hechos, ó respetó las creencias de su época, quizá con una política hipócrita; solo trató de política bajo el punto de vista histórico, sin buscar tampoco en ella fundamentos racionales, y sin separarse de las intrigas de su tiempo y de sus ambiciones bastardas. No advirtió la importancia de la metafísica, que sin embargo es ciencia primordial; y creía que la ciencia debia servir para el bienestar del hombre (*commodis humanis inservire*), juzgando que la filosofía natural era la única verdadera, pues que los conocimientos que conciernen al alma, los debemos solo á la inspiracion y á la fe; por lo cual se hallaba demasiado léjos la época de abrazar, segun su pensamiento, el círculo entero de la ciencia humana. Las observaciones ¿no se continuaron tambien durante la edad média (1)? Pero entónces se queria aplicarlas á todo, y valiéndose de medios extravagantes. Bacon hizo otro tanto, y su *Sylva sylvarum* es un cúmulo de hechos, cuestiones y proyectos ridículos; y ciertamente es extraño que no sepa experimentar quien dió reglas para ello. Mucho mejor lo hicieron en su tiempo Copérnico, Kepler y Galileo (2) que de la experiencia dedujo importantes descubrimientos, al paso que á Bacon no se le debe ninguno.

La induccion misma, este fundamento de la filosofía baconiana, ¿es quizá un arte ó solo un método natural? Todos los filósofos posteriores la siguieron sin embargo, pero de un modo enteramente distinto, sin aglomerar los hechos, sin las categorías de los fenómenos, y sin las clasificaciones indicadas por él. Ademas, señaló los límites en que debia encerrarse la induccion; ¿pero era esto crear un método? ¿no era una consecuencia natural del aumento de los hechos y de los fenómenos propuestos á los observadores, y del epíritu positivo que se habia introducido en las ciencias, y que era ajeno á los sistemas?

Precisamente en su tiempo habiéndose agotado la erudicion, todos dirigieron sus miradas á la naturaleza; y como Bacon habia proclamado la necesidad de profundizar sus arcanos por medio de la experiencia, pareció que al mérito de su método se debian los sucesivos descubrimientos, siendo así que habla con desprecio de las ciencias que iban tomando inmensas proporciones, y cierra con imperturbable obstinacion los ojos diciendo que nada ve. Pero aunque fué citado muchas veces se le leyó muy poco, y hasta 1730 solo se hizo una edicion de sus obras en Inglaterra (1). Produjo, pues, escasos resultados, miéntras que la escuela experimental italiana abrió camino á insignes descubrimientos; por lo que Hume, compatriota de Bacon, le coloca en un lugar inferior á Galileo. Solo cuando en el siglo XVIII se empezó á perseguir de muerte á la edad média, fué ensalzado con exceso, como el primero que habia prescindido de ella; y establecido ya que no era posible hallar en sus predecesores mas que credulidad é ignorancia, convinieron en atribuirle el mérito de haber inventado de pronto la filosofía experimental, única, que se quiso admitir para fundarla definitivamente en la sensacion. Entónces se le prodigaron alabanzas á porfía: Condillac llegó hasta proclamarle creador de la buena metafísica, cuando no habia tratado de ella sino por incidencia: y luego que la Enciclopedia francesa se ingirió en su árbol científico, se le tuvo por el representante de la

(1) Campanella llamó á la experiencia « principio de nuestro saber y guia del entendimiento; » y Rogerio Bacon anunció mucho ántes la necesidad de la experiencia : « Scientia experimentalis a vulgo studentium penitus ignorata; duo tamen sunt modo cognoscendi, scilicet per argumentum et experientiam. Sine experienti, nihil suficienter sciri potest: argumentum concludit, sed non certificat, neque removet dubitationem, et quiescat animus in intuitu veritatis, nisi eam inveniat via experientiæ. » *Opus majus*, parte VI, c. 1. Leonardo de Vinci dió despues reglas mas exactas para hacer adquirir experiencia « sin la cual nada puede haber indudable » (*Tratt. della pittura*); y quiere que se « empiece por la experiencia para venir por medio de ella al descubrimiento de la razon. »

Humboldt (*Cosmos*, P. III, p. 63) dice tambien que Bacon estuvo muy atrasado en los conocimientos de su época en lo relativo á la astronomía y á la física. Ademas ignoraba y repudiaba algunos conocimientos que sin embargo eran exactos: tambien en el *Novum organum* (p. 371 de la edic. 1740), dice que dudó así como algunos otros de que las estrellas no fuesen vistas por nosotros mismos desde el momento que existen, es decir, que la luz tardase algun tiempo en llegar desde ellas á nuestra vista; y añade que desechó esta duda aduciendo sobre ella razones enteramente absurdas.

(2) Bacon conoció las obras de Galileo: véase *Organum*, lib. II, afor. 39, y *Sylva silvarum*, nº 791. Mamiani, en el *Renacimiento de la filosofía italiana antigua*, concluye: « Bacon debe ser juzgado, bien como hombre práctico ó como especulativo. Como práctico, ¿quien podria anteponerlo á Galileo ni ménos igualarle con él? Como especulativo, dirémos que no conoció ni la naturaleza, ni la importancia de algunos principios, los cuales fueron conocidos cuanto era necesario por los filósofos italianos antiguos anteriores á él y sometidos á las leyes del método natural.

(1) Stewart, admirador de Bacon mas que de ningun otro autor moderno, juzga de este modo la influencia que ejerció en las ciencias: « El influjo del genio de Bacon en los sucesivos descubrimientos físicos raras veces se apreció en su justo valor: unos apénas hablan de él, miéntras que otros le consideran como única causa de las ciencias reformadas. De los dos extremos, el segundo seguramente se separa ménos de la verdad, no pudiéndose citar en la historia ningun otro, cuyos esfuerzos hayan contribuido de una manera tan evidente á acelerar el progreso intelectual del género humano. No obstante, fuerza es reconocer que muchos filósofos anteriores á Bacon habian seguido un buen ejemplo en diversas partes de Europa, y quizá no se halla en sus obras una sola regla importante respecto del verdadero método de la investigacion, cuyo gérmen no pueda encontrarse en los escritos de los predecesores. Su gran mérito consiste en concentrar en un mismo foco sus rayos débiles y dispersos, fijar la atencion de los filósofos sobre los caractéres distintivos de la ciencia verdadera y de la falsa, ilustrándolas notablemente, secundado por él poder de su elocuencia atrevida y brillante. El método de investigacion que recomendó se habia observado cuantas veces se hacia algun descubrimiento sólido respecto de las leyes de la naturaleza; pero se seguia accidentalmente y designio regular ni premeditado; así que á él se reservaba el reducir á regla y método lo que otros habian hecho, bien á la ventura ó aprovechándose de algun viso de verdad. Con tales observaciones no se quiere destruir la fama de Bacon, pues que puede decirse otro tanto de todos los que redujeron á sistema los principios de cualquier arte; y aun se le aplican con ménos fuerza que á otros filósofos, cuyos estudios se dirigen á objetos análogos á los suyos, pues que no se conoce arte cuyas reglas estén expuestas felizmente en forma didáctica, cuando ese mismo arte estaba tan poco adelantado como la filosofía experimental en tiempo de Bacon. » (*Account of life and writings of Reid. Sect.* 2.)

ciencia moderna, de la que solo fué uno de tantos promovedores.

Pero Descártes y Gassendi influyeron de un modo muy distinto en el adelanto de la ciencia y en el renacimiento de la filosofía, y nos reservamos hablar de ellos al tratar del siglo siguiente por no separarlos de sus secuaces y de sus adversarios.

APÍTULO XXXVI

Ciencias exactas.

Maurolico. 1494-1575.

Muchos Italianos se dedicaron al estudio de las matemáticas, continuando unos los autores antiguos, y otros perfeccionando el álgebra. Entre los primeros se halla Francisco Maurolico, de Mesina, que corrigiendo á Arquímedes, Apolonio y Diofante, los hizo dar nuevos resultados. Comenzó una enciclopedia de las matemáticas puras y aplicadas, traduciendo los autores griegos y comentándolos. Se habian perdido los cuatro últimos libros de los ocho que escribió Apolonio sobre las secciones cónicas, y solo se sabía que trataba en el quinto de las rectas mayores y menores que concluyen en las circunferencias de las secciones. Maurolico se determinó á volver á escribir de nuevo este libro con buenas reglas; pero lo sobrepujó Vicente Viviani, que emprendió esta misma obra en tiempo de mayores conocimientos. Maurolico hizo de él una buena aplicacion, considerando que las curvas trazadas por el gnomon son siempre secciones cónicas que varían segun la naturaleza del plano en que se proyectan. Escribió tambien poesías italianas y sicilianas, sobre filosofía, gramática, teología, y principalmente sobre óptica; determinó el centro de gravedad de muchos cuerpos sólidos; y si no dejó descubrimientos originales, se mostró sin embargo observador muy cuidadoso y sutil filósofo. Su bella y magnánima ciudad rodeada por él de fortificaciones, le señaló 100 escudos de oro para que continuase sus trabajos y la historia de su patria; y Cárlos V y su hijo bastardo Don Juan, le honraron por los cálculos astrológicos que hizo, con los que predijo la victoria de este sobre los Turcos.

Comandino, uno de los Italianos que se habian dedicado á la síntesis antigua, publicó sus observaciones en comentarios. Francisco Galigai en 1521 dedicó á Julio de Médicis un tratado de aritmética, que comprendia la solucion de las ecuaciones determinadas de segundo grado y muchas indeterminadas bastante difíciles; haciendo de los anteriores tratados un compendio que llegó á ser de gran utilidad. Juan Bautista Benedetti, de Venecia, publicó á la edad de veintitres años una *Resolucion de todos los problemas de Euclides con una sola abertura de compas* (1553), cuyo trabajo, aunque difícil, venció con gran talento. Estableció la teoría de la caída de los cuerpos graves, que caen en el vacío con igual velocidad aun cuando sean de volúmen diferente; no desconoció la gravedad ni la elasticidad del aire; explicó tambien las variaciones anuales de la temperatura por medio de la oblicuidad de los rayos solares; creyó en la pluralidad de los mundos, y rechazó la incorruptibilidad de los cielos, y muchos errores de los peripatéticos.

Álgebra.

El siglo XV llegaba á su término, y aun no se sabian resolver mas que las ecuaciones determinadas de primero y segundo grado, y algunas derivativas, ni se habia fijado la consideracion en las raíces negativas ni imaginarias. Estos cálculos se debieron á los algebristas italianos (1). Escipion del Ferro, natural de Bolonia, halló la solucion de un caso parcial de ecuacion cúbica ($x^3+px=q$), cuyo secreto hizo presente á Antonio María del Fiore, el cual desafió públicamente en Venecia á Nicolas Tartaglia. Este,
que habia salido ya victorioso en un desafío 1535.
habido con Juan de Tonini, confundió á su
competidor con una solucion mas general, en-
señándosela bajo juramento á Jerónimo Cardano 1545.
el Milanes, que la publicó en sus *Ars magna*
aplicándole su propio nombre, el cual ha conservado hasta aquí.

Cuanto mas se examina la historia de las ciencias, mas se advierte una especie de adivinacion en los primeros descubridores de algunas verdades, adonde no hubieran podido conducirles la fuerza del raciocinio ni los conocimientos de entónces. ¿Quién no se sorprende al ver que esta bella fórmula, fundamento de los trabajos mas notables y hasta de la elegante generalizacion de Harriott, fué hallada en una época en que á Tartaglia le parecia haber hecho una gran cosa con descubrir el cubo de $p+q$, y la ecuacion entre el cubo y una línea y entre dos porciones de esta?

El mismo Cardano, que á su talento reunia gran extravagancia, trató de todo y todo lo mejoró, sujetándolo á un nuevo método de análisis: comprendió la mayor parte de las propiedades de las raíces, indicó las negativas en las ecuaciones cuadradas, y que toda ecuacion cúbica tenia una ó tres raíces reales: llegó á encontrar estas por medio de la aproximacion, indicando su número y naturaleza segun los signos ó coeficientes, y convirtió una ecuacion cúbica perfecta en otra que carecia de segundo término; inventó el cálculo de las raíces imaginarias, tan necesario para el análisis, y descubrió ántes que Harriott, á quien Montucla atribuye el mérito, la ecuacion igual á cero. Publicó tambien el método de resolver las ecuaciones de cuarto grado que habia encontrado su discípulo Luis Ferrari el Boloñes; aplicó el álgebra á la geometría, y hasta á la construccion geométrica de los problemas ántes que Vieta y Descártes (2); siendo de notar que des-

(1) Es inútil repetir que los Indios conocieron tambien la solucion de las ecuaciones de tercero y cuarto grado.

(2) Cossali, *Historia critica del álgebra* 1797, ocupa casi un tomo entero para probar el mérito de Cardano restituyén-

pues de este no se adelantó nada en la solucion completa de las ecuaciones literales. Habiéndose quejado Tartaglia de que Cardano hubiese publicado su fórmula, convinieron Ferrari y Tartaglia en que propusiera cada uno treinta y un problemas nuevos, y este presentó los mas difíciles, demostrando con esto que era un algebrista superior á aquel. Estas competencias y nueve libros de contestaciones que dió Tartaglia á las consultas que le fueron dirigidas por los príncipes, los monjes, los embajadores y los arquitectos, atestiguan el gran entusiasmo con que se continuaron tales estudios.

Tartaglia. 1500-59. Tartaglia, que era hijo de un muletero, se llamaba así por haberle cortado la lengua en el saqueo de Brescia. Vivió pobre, dedicándose con afan al estudio de las matemáticas, sin atender á las ciencias ocultas ni á las desgracias de su patria. Se sirvió de la geometría para determinar el movimiento curvilíneo y la caída de los cuerpos graves; intentó reconstruir la mecánica, y se dedicó con especialidad al estudio de la balística: tenemos de él bastantes problemas de artillería; y en las *Cuestiones é invenciones diversas*, señala la dimension que deben tener las piezas de guerra, y la manera de hacer uso de ellas fijando su capacidad. Es suyo el ingenioso descubrimiento de medir el área de un triángulo por sus lados conocidos sin buscar la perpendicular, y la *trabajosa invencion* para sacar á la superficie cualquier nave sumergida por pesada que sea.

Cardano no obstante hizo algunas juiciosas observaciones sobre la mecánica, valuó la gravedad y resistencia del aire, ideó medir el tiempo por medio de la pulsacion de las arterias, é inventó un candado con diversas combinaciones, que se cerraba bajo la palabra *serpen*, cuyo descubrimiento se apropian sin razon los Franceses (1).

Aristóteles antiguamente, y despues Leonardo de Pisa, fray Lúcas Paciolo, los dos nombrados anteriormente y otros (2), habian hecho uso de las letras para expresar las cantidades generales; sin embargo, el lenguaje algebráico estaba en su infancia. Miguel Stifels fué el primero que (1554) usó los signos + y —, y los números como exponentes de las potencias; el = fué inventado por el Inglés Roberto Record (1557) en *la piedra de afilar del ingenio* (*Swethstone of vit*). Pero el Frances Francisco Vieta tiene el mérito de haber introducido sistemáticamente el uso de las letras y facilitado extraordinariamente « la ciencia del raciocinio general por medio de la lengua simbólica, » conociendo su importancia, de tal modo que la llamó *logística especiosa* á diferencia del análisis antiguo *logística numerosa*. Vieta conoció, pues, que el álgebra tenia una importancia mas alta que la ingeniosa investigacion de números, y que su índole consiste en indicar las relaciones, lo cual Newton formuló despues llamándola *Aritmética universal*.

Vieta. 1540-1603. Vieta inventó ademas un método, descuidado ahora, que consistia en resolver las ecuaciones por aproximacion, análogo á aquel con que se extraen las raíces, y comprendió la naturaleza de los casos irreducibles en las ecuaciones cúbicas. Trasformó las ecuaciones para quitarles sus coeficientes y el segundo término, y determinó las cúbicas de distinto modo que Cardano, observando que cuando la incógnita puede despejarse por medio de muchos valores positivos, entónces el segundo término tiene por coeficiente la suma de estos valores con el signo negativo; el tercero la de los productos de dichos valores multiplicados dos á dos; el cuarto la suma de los productos de los mismos valores multiplicados tres á tres, y así sucesivamente, hasta que el último es el producto de todos los valores; lo cual allanó el camino al descubrimiento de Harriott. Empleando el álgebra en los construcciones geométricas, Vieta llegó al conocimiento de las secciones angulares. Los muchos problemas en que aplica el álgebra á la geometría empleándola siempre sin embargo en las líneas rectas, hicieron que algunos le honrasen con el título de descubridor de las relaciones del álgebra con la dimension, miéntras que Tartaglia, Cardano y hasta Luca Paciolo (1), así como algunos Orientales, sabian ya aplicar la ciencia de los números á los hechos y las leyes del espacio. El cálculo, no obstante, se empleaba en las cuestiones de geometría solo despues de haber aplicado á cada una de las líneas conocidas un número particular; así que los problemas no eran nunca susceptibles de una solucion general, sin la cual no se pueden establecer teorías. Los métodos geométricos eran sin duda alguna superiores, pues que en toda clase de problemas producian á lo ménos reglas generales de construccion, es decir, independientes de la dimension de las líneas dadas.

No era suficiente tampoco que con los signos del álgebra hubiesen las soluciones numéricas tomado los caractéres de generalidad y uniformidad; convenia tambien establecer una relacion constante entre las fórmulas algebráicas y las construcciones geométricas; saber representar todas las expresiones y operaciones del álgebra con una figura ú operacion equivalente de geometría. De otro modo el geómetra, usando del álgebra, habria rechazado su ciencia, cuando no hubiese sabido por los hechos y por las leyes de los números volver á los hechos y á las leyes del espacio. Ántes de que se supiesen traducir gráficamente las soluciones algebráicas, Kepler no halló ninguna utilidad en las ecuaciones presentadas entónces

dole los descubrimientos que Montucla atribuía á otros, y especialmente á Vieta.

(1) *De subtilitate*. Basilea, 1607, lib. XVII, p. 1074, *Serra quæ sub quocumque nomine claudi potest*.

(2) Libri cita los pasajes. Véase á Montucla y á Hallam, á los cuales me refiero.

(1) « Modus solvendi varias casus figurarum uadrilaterarum rectangularum per vicem algebræ. » Es el cap. 1º de a *Dis*... de su tratado de geometría.

por Justo Byrg, para determinar los lados de muchos polígonos regulares; y ademas de acusarlas de que no podian ser resueltas en ciertos casos, como para el eptágono y para las figuras superiores, no acepta tampoco la ecuacion del pentágono, aun cuando á lo mas era de segundo grado, demostrando que no conocia el medio de construir el lado incógnito. Las ecuaciones superiores al tercer grado quedaban sin explicacion geométrica, hasta que Descártes redujo la construccion de las raíces de las ecuaciones de cualquier grado á una regla general y uniforme (1).

La sencillez de la nueva escritura que introdujo Vieta facilitaba el análisis; el Inglés Briggs expuso claramente la fórmula del binomio: el Holandes Alberto Girard dió una idea mejor de las raíces negativas, demostrando cómo se desarrollan en geometría retrocediendo; pero á todos sobrepujó Tomas Harriott, compañero de Walter-Raleigh, en su viaje á Virginia (1585), el cual completó la teoría del orígen de las ecuaciones descubiertas por Cardano y Vieta. Harriott debe ser elogiado, si no como inventor, á lo ménos como propagador, por haber sustituido en la notacion á las mayúsculas las minúsculas, indicado las incógnitas con las vocales, y expresado el producto con solo poner al lado los factores, lo cual era un método tan cómodo como fácil. Pasando todos los términos á un lado, halló que toda incógnita de una ecuacion debe tener tantos valores cuantos en ella señala el índice de su potencia en el primer término, y que semejantes valores puestos en una serie necesaria de combinaciones forman los coeficientes de los términos que siguen, en los que entran las potencias decrecientes de la incógnita, y reunido su producto, forman el último término de la ecuacion.

Napier. 1550-1617. Dañaba á las matemáticas mixtas el mal uso que se hacía del álgebra, y especialmente en la astronomía era muy incómodo tener que calcular á lo ménos con seis ó siete decimales las tablas trigonométricas de los senos, de las tangentes y de las secantes, que producian multiplicaciones y divisiones muy largas y muy ocasionadas á error. Suponiendo el caso bastante frecuente de buscar la cuarta proporcional, se observará cuánto tiempo hay que malgastar para reducir los senos y las tangentes, aunque no sea mas que á la cuarta cifra decimal; ¡cuánto, pues, no sería necesario para una operacion mas complicada! Juan Napier, de Merkinston, habia inventado un instrumento para simplificar los cálculos que describió en la *Rabdologia* (1616), y obstinándose en darle aplicacion, descubrió un principio mas elevado, que redujo á forma práctica.

Cualquiera sabe, por pocos conocimientos que tenga en aritmética, que en una progresion geométrica, cuyo primer término sea 1, multiplicando sus dos términos entre sí, se obtiene un producto que es otro término de la misma serie, cuyo lugar corresponde á la suma del de los dos factores disminuida en uno, y que los números de los términos son los exponentes de las potencias del factor comun que entra en cada término, aumentados en una unidad. Si, pues, no hubiese que calcular mas que sobre los términos de una progresion geométrica, sería bastante sumar los exponentes ó restarlos, en vez de multiplicar ó dividir.

Napier quiso generalizar este método verdadero, aplicable á pocos casos, buscando una progresion geométrica, cuyos términos fuesen todos los números naturales, y halló que una serie en que el primer número sea 10 y 10 el factor comun, satisfacia el objeto (1). Esta manera tan sencilla y eficaz de comprender todos los números como potencias de un número mismo, es la última perfeccion á que ha llegado la sagacidad humana, tanto mas maravillosa si se considera que el álgebra estaba entónces en su infancia, y mal determinada la teoría general de los exponentes. Napier no hubiera conseguido su intento si no hubiese separado con exactitud la cantidad discreta de la contínua, frecuentemente mezcladas; de lo que dedujo que cualquier número podia presentarse como término de una progresion; y por consecuencia hallando sus índices, y los de una serie ordinaria, se podria, sumándolos, obtener sus productos. De este modo llegó á realizar su idea con problemas llenos de ingenio, intercalando 6931 y 472 medios proporcionales entre el 1 y el 2, y repitiendo esta larga operacion en todos los números primos, es decir, divisibles solo por la unidad y por sí mismos, pues que para hallar los logaritmos de los múltiplos basta sumar los factores (2).

Este descubrimiento salió tan perfecto de

(1) Marin Gheltaldo, de Ragusa, precedió á Descártes en esta insigne demostracion de la propiedad de las curvas por medio de las ecuaciones algebráicas, cual aplicó la geometría para resolver las ecuaciones determinadas hasta el cuarto grado. (*De resolutione et compositione mathematica, libri quinque; opus posthumum*. Roma, 1630.) Un año despues Oughtred publicaba las mismas resoluciones en Lóndres en la *Clave matemática*.

(1) *Logarithmorum canonis descriptio, seu arithmeticarum supputationum mirabilis abbreviatio*. Edimburgo. Murió en 1618. λόγων ἀριθμός suma de las relaciones.

Acaso Arquímedes, y de cierto el Aleman Miguel Stifels, dieron de esto una ligera idea. Este demuestra que, si en una progresion geométrica se suman los exponentes de dos términos de la serie, se obtiene el del producto de los mismos términos.

Así que si se compara la progresion geométrica 1 2 4 8 16 32 64
con la aritmética. 0 1 2 3 4 5 6
que indica las potencias de la razon comun, se verá que, sumando los dos términos de esta última como 2 y 4 se obtiene el 6, al cual corresponde el 64 producto, precisamente de 4 por 16 que en la serie geométrica están sobre el 2 y el 4. Este hecho se explica fácilmente con expresiones algebráicas, pero tratándose de aritmética, se tenia por una propiedad secreta poco conducente para facilitar el cálculo.

(2) Al principio hizo log. 10=2,3025850; despues sustituyó 1,0000000 y se tenia log. 100=2,0000000, y así sucesivamente; método que se adoptó en general aun cuando no se abandonó del todo el primero, llamado *hiperbólico* porque expresa una propiedad de la hipérbole.

manos del autor, que nada tuvieron que añadirle los posteriores. La única reforma material que se introdujo fué la del citado Briggs, su amigo y coloborador, que calculó una serie diversa, publicando la tabla de logaritmos de 1630. los primeros mil números (1618), despues la *Aritmética logarítmica* (1624), que contiene los de los números naturales hasta el 20,000, y desde el 90,000 al 100,000, calculados en 14 decimales; de modo que resulta una muy pequeña diferencia. En dicha Aritmética expuso ántes que nadie la importantísima ley de que los coeficientes se forman con la reunion de un binomio á cualquier potencia entera, verdades que no desconocieron Stifels ni Cardano. Dispuso tambien los logaritmos de los senos y de las tangentes para todos los grados y centésimos de grado del cuarto de círculo; pero dejó incompleta su obra, publicada despues por Gelibrand. Vlacq, librero holandes, publicó traducida la Aritmética logarítmica de Briggs, llenando el espacio que média entre el 20,000 y el 90,000 con logaritmos de 11 decimales: despues dió á luz la *Trigonometria artificialis*, sumamente oportuna como complemento de las obras de Briggs y de Gellibrand. La demostracion que dió Kepler sobre los logaritmos destruyó las dudas de los que no creían rigorosamente geométrica la explicacion presentada por Napier. Introducida así, con escándalo de los geómetras, la celeridad en el raciocinio matemático, el ingenio pudo lanzarse á la teoría de los infinitesimales, y disponerse para llegar á las verdades mas sutiles de la abstraccion, y á las ménos evidentes á la comprension. Despues se publicaron tablas logarítmicas cada vez mas perfectas, y hubiera sido de desear que el comercio las hubiese adoptado, especialmente para el cambio de plaza á plaza, que se reduciria á una operacion de razones compuestas.

Geometría. Los geómetras se atenian á la veneracion tradicional de Euclídes. El *Opus palatinum de triangulis* de Joaquin Rético, célebre por los cálculos trigonométricos, fué publicado en 1594 por Valentin Oto, pero sin concluir; no estando calculadas las tangentes, las cuerdas y los senos mas que por diez decimales en vez de quince: Pitisco en 1613 llevó mucho mas léjos la exactitud. Marin Ghetaldo, de Ragusa, amigo de Vieta, completó los problemas de Apolonio de Perga. Lúcas Valerio halló el modo de determinar el centro de gravedad de todos los cuerpos formados por la revolucion de una seccion cónica.

Entretanto la geometría moderna iba adelantando de una manera quizá no tan precisa y clara como la antigua, pero que tenia mas extensas aplicaciones. Llevan el nombre de Napier los dos teoremas que comprenden todos los casos importantes de la solucion de los triángulos esféricos.

Kepler en la *Nova stereometria doliorum*, examina todos los cuerpos sólidos que pueden nacer por la rotacion de un segmento de seccion cónica al rededor de una línea, que no sea su eje; y aun cuando no resuelve todos los problemas que propone, es sin embargo atrevida la idea de considerar el círculo como compuesto de una infinidad de triángulos que tienen la base en la circunferencia y el vértice en el centro; y segun esto el cono es un compuesto de pirámides y el cilindro de prismas. De este modo suponiendo los cuerpos sólidos compuestos de una multitud de superficies, estas de una multitud de líneas, y las líneas de infinidad de puntos, buscó la cuadratura del círculo y la capacidad de los toneles, sentando la teoría de los números infinitesimales.

Mejores eran los resultados obtenidos por Galileo al tratar de un cilindro cortado en un hemisferio (*Diálogo primero sobre la mecánica*): ántes habia discurrido especialmente sobre los indivisibles en los *Diálogos de las nuevas ciencias;* pero confundió las ideas metafísicas de la cantidad visible, suponiéndola compuesta de indivisibles sin extension; por lo que no atreviéndose á segurar ni á negar que los infinitos puedan ser iguales entre sí, dijo solo que los términos que indican igualdad ó exceso no pueden aplicarse mas que á cantidades fijas, y apeló al método de exhaustion de Arquímedes (1).

El Milanes fray Buenaventura Cavalieri, profesor de matemáticas en Bolonia, y en correspondencia con Galileo, despues de haber resuelto 1598-1647. Cavalieri. el problema propuesto por Fermat de indicar el punto ménos distante de tres puntos dados, aplicando á su resolucion un teorema que da la cuadratura de todos los triángulos esféricos, ya en 1627 habia terminado su método de los indivisibles (*Geometria indivisibilium continuorum nova quadam ratione promota*, (1635), fundado en que los sólidos se pueden considerar compuestos de una infinidad de superficies, sobrepuestas las unas á las otras, como elementos indivisibles, y de aquí que la superficie sea un agregado de líneas, y estas de puntos: en lo cual precedió á Kepler. Sabíase ya sumar una serie indefinida de términos en progresion aritmética, y entre otras las de los diámetros de los círculos decrecentes del cono, que están en proporcion de sus cuadrados. Cavalieri halló que, en términos infinitos, la suma de los cuadrados descritos sobre líneas crecientes en progresion aritmética es igual al tercio del cuadrado mayor, multiplicado por el número de los términos; ó de otro modo, que un cono es el tercio de un cilindro de la misma base y altura: demostracion que podia aplicarse igualmente á los demas sólidos. Abrió con esto la puerta á los grandes progresos de la geometría, y si bien fué combatido, fué esta la primera vez que apareció el infinito en la geometría en forma sistemática. Él mismo conoció que su

(1) Fabroni, *Vitæ Italorum*, I, 272.

método era un corolario del de exhaustion, y confesaba no acertar á darle una demostracion rigorosa; no obstante, su modo de considerar la línea, la superficie y el volúmen como producidos por el punto, la línea y la superficie, sugirió á Newton la idea y el nombre del cálculo de las fluxiones.

Estas eran las nuevas conquistas de la geometría, que se aplicaba tambien generalmente á árduas investigaciones. Tal fué el problema de la ciclóide, como se llama á la curva descrita por un punto del círculo, que al mismo tiempo se adelanta y gira sobre un plano horizontal. Consideróse su área primeramente como un segmento de círculo; Galileo dijo en 1639 que hacía cuarenta años que pensaba en este problema, pero que no habia podido resolverle; Mersenne lo propuso á Roberval, y este (1634) demostró que aquella equivalia á tres veces el área del círculo productor (1). Habiendo llegado á oídos de Descártes este descubrimiento, dió una demostracion suya, como si se tratára de un problema fácil; y herido su amor propio porque Roberval dijo que el conocer lo solucion le habia servido de mucho para hallar la suya. Descártes inventó las tangentes de la curva, desafiando á Roberval y á Fermat á que hiciesen otro tanto (2). Fermat aceptó el desafío y triunfó, pero no así Roberval, Galileo ni Cavalieri, hasta tal punto este genio universal superaba aun á los geómetras, pues era para ellos punto capital lo que él por incidencia estudiaba. En el problema de las tangentes se valió Descártes del principio indicado por Kepler, que consideraba la curva como un polígono de lados infinitos, de modo que un arco infinitamente pequeño se aprecia como igual á su cuerda.

Descártes. Descártes explicó despues el poder de los signos algebráicos que se escribian oscura y penosamente, y se resolvian en su mayor número en fórmulas imaginarias y hasta imposibles. Ya habian comenzado á abreviarse las demostraciones geométricas con la adopcion de números y letras en lugar de las líneas y de los rectángulos divisibles en partes alicuotas. Despues se demostró que los números imaginarios representaban cantidades incomensurables, por lo que en un cuadrado que tuviese por lado 1, la diagonal estaria representada por la raíz de 2. Aplicáronse cada vez con mas frecuencia los cálculos numéricos y algebráicos á los problemas relativos al tamaño; pero no se acostumbraba lo contrario, es decir, la aplicacion de las fórmulas algebráicas á la construccion de las curvas; y léjos de indicar con el álgebra figuras geométricas, trasformaron el álgebra en geometría.

Descártes sentó por base que toda curva geométrica tiene su correspondiente ecuacion fundamental, que indica la constante relacion que existe entre la abscisa y la ordenada; que una ecuacion simple solo puede indicar la relacion de las líneas rectas; que la solucion de una cuadrática debe hallarse en una de las cuatro secciones cónicas, y que las potencias mas elevadas de una incógnita producen curvas de un órden superior. Doctrina fecunda, cuya invencion le fué disputada, lo mismo que las que ántes habia sentado sobre geometría; si bien parece que una vez indicado el camino llegó por su propia fuerza adonde llegaron Vieta y Harriott. Y efectivamente, si en las discusiones que Descártes sostuvo con Fermat, notable ingenio geométrico, y ajeno á toda clase de pretensiones, especialmente respecto de las tangentes de las curvas, se mostró despechado é injusto, fuerza es confesar que tambien á él le trataron con injusticia, sobre todo en su patria, por desconocer la alta importancia de su nueva geometría.

Las matemáticas aplicadas á la astronomía Astronomía purgaron á esta ciencia de errores tan antiguos como el mundo. Tolomeo imperaba aun como dictador, enseñando la inmovilidad de la tierra, y que en torno de ella giraban los planetas; y si bien hasta mas tarde no fueron conocidos los fenómenos, de que á los tolomeistas hubiera sido imposible dar razon, tambien se suponia tal complicacion de giros y contragiros, que Alfonso el Sabio dijo: *Si yo hubiese estado al lado del Criador, le habria indicado un sistema mas sencillo.*

Con el fin de dar una explicacion ménos oscura de los fenómenos celestes, muchos habian ya sentado hipótesis diversas de la centralidad de la tierra; los Egipcios supusieron que Mercurio y Vénus giraban al rededor del sol; Apolonio de Perga creyó que no solo Mercurio y Vénus sino todos los astros giraban en torno de él, aun cuando él giraba al rededor de la tierra, sistema ensalzado despues por Tycho-Brahe; Heraclídes y toda la escuela jónica dieron á la tierra un movimiento giratorio; los pitagóricos la arrancaron de su trono inmóvil para colocar en él al sol, la mas espléndida imágen del Criador; y el mismo Tolomeo confesaba que el movimiento de la tierra «segun la mas sencilla doctrina (1)» nos explicaria los fenómenos celestes, si no repugnase á lo que sucede en la tierra y en el aire.

En efecto, prescindiendo del repugnante testimonio de los sentidos, si la tierra se mueve en el aire, ¿cómo es que no se oye su terrible rumor? ¿cómo es que nunca las nubes pasan con gran celeridad ante nuestros ojos? ¿cómo es que siempre las aves levantan el vuelvo y vuelven á su nido de nuevo y la piedra arrojada á lo alto no cae léjos? ¿cómo es que siempre una nave puede caminar hácia Oriente contra aquellas corrientes de aire que podrian arre-

(1) Torricelli, sin tener conocimiento de esto, alcanzó igual solucion.

(2) De estos hombres ilustres volvemos á tratar en el libro siguiente cap. 42.

(1) Κατὰ την ἁπλουστεστέραν ἐπιβωλὴν, lib. I, c. VII.