se ha elevado despues á formar por si misma una ciencia, y ha sojuzgado, por decirlo así, á su principal y señora: la facilidad y expedicion que ofrece para los mas sublimes cálculos, y para las mas dificiles operaciones, ha llamado la atencion de los mas ilustres matemáticos: todas las qüestiones pertenecientes á los números, que antes eran de la inspeccion de la aritmética se han sujetado á la decision del álgebra; esta se ha enriquecido con el caudal mismo de aquella, y aun para mejorar la aritmética se han dirigido al álgebra los estudios de los matemáticos. Nosotros pues dexando á aquella pasarémos á exâminar el origen y los progresos de esta.

CAPITULO III.

Del Algebra.

Origen del álgebra.

El álgebra, mirada primero como un método de la aritmética, y despues como una aritmética de signos aplicables á los números, ó como una aritmética mas universal y abstracta, ha sido finalmente aplicada, no menos que á los números, á las magnitudes, y

y á las quantidades geométricas, y se ha formado una ciencia media entre la aritmética y la geometría, y distinta de una y de otra, ó por mejor decir, que comprehende y abraza á ambas á dos. El nombre de álgebra viene del árabe الجبر que significa *restitucion*, *ó union en un entero*; y por esto creen muchos que deba tomarse de los árabes el origen de una ciencia, á quien ellos han dado el nombre. Pero el álgebra reconoce un origen harto mas antiguo, y trae de la docta Grecia su literaria nobleza. Los árabes mismos se la confirman espontaneamente; y la obra *De los aritméticos* de Diofante es un incontrastable monumento, que prueba mucho á favor de los griegos, para que se les pueda disputar este honor. ¿Pero á que griego deberémos atribuir la gloria de la invencion de aquella ciencia? ¿Fué Diofante el autor del álgebra, ó solo fué ilustrador y propagador de la misma, conocida ya antes, y usada por otros griegos? Algunos creen descubrir en Euclides (*a*) los fun-

Diofante inventor del álgebra.

(*a*) *Elemen.* lib. II, c. IX, prop. VII.

fundamentos del álgebra (a). Pero si he de decir la verdad ni en Euclides, ni en ningun otro griego anterior á Diofante puedo encontrar manifiestos indicios de aquella ciencia, aunque tal vez ahora que tenemos la mente algebráica, nos parecerá alguna rara demostracion suya regulada por sus principios; y Diofante es el primero que nos haya dado á conocer el álgebra, y el único, que yo sepa, que la haya tratado con extension y con maestría. El mismo habla de modo, que parece manifestar con bastante claridad haber sido invencion suya la doctrina propuesta por él, y explicada en su obra. El llama tentativa, prueba, conato suyo la formacion de aquel método para la resolucion de los problemas numéricos: él dice, que este modo suyo parecerá mas difícil y trabajoso por ser aun enteramente desconocido; él expone las palabras de que ha de usar, forma difiniciones, de las cosas que ha de tratar, y explica individualmente las doctrinas preliminares, como el que va á hablar de una

(a) Bettini Appiar. XI, c. II.

una ciencia nueva, y que aun no es conocida de otros. Observo ademas, que ni Diofante en los muchos problemas que se propone y resuelve, cita jamas á ningun otro matemático, que haya buscado la solucion; ni se ve citado por los griegos posteriores otro escritor de esta ciencia anterior á Diofante; ni los árabes, que en esta parte pueden tener tanta autoridad como los mismos griegos que nos han quedado, hablan de otro griego algebrista que Diofante. Y todo esto me induce á concluir, que Diofante haya sido realmente el autor del álgebra, y que por ella deba coronarse de gloria su nombre con el de los mas ilustres griegos, de los mas famosos inventores, y de los mas beneméritos de las ciencias. Ninguna ciencia ha sido perficionada al mismo tiempo que inventada, y no podia el álgebra aspirar á este lisonjero privilegio, ni llegar desde sus principios á una madura perfeccion. La doctrina de Diofante versa solo sobre las equaciones del primer grado; pero sin embargo él manifiesta acá y acullá, que tambien sabia la fórmula para las del segundo; y por mejor decir desde el principio promete (*a*) enseñar despues el modo de resolver los problemas, que parecen pertenecer á las equaciones del segundo grado. Pero sean los que se fuesen los problemas que él se pone á resolver, ciertamente debe causar maravilla la sagacidad y maestría con que los maneja, y la ingeniosa aplicacion que hace del analisis algebráica para su resolucion. El método y el arte de Diofante de evitar los valores irracionales por medio de ciertas equaciones fictas; la destreza en resolver equaciones simples y dobles, y aun mas altas, y otros bellos inventos del griego algebrista, son mirados con respeto por los mas doctos modernos, y juzgados dignos de ser no solo abrazados, sino ilustrados, y llevados á mayor perfeccion con sus doctas fatigas. Hemos perdido muchos libros de Diofante; pero aquellos que se conservan bastan para darnos una ventajosa y gloriosa idea de su agudo ingenio, y de su profundo saber (*). Estos son tambien

los

(*a*) Lib. I. de fini. XI.

(*) Para no interrumpir el hilo de la historia, darémos aquí alguna ligera idea de las palabras y de

los

los únicos monumentos de la doctrina algebráica de los griegos antiguos. La célebre é infeliz Ipacia, acostumbrada á manejar las mas escabrosas espinas de la geometría y del cálculo, era la mas oportuna para ilustrar el álgebra, y las obras de Diofante; y en efecto hizo de ellas un comentario, como sabemos por Suidas (*a*); pero tambien este precioso monumento del álgebra griega se ha perdido mucho tiempo

S 2 ha,

los signos del álgebra de Diofante. El llama (*Defin. II.*) el quadrado *potestad*, ó δύναμις, y lo señala con el δ, añadiendole un υ de este modo δ^{υ}; así el cubo κ^{υ}, el quadri-quadrado $\delta\delta^{\upsilon}$, que es δυναμοδύναμις, y el quadrado cubo $\delta\kappa^{\upsilon}$. El número que no es mas que simple número, ó, como se dice ahora, primera potencia, es llamado *número*, y señalado con el ς'; la unidad con el μ añadiendole un ο, μ^{o}. El *mas* se llama ὕπαρξις, el *menos* λεῖψις; y se señala el *menos* con el ⍖ al reves, ó ↑; pero del *mas* no se ve signo particular. En las ciencias, como en todas las cosas grandes, las mas pequeñas antigüedades interesan mucho la curiosidad de los doctos y verdaderos filósofos: pero lo vasto de la materia no nos permite tratar distintamente cada cosa de por sí.

(*a*) V. Ὑπατία.

ha, y no nos ha quedado vestigio alguno para poder descubrir qual fuese su doctrina.

Arabes cultivadores del álgebra.

Despues de Diofante los árabes son los únicos, que deban llamar nuestra atencion. Algunos como hemos dicho arriba, quieren dar á los árabes la gloria de la invencion del álgebra; y si es cierto, como ingeniosamente dice Fontenelle (*a*), que los descubrimientos pertenecen á quien les da el nombre, ¿de que derecho no podrán gloriarse los árabes sobre aquella ciencia, que en su mismo nombre se manifiesta ya árabiga? Cárdano en efecto no duda asegurar (*b*), que este arte tomó su principio del árabe Moamad, hijo de Moyses, y cita como testigo irrefragable á Leonardo de Pisa. Tartaglia igualmente llama inventor de esta ciencia al citado Moamad (*c*). Otros, llevados solo de la semejanza del nombre, quieren atribuir el origen del álgebra al médico y filósofo Giaber, ó á Geber famoso astrónomo de Sevilla. Wallis (*d*) cree, sí, que el álgebra fue-

(*a*) *Elog.* (*b*) *Artis magn., seu De regul. alg.* cap. I. (*c*) *Pref. all' Euclid.* (*d*) *Algebra.*

fuese ya conocida y explicada por los griegos; pero que sin embargo pueda darse á los árabes la gloria de haberla inventado por sí mismos sin recibirla de la Grecia. Porque si fuese griega el álgebra arábiga, seria griega igualmente la denominacion de las potestades; pero vemos al contrario que el quadrado cubo, que en Diofante no es mas que el quadrado multiplicado por el cubo, entre los árabes es harto mas alto, y es el quadrado del cubo, ó el cubo del quadrado; y de este modo toman los árabes otros nombres en diverso sentido del que tenian entre los griegos: por lo qual no cree Wallis, que los árabes hayan recibido de los griegos aquella ciencia, que tan diversa es entre unos y otros en el significado de las palabras. Por mas fuerza que se le quiera dar á la congetura de Wallis debe ceder á las razones contrarias mas poderosas, y al testimonio mismo de los árabes, mas fuerte en esta parte que todas las razones. Los árabes tomaron de los griegos la aritmética, la geometría, la astronomía, y todas las partes de las matemáticas, ¿y dexarian solo el álgebra, y se tomarian el tra-

trabajo de buscarla por sí mismos, quando la tenian en los libros griegos? ¿Y no será mas poderosa razon para inferir la identidad del origen del álgebra arábiga y de la griega la semejanza de muchos nombres, que la desemejanza de algunos pocos para probar que sean diversas? Tambien Lucas Pacioli, y los otros primeros algebristas europeos tenian ciertos nombres de números *relatos*, *pronicos* y otros, no usados por los griegos, ni por los árabes, y sin embargo no podrá dudarse que su álgebra no sea de origen sarraceno. ¿Pero para que buscar conjeturas quando los mismos árabes atestiguan haberla recibido de los griegos? „ Diofante (se lee en la *Biblioteca* „ *arábiga de los filósofos*) compuso una „ obra muy alabada del arte algebráica, „ que ha sido traducida en árabe; y quan„ tos han escrito despues de álgebra, to„ dos se han elevado sobre los fundamen„ tos de aquel." Del mismo modo habla Abulfarage en su historia, y generalmente todos los árabes confiesan honradamente deber á Diofante y á los griegos esta útil ciencia. Pero si aquellos no dieron el origen al álgebra, le acarrearon ciertamente mu-

chos adelantamientos, y la conduxeron á mayor perfeccion. El primero, segun el testimonio de Cazuineo como dice Casiri (*a*), que enseñó á los árabes aquella ciencia, fué Moamad ben Musa, ó hijo de Moyses, nombre célebre tambien entre los latinos, llamado por los primeros europeos, como hemos dicho, inventor del álgebra, y celebrado particularmente por Cárdano (*b*) como uno de los doce ingenios mas grandes que han venido al mundo. Discípulo de Moamad fué Thabit ben Corrah, el qual no solo escribió de aritmética y de álgebra, sino que dió tambien una obra de problemas algebráicos dignos de comprobarse con demostraciones geométricas. Montucla (*c*) cita un códice de Omar ben Ibraim existente en la biblioteca de Leiden, el qual teniendo el título de *Algebra de las equaciones cúbicas*, manifiesta que los árabes llegaron gloriosamente á las equaciones del tercer grado. Del álgebra escribió tambien en aquellos tiem-

Moamad.

Thabit ben Corrah.

Otros árabes algebristas.

(*a*) *Bibl.* &c. t. I, p. 37. (*b*) *De subt.* lib. XVI. (*c*) *Hist. des Math.* par. II, t. I, §. IX.

tiempos Ahmad Altajeb, discípulo del célebre Alkindi; del álgebra el famoso calculador Ebn Albanna de Granada; del álgebra escribieron Kosein, Jahia, Tejoddin, é infinitos otros, y fué tan universal el deseo de escribir del álgebra, que hasta poemas se compusieron de ella, encontrandose, que yo sepa, uno de Ibn Jasmin, sobre el qual exîsten los comentos en la biblioteca Bodleyana (*a*), y otro de un anónimo en la biblioteca del Escorial (*b*). Nosotros no gozamos ya, ni hacemos caso de las luces algebráicas de los maestros sarracenos: los ulteriores adelantamientos que le han acarreado los modernos analistas nos hacen olvidar los conocimientos arábigos; pero siempre debemos reconocernos obligados á quien nos comunicó las primeras luces, y nos allanó el camino para podernos internar en mas grandes y útiles descubrimientos.

De los árabes pasó á nuestras escuelas la ciencia algebráica; pero no sabemos quienes hayan sido los primeros europeos que

(*a*) Heilbronner *Hist. math.* p. 611.
(*b*) Casir. t. I. p. 379.

Europeos cultivadores del álgebra.

que comunicaron á sus nacionales tan precioso don. Tal vez aquel Josef Español, cuya aritmética apreciaba tanto Gerberto, habrá conocido igualmente la aritmética especiosa, como suele tambien llamarse el álgebra. Tal vez algunos de los muchos libros matemáticos del Archivo de Toledo, en los quales, segun dice Terreros, ó Burriel (*a*), se ven adoptadas las cifras arábigas, habrán tambien tratado el álgebra arábiga. Lo cierto es que allí se veian traducidas en latin algunas obras de Thabit ben Corrah, el qual es mirado como uno de los padres de esta ciencia. Tal vez Gerberto, que tan magistralmente habla de la aritmética, que aprendió en España, habrá comprehendido baxo este nombre el álgebra. Tal vez Juan de Sevilla, tal vez...... ¿Pero de que sirve el ir en busca de inutiles conjeturas, que no pueden darnos luz alguna sobre los progresos de aquel arte? Sean lo que se fuesen aquellos antiguos matemáticos, nosotros no tenemos ya monumento alguno, ni seguro indicio de su álgebra. El primer europeo de quien se hayan

(*a*) *Paleog. esp.* pag. 102.

Leonardo de Pisa.

yan conservado es Leonardo Fibonacci de Pisa, en su obra citada arriba del *Abaco*, en la qual todo el capítulo XV de la parte IX es de reglas y proporciones pertenecientes á geometría, y de qüestiones del álgebra, y de almuchabala, ó *Introductoria àlgebrae, et Almuchabale.* En cuyo largo capítulo, dice Targioni (*a*), se sirve Leonardo de las letras a, b, c, &c. y de otros signos algebráicos. Y aunque en lo poco que he podido leer de aquel códice, ni he visto signos algebráicos, ni creo que las letras a, b, c, &c. se usen para otra cosa que para señalar cantidades geométricas; sin embargo no dudo que él tratase del álgebra con bastante doctrina, segun lo que podia esperarse en aquellos tiempos, y ciertamente merece la veneracion de todos los posteriores, como el primer maestro que se conozca de aquella ciencia. No me atreveré á colocar positivamente entre los algebristas al antes citado Paulo de Dagomari, ó del *Abaco*, porque el llamarlo Villani superior á todos

(*a*) *Relaz. d' Alc. Viag.* &c. tom. II.

dos los otros en las equaciones, y el cantar de él Verino *Velox qui computat omnia signis*, no basta para darle, como quiere el docto Ximenez (*a*), la gloria de algebrista, pudiendo entenderse el dicho de Villani no de las equaciones algebráicas, sino de las astronómicas, como dice la edicion italiana, y el de Verino, no de los signos algebráicos, sino de los numéricos, los quales en efecto son lo que él alaba como traidos del Ganges por este Paulo. Pero sí diré que hácia la mitad del siglo XV eran ya harto comunes los conocimientos algebráicos, no solo en Italia, sino tambien en Alemania, y en otras naciones, puesto que el célebre Regiomontano no solo se sirve utilmente de ellos para resolver varios problemas (*b*), sino que proponiendo una equacion del segundo grado, dice sencillamente, como de cosa nada nueva, y bien conocida, *fiat secundum cognita artis precepta*, como á este propósito observa Montucla (*c*). Esta general propaga-

T 2 cion

(*a*) *Del gnom. fior., Intr.* (*b*) *De triangul.* lib. V. (*c*) *Hist. des Math.* par. III, lib. II, §. I.

cion del álgebra puede tambien deducirse evidentemente de la obra misma de Lucas Paccioli, aunque la primera sobre esta materia que se haya dado á luz; puesto que en ella vemos desde el principio, que no solo era conocida de algun erudito y profundo matemático, sino que hasta del vulgo era distinguida y nombrada con tres nombres diversos, y hora era llamada *arte mayor*, hora *regla de la cosa*, hora *álgebra y almucabala* (*a*); y sus reglas se exponen en el discurso del libro como cosas comunes, y sin ninguna señal de novedad, ni jamas se descubre en el autor expresion alguna de vanagloria, ó de complacencia, como si creyera esparcir nuevas doctrinas aun no conocidas de otros.

Pero sea lo que se fuese de esta general propagacion del álgebra, lo cierto es que la primera obra dada á luz, que contenga esta doctrina, ha sido la sobredicha *Suma de aritmética, geometría, proporciones, y proporcionalidades* de Lucas Paccioli del Borgo de san Sepolcro. Toda la dis-

Lucas Paccioli.

(*a*) Dist. VIII, *Praef.*

distincion octava comprehendida en seis largos tratados versa sobre este arte, llamada por él, qual es en realidad, *muy necesaria á la práctica de la aritmética, y tambien de la geometría*, y explica sus principios y sus reglas, y forma, por decirlo así, un curso harto completo del álgebra, qual se hallaba en su tiempo. El no pasa de las equaciones del segundo grado, y aun para estas no considera mas que tres casos, para los quales da sus reglas, verdaderas sí, pero no bastante generales y completas, que no abrazan las raices negativas, sino solo las positivas. El mérito de Lucas no fué otro que el de haber expuesto á la pública inteligencia los descubrimientos de otros, y no se le puede atribuir la gloria de haber hecho alguno por sí mismo, ni de haber extendido los confines de su arte. Lo hizo poco despues Scipion del Ferro encontrando las equaciones del tercer grado, que Lucas no solo creia, sino que abiertamente aseguraba que no se podian encontrar; invencion que Cárdano ensalza con las mayores alabanzas, y la llama bella y maravillosa, superior á toda humana agudeza, y á las lu-

Scipion.