hæc faciunt intervalla majora. M. Video te intellexisse, et omnino scire quod dictum est: sed jam ne immoremur, animadvertis certe ab uno usque ad quatuor justissimam fieri progressionem; sive propter imparem ac parem numerum, quoniam primus impar totus tria, et primus par totus quatuor, de qua re paulo ante tractatum est; sive quia unum et duo principia sunt, et quasi semina numerorum, e quibus ternarius conficitur, ut sint jam tres numeri, qui sibi dum proportionē conferuntur, quaternarius elucescit et gignitur, et propterea eis jure conjungitur, ut usque ad illum fiat ea quam quærimus moderata progressio. D. Intelligo.

XXVI. M. Bene sane. Sed meministi-ne tandem quid institueramus inquirere? Nam, ut opinor, propositum erat, si quo modo invenire possemus, cum in illa infinitate numerorum certi articuli essent numerantibus constituti, quid esset causæ cur ipse primus articulus in denario numero esset, qui per omnes cæteros valet plurimum, id est, cur ab uno usque ad decem progressi numerantes

rursum ad unum remearent? D. Recordor plane quæstionis hujus causa nos tantum circumnisse: sed quid effecerimus quod ad eam solvendam pertineat, non invenio. Siquidem illa omnis nostra ratiocinatio ad id conclusa est, ut non usque ad denarium, sed usque ad quaternarium numerum sit justa et moderata progressio. M. Tu-ne igitur non vides, ex uno et duobus, et tribus et quatuor quæ summa conficiatur? D. Video jam, video, et miror omnia, et ortam quæstionem solutam esse confiteor: unum enim et duo et tria et quatuor simul decem sunt. M. Ergo istos quatuor primos numeros, seriemque et connexionem eorum honorabilius haberi quam cætera in numeris convenit.

CAPUT XIII.

De proportionatorum motuum decore, quatenus sensibus judicatur.

XXVII. Tempus est autem ad illos motus redire tractandos et discutiendos, qui huic disciplinæ proprie tribuuntur, et propter quos ista de numeris, de alia scilicet disciplina, quantum pro negotio satis visum est, consideravimus. Itaque nunc abs te quæro, quoniam intelligendi gratia in horarum spatio motus constituebamus, quos ad se invicem habere aliquam numerosam dimensionem ratio demonstrabat, utrum si quisquam mora unius horæ currat, et alius deinceps duarum, possis non inspecto horologio vel clepsidra, vel aliqua hujuscemodi temporum notatione sentire illos duos motus, quod unus simplicis, alius duplus sit: vel etiamsi id non possis dicere, illa tamen congruentia delectari, atque aliqua voluptate affici.

D. Nullo modo possum. M. Quid, si quispiam numerose plaudat, ita ut unus sonitus simplum, alter duplum temporis teneat, quos iam bōs pedes vocant, eosque continuet atque contexat; alius autem ad eundem sonum saltet, secundum ea scilicet tempora movens membra, nonne aut etiam dicas ipsum modulum temporum, id est, quod simplum ad duplum spatia in motibus alternent, sive in illo plausu qui auditur, sive in illa saltatione quæ cernitur: aut saltem delecteris numerositate quam sentias, tametsi non possis numeros ejus dimensionis edicere? D. Ita vero est, ut dicis: nam et illi, qui hos numeros noverunt, sentiunt eos in plausu atque saltatione, quique sint facile dicunt; et qui eos non noverunt nec possunt dicere, non negant tamen ex his se voluptate aliqua perfrui.

XXVIII. M. Cum igitur ad ipsam rationem disciplinæ hujus, siquidem scientia est bene modulandi, non possit negari omnes pertinere motus qui bene modulati sunt, et eos potissimum qui non referuntur ad aliud aliquid, sed in se ipsis finem decoris delectationisve conservant: hi tamen motus, ut nunc a me rogatus recte vereque dixisti, si longo spatio temporis fiant, inque ipsa dimensione quæ decora est, horam vel etiam majus tempus obtineant, non possunt congruere nostris sensibus. Quamobrem cum procedens quodam modo de secretissimis penetrabilibus musica, in nostris etiam sensibus, vel his rebus, quæ a nobis sentiuntur, vestigia quædam posuerit, nonne oportet eadem vestigia prius persequi, ut commodius ad ipsa, si potuerimus, quæ dixi, penetrabilia, sine ullo errore ducamur? D. Oportet vero, et hoc jamjamque ut faciamus, efflagito. M. Omittamus ergo illas ultra capacitatem sensus nostri porrectas temporum metas, et de his brevibus intervallorum spatiis, quæ in cantando saltandoque nos mulcent, quantum ratio nos duxerit, dissera-

mus. Nisi tu forte aliter putas illa vestigia indagari posse, quæ in nostris sensibus, hisque rebus quas valemus sentire, hanc disciplinam posuisse prædictum est. D. Nullo modo aliter puto.