

muchas. En cada libro se va internando en investigaciones mas arduas y difíciles; y manifestando en sus doctísimas resoluciones métodos ingeniosos y seguros de explicarlas; y tanto mas debemos lamentarnos de la pérdida de los seis libros que nos faltan, quanto que por los que existen podemos creer fundadamente que se encontrasen en aquellos mucho mas ampliados los confines de la aritmética. Lo cierto es que en ninguno de los antiguos se descubre como en Diofante una libre franqueza, un pleno dominio, y una vista penetrante y segura para volver y revolver á su arbitrio las quèstiones de aquella ciencia. Pero su aritmética es algebráica, y deberemos volver á hablar de ella quando tratemos del álgebra. Despues de Diofante poco mas tenemos en esta materia que un fragmento de Teon esmirneo, el qual mas sirve para entender los escritos de Platon y de los otros antiguos, que para el adelantamiento de la aritmética; y algunos pedazos de los primeros libros de las *Colecciones matemáticas* de Papo, donde doctamente se refieren las doctrinas aritméticas de los antiguos. Así que

que á Pitágoras y á los pitagóricos, á Euclides, á Archímedes, á Erátóstenes, á Nicomaco y á Diofante podemos justamente atribuir toda la doctrina aritmética de los griegos.

Esta misma sirvió tambien para los latinos, quienes no tenían obra alguna aritmética mejor que la de Boecio; y esta, como el mismo confiesa (a), no es otra cosa que la doctrina, y aun la obra misma de Nicomaco, traducida en latin libremente, á veces abreviada, á veces ampliada, como á él mas le place, para darnos la justa intèligencia de la materia; de cuya obra de Nicomaco tenían ya antes los latinos otra traduccion debida al africano Apuleyo. Ni Marciano Capela, ni el verdadero ó supuesto san Agustín, ni Casiodoro, ni san Isidoro, ni otro alguno de aquellos latinos, que para formar su *quadripartito* escribieron tratados de aritmética, merecen ser colocados entre los escritores de aquella ciencia. Solo el célebre Beda á principios del siglo VIII trató de

(a) *Arithm. præf.*

de los números, y del modo de contar, propuso quæstiones numéricas, y las dió solución, y escribió de modo de aquellas materias, que pudo ayudar al estudio del que quisiese aprender este arte, y dar alguna luz á nuestra curiosidad, para conjeturar despues de tantos siglos las operaciones aritméticas de los antiguos. Estos usaban también un arte llamado *datilonomia*, abandonado despues por los modernos, esto es de contar con los dedos, adoptando en vez de caractéres las varias inflexiones y situaciones de ellos, y formando de este modo varios cálculos, de cuyo arte escribió mas distintamente que todos los antiguos el mismo Beda, y despues ha sido seguido por el Nebrisense (a), por Wover (b) y por otros modernos.

Aritmética de los árabes.

Harto mas que á Beda, y que á todos los latinos debe la aritmética á los árabes, únicos poseedores por muchos siglos de los conocimientos matemáticos. Infinitos son los sarracenos que ilustraron con sus escritos estas materias, y se hicieron en ellas

(a) *De digit. supput.* (b) *Polymath.*

ellas singularmente célebres: Gran crédito se adquirió Thebit ben Corrah, y sus obras aritméticas de los números poligonos, y de los que se multiplican hasta el infinito, de la proporcion compuesta, y del epítome de los libros de Nicomaco, eran estudiadas como clásicas y magistrales en aquella ciencia. Abi Abdalla Moamad fue llamado por antonomasia el *aritmético*. Abu Barza obtuvo particularmente el nombre de *calculador*, se distinguió tanto en el conocimiento y ciencia de los números, como en el arte de manejarlos, y en la erudición que pertenece á los mismos; y no solo supo ver las propiedades y las relaciones de los números, sino que también inventó nuevos modos de combinarlos, y enriqueció la aritmética, con nuevas noticias, y nuevos métodos. Nosotros usamos aun en nuestros cálculos la regla de *falsa posición*, llamada también de *elcatalin*, en la qual tomando á nuestro arbitrio un número, y viendo su resultado, se hace despues la regla de tres, y se halla el verdadero número que se busca; y esta regla se debe á los árabes, como el nombre mismo lo manifiesta, y

CO-

como lo atestigua Lucas de Borgo (a), quien siguiendo á Leonardo de Pisa, la trae como invencion arábica, juntamente con algunas otras sobre las mismas materias.

Cifras numéricas venidas á nosotros por los árabes.

Però la mayor obligacion de nuestra aritmética á los sarracenos proviene de la introducion que se les debe de las cifras numerales, y de la manera de usarlas; seria todavía imperfecta y balbuciente la aritmética práctica, sino tuviese la facilidad y el auxilio de tales cifras. Y es de advertir, que no solo se han de considerar en las cifras los signos ó las figuras, sino el facil uso, el expedito manejo, y el claro y seguro método de hacer con ellas las operaciones mas difíciles, lo que hace util, preciosa, é importante su invencion. Lo vasto y abundante de las materias no nos permite texer aquí una breve historia de los signos numéricos de los antiguos, la qual, aunque no importuna para el presente tratado, podria sin embargo parecer mas filológica que matemática; y la tenemos ya formada con bastante extension por Be-

V (a) *Somm. d'Arith. e di Geom.*

veregio (a), y por otros, bien que aun tal vez podria añadirse á sus tratados alguna noticia, y alguna no inutil reflexion.

Pasaremos pues á tratar directamente de las cifras llamadas por nosotros arábicas, que deben interesar mas la curiosidad de los matemáticos. Hemos hablado ya en otra parte sobre este punto con tanta difusion (b), y hemos alegado tantas razones y tantos monumentos, para probar que las cifras han venido de los indios, y por medio de los árabes transmitiéndose á los europeos, que seria inutil el volver á hablar ahora sobre esta materia, si casi al mismo tiempo que se imprime esto no hubieran salido á sostener un origen diverso de aquellas cifras dos célebres escritores, Villoison (c) y Adler (d), y no hubieran sido alabados y seguidos por otros. Todo el fundamento de estos escritores se apoya sobre los argumentos de la *Disertacion matemático-crítica* de un anónimo, impresa en la *Coleccion calogeriana*, Tom. VII. M en

(a) *Arithm. chronol.* lib. I. (b) Tom. II, c. X. (c) *Anecd. gr.* &c. p. 152. &c. (d) *Mus. Cuf. Borg.* p. 37. &c.

en Venecia 1753 (a); y debe causar admiracion que razones tan débiles, y aun á veces falsas, hayan podido inducir á hombres verdaderamente eruditos á una tan decidida aseveracion. En las siglas lapidarias, y en las notas librarias, dice el anónimo que usaban los antiguos aquellas cifras. Sí; pero basta leer á Valerio Probo, y á los muchos antiguos, que por siete ó mas siglos escribieron sobre la interpretacion de las notas romanas, los quales se refieren en la *Coleccion de gramáticos latinos* de Gotofredo; basta leer á Nicolai, Orsato y los otros modernos que explican las siglas lapidarias de los antiguos, para concluir que no puede con razon traerse á este propósito el exemplo de las notas lapidarias y librarias: se usan, sí, las señales 3, 7, 9 y otras de las nuestras numerales para muchos y diversos significados, pero jamas para señalar los números. Antes bien donde se habla de las notas numerales, se traen las acostumbradas letras romanas, con otros signos, que no son mas que alteraciones de aquellas

(a) *Racc. d'Opusc.* &c. tom. XLV III.

llas letras, pero de ningun modo las cifras vulgares; y para poder dar á tales cifras la naturaleza romana se requiere, no la mera apariencia y figura, sino la aplicacion y el uso. Tambien los árabes tenían en su alfabeto ٢٩, en la *nunnacion* 69, y algunas otras letras muy semejantes á las cifras; pero sin embargo nosotros no derivamos de los árabes las cifras numerales por aquella semejanza, sino solo por el uso posterior de la práctica aritmética. Y si el erudito anónimo trae algunas inscripciones, en las quales el 7 parece tomarse por un número, ademas de que todas sufren alguna excepcion con que poder rebatir su autoridad, puede decirse con fundamento no ser aquel signo mas que un V latino malamente formado, segun el uso sobrado comun entre los grabadores de corromper muchos caracteres. Al argumento del uso de tales cifras en las notas romanas añade el anónimo el del conocimiento de las mismas en los antiguos aritméticos; pero con la misma insubsistencia, y sin mayor apariencia de verdad. Cita á Diofante (a), como no ig-

(a) Pag. 70.

norante de tales notas, quando poco antes (a) lo habia citado como quien jamas hubiese tenido de ellas la menor noticia. Cita (b) todos los pasages de la aritmética de Boecio, donde vemos las cifras en los impresos y en los códices recientes, como que estas tienen tanta conexiõn con las operaciones hechas por él, que seria imposible el pretender separarlas; pero quien quiera hacer la prueba de formar las mismas operaciones sin cifras, y con los números romanos, verá quan facil es superar el imaginado imposible. Al pasage de la geometría de Boecio, referido tambien por él, hemos respondido antes suficientemente, y no queremos causar nueva molestia á los lectores repitiendo las cosas dichas una vez. Con mas extension hablaremos ahora de Gerberto, citado tambien con poca oportunidad por el erudito anónimo como conocedor de las cifras numéricas, y como sequaz en esta parte de Boecio, y no de los árabes. ¿Pero es cierto que Gerberto conoció las cifras, y nuestra aritmética? Yo he leído todas las cartas, y las obras matemáticas

(a) Pag. 54. (b) Pag. 47.

impresas de Gerberto, y no descubro en ellas indicio alguno. Las instancias con que el emperador Oton le pide que le enseñe el libro de la aritmética, tal vez podrán hacer creer que Gerberto tuviese una superior á la que entonces se conocia, y esta fuese la arábica. Pero en su respuesta (a) reflexiono, que Oton solo hacia tan vivas instancias porque padecia alguna equivocacion sobre el supuesto valor de los números. El único pasage que suele citarse á este propósito, es la carta CLXI de Gerberto á Constantino, porque en ella dice, que un mismo número hora es simple, hora compuesto, hora dígito, hora artículo. Pero es de observar lo que no veo reflexionado ni por los matemáticos, ni por los críticos, que dicha carta puesta entre las de Gerberto, es cabalmente la misma que se encuentra en las obras de Beda al principio del libro *De numerorum divisione ad Constantinum*. No quiero decidir si deba ponerse entre las obras de Gerberto, ó entre las de Beda; pero sí diré, que si ninguno en tantos siglos ha

(a) Ep. CLIV.

pensado jamas en atribuir á Beda el conocimiento de las cifras por las expresiones de aquella carta, ¿por que se ha de querer dar tanta fuerza á las mismas en la pluma de Gerberto? Hemos dicho antes, hablando del pasage de la geometría de Boecio, de que modo un mismo número es á veces artículo, y á veces dígito, sin que intervengan las cifras: ¿y como podrán estas hacer un número á veces simple, y á veces compuesto, que no lo hagan igualmente los caracteres romanos, y qualquier otros? Aun puede probar mas en este asunto el pasage de Guillermo de Malesbury (a), donde refiere los muchos conocimientos que adquirió Gerberto en España, y pasó á las Galias, uno de los quales era el abaco, arrebatado por él á los sarracenos, con ciertas reglas, que hacian sudar á los abaquistas. Tal vez este abaco, y estas reglas habrán sido las cifras y la aritmética arábica, lo que por otra parte no me atrevo á determinar; pero si es así realmente, ¿quien dudará que estas las adquirió de los árabes, y no de

(a) *Hist. Angl. lib. II.*

de Boecio? Pero él mismo nos dice (a), observa el ánimo (b), que sigue en la aritmética á Boecio, y no á los sarracenos. ¿Como se dexan llevar ciegamente los hombres de la propia opinion, hasta hacer decir á los autores lo que jamas pensaron decir! Gerberto en todo aquel pasage no dice otra cosa sino que la geometría ocupa el tercer lugar en el orden de las matemáticas; pero que él no dará la razón de este orden de las matemáticas, porque Boecio en el principio de su aritmética lo habia explicado ya con bastante claridad. ¿Como pues de este pasage tan distante de nuestro argumento se podía inferir que Gerberto para las cifras numerales *Boethium non vero arabes magistros esse secutum?* No aseguraré que Gerberto conociese y enseñase á los europeos nuestra aritmética, como se dice comunmente; pero diré, que si en realidad fue así, ciertamente la aprendió de los árabes, o de los españoles sus discípulos. No seguiré refutando las equivocaciones y errores en que incurre el anonimo, é hizo

(a) *Geom. in præf.* (b) *Pag. 84.*

incurrir á Villoison y á Adler, que ciega-
mente abrazaron casi todas sus palabras,
y solo diré que con toda justicia pode-
mos dexar á los árabes el mérito de ha-
bernos comunicado las cifras numéricas,
que son tan útiles para las operaciones
aritméticas; y podemos tambien con igual
derecho conservar á los indios el honor
de la invencion de las mismas, que les he-
mos atribuido (a) con la autoridad de los
mismos árabes, de los griegos y de los la-
tinos. Resta finalmente para concluir este
discurso, que podrá parecer sobrado lar-
go, el fixar el tiempo en que empezaron
los árabes á usar de estas cifras.

Epoca de
la intro-
duccion
de estas
cifras en-
tre los ára-
bes.

Adler dice (b), que se quiere comun-
mente que los árabes las tomasen en las
guerras con los indios en el siglo XI; pero
que él cree, por una medalla del museo
borgiano, donde lee las cifras 585 ó 679,
poderse con mucha verisimilitud determi-
nar el tiempo de la introduccion de aque-
llas cifras entre los árabes, y que sea el
año 1189 ó 1280. Si he de decir la ver-
dad,

(a) Tom. II, c. X. (b) *Mus. Cuf. Borgian.*
&c. p. 37.

dad, no sé, ni que comunmente se señale
dicha época en el siglo XI, ni con que
monumentos ó razones pueda hacerse es-
to. Pero sí diré, por lo que mira á la épo-
ca imaginada por Adler en vista de la me-
dalla borgiana, que ni en ella se puede
leer absolutamente lo que él quiere, y en
efecto él mismo está incierto sobre si de-
be leer 585 ó 679, y ciertamente en vis-
ta de la estampa de la moneda, donde pro-
bablemente habrá hecho expresar con mas
claridad lo que en el metal estará mas obs-
curo, no puede leerse ni lo uno, ni lo
otro; ni leyéndose en ella realmente 585
ó 679, corresponderia con exâctitud á
1189 ó 1280, como él dice (a); y aun
quando fuera así, no por ser esta la pri-
mera moneda que él haya visto con las
cifras numéricas, puede servir de prueba
de haber sido aquella la época de la intro-
duccion de tales cifras entre los árabes.
¿Quien no sabe que en las monedas y en
los monumentos públicos se siguen los
usos y las fórmulas establecidas y cons-
tantes, y no se admiten facilmente las no-

Tom. VII.

(a) Pag. 73.

vedades? ¿Quantos siglos no se han usado entre nosotros en los escritos privados las cifras arábicas, sin que jamas se adoptasen en los diplomas, ó en los monumentos públicos? No me atreveré á fixar con precisión el tiempo de la introduccion de tales cifras entre los árabes; pero se podrá conjeturar con alguna probabilidad, que en tiempo de Aroun Raschid, y mucho mas en el de Almamon, quando se emprendian expediciones literarias á la India para adquirir las luces científicas que conservaban los braçmanes; quando se traducían los libros astronómicos y otros de los indios; en suma quando se abrazaba con empeño quanto podia contribuir á la cultura y á la instruccion de los estudios árabes; entoncés cabalmente con la astronomía, y con otros muchos conocimientos filosóficos de los indios adquiriesen tambien su aritmética. Vemos en efecto que Alkindi en el mismo siglo IX escribió ya *De la Aritmética indiana*; que en el siguiente dió Almogetabi un tratado mas difuso *Del Arte de los números indios*, y otro Alkarabisi del *Modo de contar de los indios*; que á principios del XI en-

entró ya el célebre Alhassan á examinar, no solo la mera práctica de aquella aritmética, sino tambien los principios mismos del modo de contar de los indios; que en suma era ya harto común á todos los árabes la aritmética indiana; mucho antes de todas las épocas insinuadas por Adler; y que con razón podremos referir al siglo VIII la introduccion de la misma en aquella docta nacion. De los árabes tomaron los españoles el uso de aquellas cifras; y Terreros en la *Paleografía española* (a), ó Burriel que le suministró los materiales, explicando un escrito del año 1136 de una traduccion de Tolomeo, referido en la lámina XII, dice, que este es uno de los escritos mas antiguos, en que se descubren las cifras arábicas, las quales, añade, se ven en casi todos los escritos matemáticos de aquella edad, pero no en los otros libros ó instrumentos, y ni aun en las mismas cuentas, en que se continuaban usando los números castellanos, que eran los romanos, con poquísima variacion. De los árabes tomó tambien las

Propagacion de las cifras arábicas.

N 2 mis-

mismas cifras Leonardo de Pisa á fines del siglo XII, é hizo docto uso de ellas en su precioso códice, que existe en la Magliabecchiana. De los árabes las recibieron igualmente los griegos; y Máximo Planudes escribió una obra para enseñar el arte de usarlas. En suma toda la Europa debe á los árabes el beneficio de estas cifras, que tan útiles, y aun necesarias han sido para los progresos de la aritmética. ¿Que adelantamientos podía esta hacer sujeta á las embarazosas trabas de los números romanos, impropios, como justamente reflexiona Huet (a), para las operaciones aritméticas? ¿Como podía esperarse, que sin el auxilio de tales cifras llegase jamás á los sublimes cálculos, y á las complicadísimas series, que ahora forman las delicias de los matemáticos? Por falta de estas, dice Vossio (b), no podían los griegos, ni los romanos ser perfectos aritméticos; y si nuestros modernos han llegado á tal perfección, debemos profesar eterno reconocimiento á los árabes, que nos han

(a) Dem. Evang. prop. IV. (b) De sc. math. c. IX. Addenda.

han comunicado el auxilio de aquellas cifras. Solo este mérito de los sarracenos debiera bastar para hacer inmortal su nombre en los anales de la aritmética; pero tuvieron varios otros, y con infinitos escritos, con útiles inventos, y de mil modos diversos ilustraron aquella ciencia. Abdulhamid Abulphadhl, además de un libro de la propiedad de los números, y de una obra de toda la aritmética dividida en seis tomos, escribió un libro de las ingeniosas invenciones aritméticas, donde se ven muchas que son propias de sus nacionales; y él mismo con esta obra hizo á su nación benemérita, no solo de las teorías, sino también de la historia de la aritmética.

Mientras los árabes promovían tan utilmente aquella ciencia, volvieron igualmente los griegos á cultivarla. Escribió Psello de la aritmética en el siglo XI; pero con mucha superficialidad. Escribió en el XIV Berlaamo con mayor profundidad, y Wolfio encuentra los seis libros de su logística harto sublimes, y muy superiores á la inteligencia de los lectores principiantes. Escribió como hemos dicho de

la

Probablemente
de las
cifras
arabes.

Queda
un
griego.

Griegos
modernos
escritores
de arit-
mética.