

M' y M'' son dos monumentos antiguos entre los que se va á intercalar un monumento nuevo *m*. La ordenada del Monumento *m* se compone de la suma de tres cantidades: la ordenada (ab) correspondiente á la distancia al origen O de la tangente: más la diferencia de paralelos entre M' y O (bc): más la parte proporcional de la diferencia de paralelos entre los Monumentos M' y M'' (cm). La curva así trazada entre dos monumentos antiguos no es un paralelo; pero tiene sensiblemente la curvatura de un paralelo.

Aquí supusimos que la tangente trazada no había sufrido desviación alguna sensible; mas no siempre fué así y en algunos casos la diferencia entre el azimut teórico y el observado en el extremo de la tangente fué bastante fuerte para hacer necesarias algunas correcciones.

La fórmula empleada para calcular la corrección que debe hacerse á la tangente en un punto cualquiera, es la siguiente:

Sea K la distancia del extremo de la tangente al origen; K_m la distancia de un punto para el que se necesita la corrección; *a* en segundos la diferencia entre el azimut teórico y el observado (ó más bien el error de azimut). Entonces la corrección en el extremo de la tangente es:

$$K \cdot \frac{a}{2} \cdot \text{sen. } 1'' = C$$

y la corrección á la distancia K

$$C \cdot \frac{K_m^2}{K^2}$$

Para el cálculo de la ordenada correspondiente á la distancia al origen, se empleó la fórmula.

$$\text{Ordenada} = \frac{B}{A} K^2$$

Los valores de B y de A se tomaron de la obra del Sr. Díaz Covarrubias en la que constan tablas de dichos valores, calculados con los elementos del elipsoide de Bessel.

Para simplificar el cálculo, que algunas veces era necesario hacer sobre el terreno, se formaron tablas dando los valores de las ordenadas de kilómetro en kilómetro. Para marcar el meridiano, sobre el que había de medirse la ordenada, se partía de la tangente teniendo en cuenta la convergencia de los meridianos: ésta siendo proporcional á la distancia; bastaba calcular la convergencia por kilómetro, para lo que se empleó la fórmula:

$$c = 1000 \text{ m. } F$$

Los valores de F se tomaban de la obra del Sr. Díaz Covarrubias. Para esta operación se empleó un pequeño teodolito de 1', no siendo necesaria mayor exactitud.

La medida de la ordenada se hacía con cadena.

Convenido el lugar del monumento, cada sección marcaba el punto preciso en que debía de estar según su propia tangente, colocándose en el medio de los puntos así marcados.

LÍNEA AZIMUTAL DE SONORA.

Con el objeto de identificar fácilmente los monumentos que se encontrasen á lo largo de la línea de Sonora y de tener á la vez una línea auxiliar que sirviese para la colocación de los nuevos monumentos, se convino en que se trazaría á partir del monumento extremo del paralelo 31° 20' (punto perfectamente identificado por su latitud, posición topográfica y posición relativa á otros puntos ya identificados) una línea con el azimut con que partió la línea trazada por la Comisión primitiva de 1853. Á este efecto, una estación para azimut fué establecida al Oeste del extremo del paralelo 31° 20' y cerca del punto donde debía pasar la línea trazada por la antigua Comisión.

Se determinó desde la estación el azimut del monumento extremo del paralelo 31° 20' y el de un monumento encontrado al Oeste y que parecía corresponder al Monumento XVIII de los puestos por la antigua Comisión.

Con estos elementos, y la distancia de ambos á la estación de azimut se calculó el azimut del Monumento XVIII desde el Monumento Extremo del Paralelo y la diferencia entre el azimut dado por

la Comisión de 1853 y el de la actual, siendo muy pequeña, se consideró el Monumento XVIII como identificado y se continuó el trazo al Oeste en la línea del Monumento XVIII al monumento extremo.

Esta línea se prolongó al Oeste hasta el Monumento XV, habiéndose fijado la posición de los Monumentos XVII, XVI y XV respecto á ella, por sus coordenadas polares.

Del Monumento XV en adelante, no se prolongó la línea que se traía sino que se trazó la línea de monumento á monumento, tomando en cada uno el ángulo entre el monumento anterior y el siguiente, continuando así hasta el Monumento VI. En éste no era ya posible ver ninguno de los monumentos existentes al Oeste pues el V que era el que debía verse según todos los informes, no existía. Se resolvió entonces trazar una línea que fuera á terminar próximamente al Monumento II, la que podía servir de auxiliar para la intercalación de los nuevos monumentos de cualquiera manera que esta se hiciese, á la vez que para buscar el V y el IV, y cerciorarse si realmente no existían.

La dirección del Monumento II se conocía por que teníamos el valor del ángulo que se formaba en el Monumento VI entre el IX y el II, el que había sido determinado por la Comisión Americana que había concluido ya el trazo de la línea. Además esta dirección se acomodaba bastante bien con la que calculamos nosotros, teniendo en cuenta el valor de la longitud del monumento extremo del paralelo 31° 20'.

Como la línea que se iba á trazar del Monumento VI al II tenía cerca de 163 kilómetros y el número de estaciones necesarias para el trazo, no podía ser menos de 4 según todas las noticias que teníamos del terreno y eso suponiendo que pudiéramos hacer las estaciones á la mayor distancia que el terreno permitiera; se decidió hacer una observación de azimut cerca del Monumento VI y otra en el Monumento II para corregir el alineamiento en el caso que tuviera desviación sensible.

Este fué en lo general el camino seguido en el trazo de la línea de Sonora. Á continuación daremos el detalle de las distintas operaciones ejecutadas.

Azimutes.—El método é instrumento empleados para las observaciones fueron los mismos que se emplearon en los paralelos y que ya se han descrito, la única diferencia consistía en que no se tomaba la inclinación del eje de rotación del anteojo con el nivel montante sino que se tomaban las indicaciones del nivel fijo paralelo al eje del anteojo, corrigiendo las lecturas del círculo para reducirlas á lo que serían si las indicaciones izquierda (i) y derecha (d) del nivel fuesen iguales; de esta manera una observación quedaba afectada del error correspondiente á la inclinación del eje del anteojo respecto al del nivel; pero este error cambiando de signo con la posición del instrumento, resulta que tomando el promedio de dos observaciones hechas en las dos posiciones del instrumento, se elimina; se empleó este método de preferencia porque en el tiempo en que se bisectaba la estrella y se hacían las lecturas podía el nivel tomar su posición de equilibrio, cosa muy importante con los niveles generalmente lentos de los altazimutes; el método resultaba pues más rápido y seguro que empleando el nivel montante. Generalmente se hacían dos lecturas dirigiendo el anteojo á la señal y dos dirigiendo á la estrella, anotando los tiempos del cronómetro. Se repetía la operación invirtiendo el instrumento y el promedio de las dos primeras observaciones se combinaba con el de las dos últimas, quedando así el resultado exento de todo error constante. Una serie así obtenida se consideraba como una observación completa y son las que se encontrarán más adelante.

El número de observaciones completas hechas en cada estación fué de 7 á 8, número suficiente para poder obtener un error probable de 0.8."

La corrección del cronómetro se determinó por observaciones de alturas iguales de estrellas; generalmente dos pares por noche.

Alineamientos.—La línea que va del monumento extremo del paralelo 31° 20' al Monumento XVIII se prolongó hasta el Monumento XV por el segundo de los métodos descritos á propósito del trazo de los paralelos. El número de estaciones de alineamiento hechas fué 3, en el Monumento XVIII, 16 kilómetros al Oeste próximamente del Monumento XVII, en el que se alineó hasta el Monumento XV. Además de estos puntos otros varios se alinearon entre ellos en todos los puntos

dominantes del terreno. Se empleó algunas veces el heliotropo para los alineamientos, pero más generalmente fueron banderas las señales empleadas.

El mismo método de alineamiento se empleó para la línea entre los Monumentos VI y II, tomando además para comprobación el ángulo entre la señal dejada atrás y la nueva señal alineada. Se tomó esta precaución porque se había notado varias veces al mover el anteojo que su movimiento era muy irregular. Sucedió, por ejemplo, que al mover el anteojo teniéndolo dirigido á un punto, se veía á éste moverse en una línea ondulada respecto al hilo vertical de la retícula, defecto que además se procuró siempre contrarrestar en lo posible limpiando los muñones y moviendo suavemente el anteojo, sin fijarlo fuertemente en su movimiento vertical. Dicho defecto quizá era originado por un golpe que recibió el instrumento al ser transportado.

Las señales empleadas eran heliotropos cuando las distancias eran grandes, pero en las distancias cortas como en la sierra del "Tule" donde el terreno obligó á hacer alineamientos de 5 kilómetros poco más ó menos, se empleó un pequeño cuadrado de lienzo fijo en una corredera que se deslizaba en una asta de madera fija horizontalmente. El punto se marcaba por medio de una plomada suspendida al centro del cuadrado. Los puntos intermedios entre las estaciones principales de alineamiento se alineaban estacionando el instrumento en una de ellas, dirigiendo el anteojo á la señal de enfrente y bajándolo en seguida simplemente al lugar donde se quería alinear el punto, de modo que el punto así alineado no tenía mas error que el de puntería del anteojo y los que provinieran de las irregularidades de su movimiento. De esta manera se alinearon los puntos intermedios entre los monumentos en toda la parte comprendida entre el Monumento XIII y el Monumento VI. Al efecto un heliotropo estaba siempre fijo en el monumento ó estación principal de adelante. En los alineamientos secundarios se hicieron casi siempre con heliotropos, pues la experiencia enseñó ser esto lo más rápido. Si la distancia era corta se disminuía el diámetro del espejo con una pantalla de papel que se ponía enfrente. En las buenas horas del día un centímetro de abertura era suficiente para que la señal luminosa tuviese un diámetro conveniente para poder hacer la bisección con seguridad.

Medida.—En la parte comprendida entre el monumento extremo del paralelo 31° 20' y el Monumento XIV se midió principalmente con triangulación.

La triangulación de Nogales fué prolongada hasta cerca de 20 k. al Oeste del monumento extremo, midiéndose en seguida con telémetro hasta el Monumento XVII; dos triangulaciones fueron hechas entre el Monumento XIV y el XVII. Del Monumento XIV al VI con el objeto de distribuir con más regularidad el trazo y avanzar con más rapidez, se midió exclusivamente con telémetro, y con cadena siempre que era posible.

Para la medida con telémetro se empleó un teodolito italiano cuyo anteojo es exactamente igual á los de los Cleps empleados en los paralelos; en algunas partes y con el objeto de que pudieran medir dos ingenieros á la vez, se empleó un pequeño teodolito de "Gurley."

Los resultados de las operaciones ejecutadas constan más adelante y á los cuales hemos agregado el croquis correspondiente (N° 1) para que mejor se entienda el alineamiento hecho entre los Monumentos VI y II.

Las desviaciones que en dicho croquis corresponden á los ángulos en M, M₁, M₂ y N, fueron determinadas para ajustar los azimutes determinados en los Monumentos II y VI repartiendo la diferencia de los dos azimutes por partes iguales en esas cuatro estaciones.

Colocación de los monumentos.—Los monumentos en esta línea fueron colocados sobre las líneas geodésicas de monumento á monumento.

En la parte comprendida entre los Monumentos XVIII (hoy 129) y XV (hoy 141), como no se marcó sobre el terreno la línea de monumento á monumento sino la línea del Monumento XVIII al extremo del paralelo 31° 20', una tabla de las ordenadas correspondientes á todos los puntos marcados fué formada de antemano por una simple interpolación entre las ordenadas de los monumentos antiguos encontrados, respecto á la línea marcada. Otra tabla se formó con las ordenadas

de los vértices de la línea poligonal trazada entre los Monumentos VI y II para deducir de ellas por simple interpolación la correspondiente á un punto cualquiera comprendido entre dos de ellos. Entre los Monumentos XVI y XII, las estacas quedaron afectadas de pequeños errores por lo que se formó también una tabla de las correcciones correspondientes á cada una de ellas.

En toda la parte comprendida entre los Monumentos XII y VI no hubo necesidad de medir ninguna ordenada, todas las estacas habiendo sido colocadas desde un principio en la línea de monumento á monumento.

Lo mismo que en los paralelos los puntos de los monumentos fueron marcados independientemente por las dos secciones, colocándose el monumento en el medio de los dos puntos marcados.

Tabla de los ángulos formados en cada monumento entre el que precede y el que sigue.—Los ángulos están contados de E. á O. pasando por el S.

Números Antiguos.	Números Modernos.	Ángulos.
	127	
XVIII.....	129	179° 56' 50,4"
XVII.....	136	59 44,8
XV.....	141	60 50,8
XIV.....	146	62 18,5
XIII.....	150	56 51,5
XII.....	160	60 33,1
X.....	162	59 14,9
IX.....	168	58 8,5
VI.....	175	150 55 3,1
II.....	204	

Se encontró también el Monumento XVI, que queda, visto de Monumento XVII, 19.7" al Norte de Monumento XV.

Resultados de las observaciones de azimut hechas cerca del monumento extremo del paralelo 31° 20' en la línea azimutal de Sonora, por el que subscribe con un altazimut de 12 pulgadas de "Troughton & Simms."

Estación.	Azimut de la señal.
355,3 metros al Oeste del monumento extremo y á 1,90 m. al Norte de la línea que va de dicho monumento al XVIII.	0 29' 27,78" N. O. 29,06 28,87 27,25 29,48 29,55 29,36 28,48
Promedio	0 29 28,73 ± 0,30"
Ángulo entre la señal azimutal y el Monumento XVIII.....	68° 51' 40,20"
Suma.....	69° 21' 8,90"
Áng.—Est. ⁿ —Ast. ^a —Monumento XVII.—Monumento extremo	1 9,60
Azimut del Monumento XVIII, tomado en monumento extremo	69° 19' 59,30"
Convergencia de Est. ⁿ Ast. ^a á monumento extremo.....	7,30"
Azimut del Monumento XVIII, tomado en Monumento extremo	69° 19' 52,00"

Resultados de las observaciones de azimut hechas en Quitovaquita entre los Monumentos IX y VI de la línea azimutal de Sonora, obtenidos por el que subscribe con un altazimut de 12 pulgadas de "Troughton & Simms."

Estación.	Azimut de la señal.
En la estación de alineamiento J en la línea de Monumento IX á Monumento VI, á 12730 ms. de este último.	1° 19' 55,5" N. E.
	54,6
	60,5
	55,2
	56,8
	58,4
Promedio.....	1 19 57,6 ± 0,73"
Áng. entre Monumento VI y señal azimutal.....	71° 46' 42,9"
Azimut de Monumento VI.....	70° 26' 45,3"
Convergencia de VI á est.....	4 1,9
Azimut de Monumento IX, tomado en Monumento VI.....	250° 30' 47,2"
Ángulo en VI entre IX y Est. ^o M.*.....	179 4 43,9
Azimut de est. ^o M, tomado en Monumento VI.....	71° 29' 3,3" N. O.

*Véase croquis (Nº 1) relativo al trazo de la línea de Monumento II á VI.

Resultados de las observaciones de azimut hechas cerca del Monumento II por el que subscribe con un altazimut de 12 pulgadas de "Troughton & Simms."

Estación.	Azimut de la señal.
En estación de alineamiento N° 26 á 4184 metros del Monumento II.	70 26 9,0 N. O.
	9,4
	13,5
	9,9
	9,7
	13,3
	10,2
	8,8
Promedio.....	70 26 10,5 ± 0,39"
Convergencia de N° 26 á Monumento II.....	1 21,1
Azimut de N° 26, tomado en Monumento II.....	250 27 31,6
N° 26 al Sur de línea II - N.....	8,0
Azimut de N, tomado en Monumento II.....	250 27 34,6

Para la identificación de los monumentos de esta línea é intercalación de otros nuevos entre los antiguos existentes, una línea poligonal fué trazada entre los Monumentos VI en la orilla derecha del Río Colorado y el I del Pacífico. En la fig^a 1 del croquis adjunto (Nº II) la línea llena muestra la trazada sobre el terreno y la línea mixta la que une á los monumentos antiguos. El croquis está construído con una escala de 1/500000 para las abscisas y 1/2000 para las ordenadas. Para hacer ver las inflexiones de la línea trazada en las partes donde fueron más pequeñas, otras dos figuras se han agregado exagerando más las ordenadas.

La recta trazada de la estación 8 á la estación 19 (fig^a 2) fué prolongada á partir del punto 8 por una serie de alineamientos á cortas distancias, como el terreno lo permitía, hechos con el altazimut de 12 pulgadas.

Para los alineamientos y ángulos medidos en el resto de la línea, se empezó un altazimut de "Troughton & Simms" de 8 pulgadas.

Todos los monumentos encontrados fueron referidos á la línea trazada, por medio de sus coordenadas polares, tomadas á partir del punto más próximo.

Entre las estaciones de alineamiento principal, marcadas en el croquis, otros puntos fueron alineados en todos los lugares dominantes de la manera como se hizo en la línea de Sonora. Las medidas fueron hechas con cinta de acero, telémetro ó por triangulación según se juzgó más conveniente. Los monumentos nuevos fueron intercalados en la línea de monumento á monumento antiguo. Al efecto se calcularon las coordenadas de los puntos de inflexión respecto á las rectas que unen dos á dos los monumentos, para reducir en seguida con una simple interpolación por partes proporcionales, la ordenada correspondiente á un punto cualquiera de la línea trazada.

Dos azimutes se observaron en esta línea, uno cerca del Monumento VI y otro frente al Monumento IV para comprobar la línea trazada entre esos puntos.

Los detalles relativos á la manera de practicar las observaciones de azimut, alineamientos y medidas se omiten en esta parte por ser iguales á los descritos al tratar de la línea azimutal de Sonora.

Estación de azimut junto al Monumento VI en una colina cerca de la margen derecha del Río Colorado. Observador, el que subscribe.—Instrumento, altazimut de 12 puls. de "Troughton & Simms."

Estación.	Azimut.
60,0 metros al Oeste del Monumento VI en la línea de este Monumento al antiguo Monumento de la confluencia.	0 59 18,96 N. O.
	20,25
	22,07
	19,31
	Promedio.....
Áng. entre la señal y el Monumento de la Confluencia.....	86° 28' 36,7"
Azimut del Monumento de la Confluencia.....	85° 29' 16,53"
Convergencia de Estación á Monumento de la Confluencia....	1,25
Azimut en Monumento VI, de Monumento de la Confluencia..	85° 29' 17,80" N. E.

Estación de azimut frente al Monumento IV de Río Nuevo. El mismo observador y el mismo instrumento.

Estación.	Azimut.
1,19 ms. Al N. de la estación de alineamiento 19.	85° 4' 48,0 S. O.
	46,8
	42,8
	41,1
	44,4
	44,2
	45,5
	44,9
Promedio	85° 4' 44,7 ± 0,51"
Corrección para tener el azimut de Est ⁿ 16 en Est ⁿ 19	31,62
Azimut en Est ⁿ 19 de Est ⁿ 16	85° 4' 13,08"

Comparación de los azimutes observados en las estaciones anteriores.

Azimut en Monumento VI de la prolongación de la línea de Monumento VI á Monumento de la Confluencia	85° 29' 17,7 "
Corrección para tener el azimut de una paralela á (Est ⁿ 8-Est ⁿ 19)	— 3,85
Azimut en Monumento VI de la paralela á (Est ⁿ 8-Est ⁿ 19)	85° 29' 13,85"
Convergencia de monumento á Est ⁿ 19	25 5,95
Azimut de Est ⁿ 16, tomado en Est ⁿ 19	85° 4' 7,90"
Azimut observado	85 4 13,08
Error de azimut	5,18"

Distancias entre los vértices de la línea poligonal trazada.

Monumento VI — Estación 8	14700 metros
Estación 8 — " 19	58900 "
" 19 — " 10	54864 "
" 10 — " 29	57538 "
" 29 — " 33	15633 "
" 33 — " 2	22483 "
" 2 — Monumento 1	1764 "

Para terminar con lo relativo á las líneas de Sonora y California, vamos á indicar como se obtuvieron los valores finales de los azimutes de las líneas de monumento á monumento, de los antiguos existentes, y sus diferencias de latitud y de longitud; y por la conexión que con esto tiene, diremos como se hizo el ajuste de las distancias á las longitudes astronómicas de los extremos y al azimut de la línea 127-204, deducido de los azimutes observados.

Con el azimut del Monumento 129 (XVIII) en el 127 (extremo del paralelo 31° 20'), los ángulos de las líneas que unen dos á dos los monumentos y las distancias entre éstos, después de ajustadas á las posiciones astronómicas de los extremos (según lo convenido por la Comisión Internacional), se calcularon los azimutes de las líneas de monumento á monumento hasta el 175 (VI). Se comparó en seguida el azimut en éste del 168 (IX), deducido de la observación en Quitovaquita y la diferencia que fué de 25.3" se repartió por partes iguales entre todos los ángulos observados, y con éstos ya corregidos se obtuvieron después los azimutes definitivos. El azimut en 175 del 204 (II) se había ya ajustado con el observado en el último para corregir el alineamiento hecho entre esos dos puntos.

Con los azimutes así obtenidos, que son los que definen la línea, se calcularon luego las diferencias de posiciones astronómicas entre todos los monumentos antiguos.

Las posiciones astronómicas empleadas en el cálculo de la distancia del Monumento 127 al 204 fueron:

$$127 \begin{cases} \varphi = 32^\circ 19' 59.28'' \\ L = 111^\circ 4' 34.31'' \end{cases}$$

$$204 \begin{cases} \varphi' = 32^\circ 29' 1.00'' \\ L' = 114^\circ 46' 48.70'' \end{cases}$$

El azimut en 127 de 204 y la distancia deducida con esos datos son:

$$K = 372830,7m$$

$$Z = 110^\circ 58' 45.8''$$

Con esta distancia y el azimut deducido del trazo que es:

$$Z = 111^\circ 00' 04.4''$$

se obtuvo para 204 la posición siguiente, partiendo de la posición astronómica del 127.

$$204 \begin{cases} \varphi' = 32^\circ 29' 5.12'' \\ L' = 114^\circ 46' 47.00'' \end{cases}$$

La diferencia entre estos resultados de la latitud y la longitud de 204 y las astronómicas, corresponde á la diferencia entre los azimutes dados arriba.

Habiéndose juzgado lo más conveniente no alterar los valores de las longitudes astronómicas ni los de los azimutes observados, se corrigieron las distancias del 127 al 204 por la diferencia de 1.70" entre los dos valores de la longitud de 204, dados antes.

Esta corrección se repartió en seguida proporcionalmente entre las distancias de todos los monumentos. Después con los valores de las distancias así corregidas y los azimutes que ya se tenían, se calcularon las diferencias de latitud y de longitud entre todos los monumentos.

Hechas las operaciones anteriores, se dieron los valores siguientes como longitud definitiva á los monumentos 127 y 204

$$127 \quad L = 111^\circ 4' 34.45''$$

$$204 \quad L' = 114^\circ 46' 48.64''$$

por lo que hubo necesidad de cambiar de nuevo las distancias, pero los cambios habiendo sido muy pequeños no se creyó necesario cambiar las diferencias de latitud.

Por último notaremos que cuando se ajustaron las distancias á las posiciones astronómicas, se adoptó para distancia del monumento 204 al 191, 73519,68m. obtenida por la triangulación de Yuma, ajustándose á ese valor las de los monumentos comprendidos entre ellos; las de los monumentos desde 127 al 191 se ajustaron á la diferencia entre 73519,69m. y 372841,53m. distancia astronómica del 127 al 204 reducida á la línea quebrada de los monumentos; pero en los ajustes posteriores las diferencias se repartieron desde el 127 al 204 proporcionalmente á las distancias.