

CAPITULO II.

De la Aritmética.

Origen de
las mate-
máticas.

Qualquiera que haya sido el primer pueblo ilustrador de la aritmética, ó el Egipto, como creian Platon (a), Ecáteo y Aristágoras (b), ó la Fenicia, como dicen Estrabon (c), Porfirio (d) y Proclo (e), y como parece mas natural atendida la necesidad que tenia de cálculos aritméticos para su comercio, ó bien algun otro pueblo que pueda pretender esta gloria; nosotros ciertamente no tenemos ahora noticia alguna ni del origen de esta ciencia, ni de sus primeros progresos. Solo sabemos que ya en su tiempo observó Aristóteles (f), que casi todas las naciones, con maravillosa uniformidad, se han convenido en reducir el modo de contar á un mismo sistema de nu-
me-

(a) In *Phædro*. (b) Laert. in *Proæm*. (c) Lib. XVI. (d) In *Vit. Pythag*. (e) *Comm. in Eucl.* (f) *Probl. XV*.

meración, y en abrazar casi todas la progresion decupla. Buscando la razon de esto el citado Aristóteles, cree poderse congeturar que haya nacido esta decupla numeracion de empezar á contar, como todos lo hacen comunmente, por los dedos de las manos, los cuales, siendo solo diez, pueden haber dado motivo á esta combinacion (a). A cuyo propósito oportunamente reflexiona Hervás, en su *Aritmética de las naciones* (b), que varios pueblos de América dan el nombre de una mano al número cinco, y de dos al diez; y aun añade para mayor confirmacion, que aquellos poquísimos que cuentan por veintenas, casi todos son salvages, los cuales llevando tambien desnudos los pies, pueden añadir los diez dedos de estos á los de las manos, y formar así la vigesimal numeracion. Lo cierto es que no solo los pueblos conocidos en tiempo de Aristóteles, quien solamente exceptua uno de los trances que no sabia pasar del quatro, sino casi todos los otros descubiertos posteriormente siguen un sistema seme-

I 2

(a) *Ibid.* (b) *Art. I.*

Aritmética
de Pitágoras.

ante de contar. Y esta universalidad puede probar suficientemente no haber sido esta una invención aritmética de Pitágoras, como algunos quieren creer, sino una muy antigua y general tradición, fundada en alguna razón natural, como podría justamente creerse la arriba dicha de Aristóteles. Pero á lo menos Pitágoras ha sido el primero que sepamos haber hecho estudio sobre las diversas combinaciones de los números; y el que, acarreado mucha perfección á toda la matemática, se dedicó singularmente á una parte suya, qual es la aritmética, como leemos en Laercio (a). Y aunque los críticos puedan tener razón para dudar que escribiese de los números, como quieren Malata (b), san Isidoro (c) y Cedreno (d), es sin embargo cierto que enseñó muchas cosas á sus discípulos acerca de esta materia, y que la doctrina de los números toda es pitagórica. No tiene duda que la aritmética de Pitágoras era en gran parte simbólica y misteriosa, y que él se ocupaba demasiado en

(a) In Pythag. XI. (b) Chron. t. I. (c) Orig. III, c. II. (d) Comp. hist. (e) Ibid. (f)

en dar á los números muchos sentidos alegóricos. Meursio (a), siguiendo el exemplo de otros muchos, ha recogido los varios sentidos que á cada número daban los pitagóricos, y ciertamente causa admiración que hombres grandes, como en realidad lo eran Pitágoras y muchos de sus sequaces, pudiesen perderse tras imaginaciones tan vanas. Pero sin embargo el examinar tanto los números, el contemplarlos, el resolverlos, el combinarlos debía producir varias útiles especulaciones; y si fueron vanos aquellos estudios para su soñada teología, sirvieron á la aritmética para descubrir muchas é importantes verdades, que sin tales investigaciones hubieran quedado por mucho tiempo desconocidas y ocultas. Algunos quieren que Pitágoras, venerador de la *tetractys*, ó del número quaternario, contase solo con quatro números, volviendo al uno despues del quatro, como lo hacemos nosotros con el diez. Y en efecto Weigelio (b), Wallis (c) y algunos otros, han procurado ha-

Tetractys
pitagórica.

(a) De denario Pythag. (b) Tetract. Pythag. (c) App. tom. I.

cer todas las cuentas usando solo de quatro números, y formar una aritmética quaternaria, qual creía Weigelio que fuese la pitagórica. Pero por mas ingeniosas y laudables que sean estas combinaciones, no parece que puedan atribuirse fundadamente á Pitágoras, quien, segun todas las memorias que nos quedan de los antiguos, usaba como nosotros de diez números, y encontraba, no solo en los quatro primeros, sino en todos los otros curiosos y particulares misterios. Y si miraba el quaternario con alguna particular consideracion, habrá sido solo porque en los primeros quatro números combinados de diversos modos se pueden encontrar todos los diez, y no porque se quedase en el quarto sin usar de los otros. Si Pitágoras hubiese contado solo con quatro números, ¿podria creerse que Aristóteles no lo hubiese dicho, donde buscando (a) las razones porque todos generalmente usan los diez números, exceptua no mas un pueblo de Tracia, el qual usaba cabalmente solo de quatro, pero por incultura y estupidez? El mismo cita en

(a) Probl. XV.

aquel lugar á los pitagóricos, pero por una razon enteramente contraria, y que supone el modo de contar por diez números. Archítas tarentino, célebre pitagórico, escribió una obra citada por Teon esmirneo con el título *De la decena*, περὶ δέκαδος; y Boecio (a) dice, que por el amor que Pitágoras tenia al número decenario constituyó Archítas pitagórico diez predicamentos. Todo esto prueba suficientemente que Pitágoras no usase solo el número quaternario, sino que siguiese como todos los demas el decenario. Un pasage de Boecio al fin del primer libro de la geometría baxo el título *Euclidis Megarensis. Geometría ab Anitio Severino Boetio translata*, nos refiere la institucion del abaco inventado por los pitagóricos, y ha hecho creer á muchos que estos hubiesen conocido y usado las cifras, y la aritmética arábica. „ Los pitagóricos, dice Boecio, para no engañarse en las multiplicaciones, en las particiones, y en las medidas (así parece que deba entenderse el „ *podismis*), como en todo eran muy ingeniosos.

(a) *Arith.* lib. II, c. XLI.

Abaco pitagórico.

„ niosos, y sutiles, inventaron cierta fór-
 „ mula que en honor de su maestro lla-
 „ maban *Tabla pitagórica*, y que los de-
 „ mas dicen *Abaco*.” Despues de haber
 referido esta tabla, entra á explicar el mo-
 do como la usaban, y dice que tenian cier-
 tos ápices diversamente formados, ó cier-
 tos caractéres, que correspondian á los
 números, y que puestos en diversas líneas
 hacian que resultase mayor, ó menor nú-
 mero. Por esta tabla, y por esta doctri-
 na quieren muchos reconocer entre los
 antiguos las cifras que llamamos arábicas,
 y el uso de la aritmética arábica. En efec-
 to en muchos códices antiguos se ve una
 tabla con las cifras arábicas bastante bien
 expresadas; y la doctrina que del uso de
 aquella tabla deduce Boecio, quieren mu-
 chos que plenamente convenga á nuestro
 modo de contar. ¿Pero es realmente así? y
 de aquella tabla, y de aquel pasage puede
 inferirse claramente el uso de las cifras,
 y de la aritmética arábica? Tres copias di-
 versas he visto de esta tabla, sacadas de tres
 diversos códices antiguos, uno de la Vatica-
 na del siglo X, núm. 3123, otro de la Ot-
 toboniana Vaticana del XIII, núm. 1862,

Cifras nu-
 merales no
 conocidas
 de los pi-
 tagóricos.

y

y el otro de la Barberina del XII, núm. 830,
 y todas tres enteramente diversas del aba-
 co comun, ó de la tabla impresa en la edi-
 cion de Basilea, y tambien todas discre-
 pantes entre sí, y de ningun modo coe-
 rentes con la adjunta doctrina del mismo
 Boecio. Se ven en ellas en la primera lí-
 nea números semejantes á los arábicos;
 pero en las otras no se encuentran mas
 que los romanos, con alguna letra, que
 puede parecer griega, y con ciertos signos,
 que son para nosotros ininteligibles. Los
 números de la primera línea estan acompa-
 ñados de ciertos nombres, como *Igin*, *An-
 dras*, *Ormis*, *Arbas*, *Quimas*, *Caltis*, *Ze-
 nis*, *Zemenias*, *Seelentis*, que en parte son
 árabes, y en parte hebreos, y pueden cre-
 erse alterados por los árabes, pero no tie-
 nen la mas mínima semejanza con los grie-
 gos. El mismo orden, y la colocacion de los
 números de la diestra á la siniestra mani-
 fiesta desde luego un origen oriental. Y to-
 do prueba que la tabla descripta en los có-
 dices de Boecio ciertamente no es de los
 discípulos de Pitágoras, ni aun del mismo
 Boecio, sino introducida posteriormen-
 te por alguno que habia recibido de los

Tom. VII.

K

ára-

árabes, ó de los hebreos sus discípulos, las cifras arábicas. En efecto en otros códices no se ven tales cifras, sino solo los caracteres romanos, como de algunos lo asegura Wallis (a), y como se observa en una tabla semejante que se vé en un códice de la Laurenciana, y contiene, no la obra de Boecio, del que ahora hablamos, sino su pequeña geometría con el título *Liber de Geometria*, pero harto más extensa que la impresa, enriquecida con figuras geométricas, y aumentada con tres libros. Y si al principio del arriba citado códice de la Barberina se juntan á aquellas notas, y á su alterado nombre oriental las correspondientes letras griegas, como me hace observar el célebre abate Marini en un papel suyo, esto no prueba que de las letras griegas se hayan derivado los números arábigos, como han pretendido Huet (b) y algun otro, sino solo que el copiante quiso manifestar su erudicion, haciendo ver que sabia quales eran los signos griegos

(a) In Algo. tom. II, p. III. (b) *Demonst. evang.* prop. IV.

que correspondian á aquellos números; puesto que en todo lo demas de aquella tabla no se hallan usados los caracteres griegos, ni se ven mas que los romanos. Ni puedo comprehender como haya quien quiera decir que la doctrina que se trae de Boecio pueda adaptarse á la aritmética arábica. ¿Como en esta será posible esparcir como polvo aquellas notas en las multiplicaciones, y en las particiones, como él dice que lo hacian los pitagóricos? ¿Que dirémos despues del diligente exâmen que él exige, para saber á que página deben añadirse los dígitos, ó bien sean las unidades, á qual los artículos ó las decenas? ¿Que de aquellos multiplicadores singulares, decenos, centenos, &c. y de sus diversos dígitos y artículos? ¿Que uso podremos nosotros hacer de toda esta doctrina en las multiplicaciones y particiones? ¿Como se puede adaptar una sola línea de todo aquel pasage á nuestro modo de contar? Quanto mas exâmino todas las palabras del texto de Boecio, tanto mas lo encuentro mal entendido de quien quiere reconocer en él la aritmética arábica. En mi concepto es una prueba evidente de no haber ha-

blado de ella Boecio el ver que san Isidoro, que había visto sus obras, dice (a), que las letras entre los griegos componen las palabras, y forman los números, pero jamás dice cosa alguna de las cifras; que Beda erudito aritmético, y versadísimo en las obras de Boecio, habla de los números y de las notas numéricas, pero solo de las siete letras romanas con las sabidas combinaciones, y nada dice de las cifras vulgares, nada del referido pasage, que ciertamente hubiera debido citar, si contuviera una doctrina enteramente diversa de la explicada por él en sus opúsculos aritméticos; y que ninguno en suma de quantos despues de Boecio escribieron de notas romanas y de aritmética, hizo jamas mencion de tales cifras, ni pensó en referir aquel pasage. El ver un número hora *dígito*, hora *artículo*, ó, como explica el mismo Boecio, hora unidad, hora decena, ha preocupado á aquellos escritores, y les ha hecho creer que reconocían en ellos, como en nuestras cifras, el mismo número elevado á decena con la añadidura de un

(a) Orig. lib. I, c. III.

un cero, y á centena con dos. ¡Pero quan diverso es el sentido de Boecio, y quan distante de nuestra práctica la doctrina para nosotros inutilísima, y para los antiguos no muy importante de todo aquel largo pasage! Esta parece solo dirigida á enseñar donde deban ponerse en los diversos multiplicadores y multiplicados las unidades y las decenas, ó los dígitos y los artículos, y que si el 2 por exemplo se multiplica por diez será dígito en las decenas, y artículo en las centenas; pero si se multiplica por ciento, será dígito en las centenas y artículo en los millares, y así en todos los demas; doctrina que tal vez podria contribuir á la inteligencia de la aritmética digital, en que se ocupaban los antiguos, como se ve en Beda (a), y en otros escritores, pero que nada sirve para la doctrina práctica de las multiplicaciones y particiones, ni para el buen uso de la tabla pitagórica, como la explican otros escritores, y como la conocen todos comunmente. Así que parece poderse concluir sin nota de temeridad, que no ha sido bien enten-

(a) De loq. per gest. dig. &c.

tendido de aquellos escritores el pasage de Boecio, ni justamente explicada, ni tal vez entendida del mismo Boecio la tabla pitagórica, á la qual de ningun modo le conviene su adjunta doctrina; lo que no podrá causar mucha admiracion á quien tenga algun conocimiento de las obras de los latinos en estas materias. Pero sea como se fuese por este pasage de Boecio, como por otros de otros escritores, podemos ver, que si los pitagóricos no son los inventores de nuestras cifras, á ellos ciertamente debe referirse la invencion del abaco, que tanto ha servido para las operaciones de la aritmética, y que á Pitágoras, y á los pitagóricos es deudora aquella ciencia de sus mayores progresos. No hablaré de las obras aritméticas de Telauges (a), de Archítas, y de otros pitagóricos, referidas por Fabricio (b), que ciertamente habrán contribuido á hacer mas comunes las luces de aquella ciencia, pero que se han perdido ya. Todavía vemos en Platon, tambien sequaz de la

Griegos
aritméticos.

doc-

(a) Suid. in *Theol.* (b) *Bibl. gr.* lib. II, c. XIII.

doctrina de Pitágoras, en quantas sutiles y útiles combinaciones se habian inter-

nado ya en aquel tiempo las especulaciones de los aritméticos. El célebre árabe Alkindi, que escribió mucho sobre la aritmética, nos dió una obra en particular sobre los números armónicos referidos por Platon en su *Timeo* (a); y este ademas en el *Teeteto* y en otros muchos diálogos hace ver como se poseía entonces la doctrina de las proporciones, y de muchas operaciones numéricas. Tambien Aristóteles, aun en obras donde menos parece que debian esperarse, hace frecuentes alusiones y llamadas á las doctrinas aritméticas, y nos manifiesta con bastante claridad quan conocidas y comunes fuesen ya entonces entre los griegos sus lectores. De todo esto con razon podrá inferirse, que ya entonces daria aquella ciencia digna materia para muchos libros de historia, como en efecto sabemos haber escrito algunos Eudemo y Teofrasto (b). Pero la primera obra que tenemos, realmente digna de llamarse aritmética, se escribió despues de

Eu-

(a) *Arab. phil. bibl.* (b) *Laerz.* in *Theoph.*

Euclides. Eudemo y Teofrasto, y son algunos libros de los elementos de Euclides (c), los cuales versan sobre esta materia, y prueban quanto se hubiese adelantado ya en aquel tiempo esta ciencia, quantas ingeniosas y útiles combinaciones se hubiesen hecho sobre las propiedades de los diversos números, y de las varias proporciones, y de los muchos resultados que se derivan de ellos, y quantas justas y prudentes reglas se hubiesen prescripto para encontrar los números que se buscaban, y contar las cantidades propuestas.

Archimedes.

Archimedes dió poco despues una clara prueba de los progresos de aquella ciencia. Su *Psammite*, ó sea del número de los granos de arena, es un esfuerzo de la aritmética, en que para desengaño de los ignorantes en tales materias, que creian no haber números bastantes para expresar la cantidad de los granos de arena que se encuentran en las playas del mar, prueba que aun quando estuviere lleno de tales granos un espacio mayor que todo el universo.

(a) VII, VIII, IX.

verso entonces conocido, el quinquagesimo término de una progresion decupla ascendente hubiera sobrado para expresar la buscada cantidad. Vigor y solidez de ingenio se requería en Archimides para llegar á tales determinaciones, pero tambien era menester no poco primor y perfeccion del arte para poder conseguir tanta exactitud; y una tan vasta y difícil operacion manifiesta los muchos progresos y adelantamientos que habia hecho ya la aritmética. En este estado de perfeccion del arte procuró Eratóstenes añadirle la facilidad en las operaciones, é inventó un tablero aritmético, mencionado por Nicomaco (a) y por Boecio (b), que con razon puede ser tenido como la primera invencion de la aritmética instrumental. Este tablero es una tabla de números impares, con la añadidura de divisores comunes y compuestos, para distinguir los números primeros y simples, de los segundos y compuestos; operacion ahora comun, y de poca utilidad, pero entonces no poco sublime.

Tom. VII.

L

me,

(a) *Arihm.* (b) *Arithm.* lib. I, c. XVII

me, y siempre muy ingeniosa. A esta invención de Eratóstenes hizo sus anotaciones aun en el siglo pasado Juan Fello obispo de Oxford, como dice Fabricio (a), y mas recientemente trabajó no poco sobre la misma el docto matemático Pell, como se comprehende por una carta de Leibnitz (b); lo que prueba quanta estimacion se hubiese adquirido aquel tablero de Eratóstenes de los justos conocedores de las prendas matemáticas. Pero por grandes que fuesen los méritos en la aritmética de Euclides, de Archímedes y de Eratóstenes, el que obtuvo la mayor celebridad, el que de algun modo es llamado por antonomasia *el aritmético*, no es otro que Nicomaco escritor de tiempo incierto, pero que puede decirse de principios de la era christiana. Los comentarios é ilustraciones de los griegos, las traducciones, compendios, y tambien ampliaciones y explicaciones de los pocos latinos que podian entenderlo, y de los árabes, harto mas inteligentes que los la-

Nicomaco.

(a) *Bibl. gr. lib. IV. c. XXI. §. III.* (b) *Ad Oldemburg, 27. Aug. 1676.* (c) *ibid.* (d)

tinios en tales materias, son una evidente prueba del aprecio en que fueron tenidas de todos las obras aritméticas de Nicomaco. Y á la verdad aunque ahora sea poco importante su doctrina, causa mucho placer el observar el ingenio de los primeros filósofos griegos, que supieron formar tantas y tan graciosas combinaciones de números pares é impares, primeros y segundos, simples y compuestos, perfectos é imperfectos, y tantos otros diversos, producir tantos y tan curiosos números poligonos, encontrar tantas proporciones, y descubrir en todo tan agradables, y tan sutiles y maravillosas propiedades. Mas útil y mas ventajosa para el adelantamiento de la aritmética ha sido la doctrina de Diofante, el Leibnitz, ó el Newton de

Diofante.