

lucos de todo ingenio mortal (a). Esta invención comunicada secretamente por Ferro á Antonio María del Fiore, le dió gran facilidad para resolver muchos problemas creídos hasta entonces irresolubles, y le animó á intimar al famoso Tartaglia un desafio aritmético. Entonces Tartaglia estimulado de la emulacion y del deseo de vencer en aquella lid, aguzó su ingenio, é inventó una regla para la resolución de tales problemas, que tenia el mérito de ser mas general, y de comprender muchos casos, á los quales no era aplicable la de Scipion. Era costumbre en aquellos tiempos ocultar los métodos hallados, y tener así un medio para resolver muchas quëstiones, de que carecian los demas. En efecto el arriba citado del Ferro no quiso comunicar mas que á un discípulo suyo muy amado, y aun á este baxo riguroso secreto, su estimable descubrimiento. Así que Cárđano, en la breve historia que texe del álgebra, aunque refiere todos los pasos, y los descubrimientos hechos hasta entonces, no conoce los au-

(a) *Art. magn. cap. I.*

tores de ellos, ni sabe nombrar á otros que al árabe Moamad, y á estos dos coetáneos suyos. Pero Tartaglia era en esta parte mas zeloso que todos los demas; y Nuñez (a) lo acusa particularmente de aquella, por decirlo así, literaria avaricia: y Cárđano refiere que no quiso resolverse á darle parte de su descubrimiento sino sacandosele á pura fuerza, y obligado de repetidas é importunas instancias. Fortuna ha sido para nosotros que la activa y obstinada importunidad de Cárđano llegase á sacarle de la boca el deseado arcano, y que su ambicion de gloria le hiciese superar el escrúpulo de faltar á la palabra de guardar el secreto, y complacerse de comunicarlo al público. Tartaglia era tal vez matemático mas profundo, y de mas agudo ingenio que Cárđano; pero de un estilo y Cárđano. discurso rústico é inculto correspondiente á su vulgar educacion, no pulida con los buenos estudios, y de una índole altiva é inquieta que le conciliaba muchos enemigos; por lo qual si él hubiese publicado sus descubrimientos, como lo hizo despues en

(a) *Lib. de Alg.*

versos bárbaros, ciertamente no hubieran llamado la atención de los matemáticos, y tal vez hubieran quedado sepultados en su misma obscuridad, y en general abandono. Así que Cárđano siendo erudito y culto, si faltó al secreto prometido á Tartaglia, y le causó disgusto, contribuyó por ello mejor á la celebridad del descubrimiento, al provecho de los estudiosos, y á los progresos de las ciencias. El expuso el método de Tartaglia, ó las fórmulas de las equaciones del tercer grado en clara latinidad, y con expresiones fáciles é inteligibles; él encontró las demostraciones en que no había pensado Tartaglia; él amplió y extendió á todos los casos las reglas, que solo eran aplicables á aquellas, en las quales falta el segundo término, lo que entonces no podia hacerse comun á todas; él en suma ilustró y enriqueció con tantas mejoras y aumentos las fórmulas de Tartaglia, que con razon mereció la gloria que le ha concedido la posteridad de dar á aquellas el nombre de *Fórmulas de Cárđano*. Guay, ocupado en las investigaciones del número de las raices, que pueden encontrarse en las equaciones de todos

dos los grados, explica distintamente la doctrina de Cárđano perteneciente á estas raices (a); pero parece que no haya sido bastante cauto en decidir, que así él como el mismo Paccioli ignoraron de todo punto las raices negativas, al paso que en muchas partes de su libro (b) manifestamente hace uso de tales raices. Una observacion, que da mucho honor á la prespiciencia algebráica de Cárđano, es la limitacion que él hace de las reglas de las equaciones del tercer grado, en el caso que la extraccion de la raiz quadrada, que debe entrar en tales equaciones, no sea posible, ó sea como se dice, *imaginaria*. Este es el célebre caso *irreducible*, en el qual se encuentran tres raices sordas; y han sido vanos todos los esfuerzos hechos hasta ahora para expresar estas raices en términos racionales, y no se ha podido señalar una regla general para mudar en reales asignables las magnitudes imaginarias, que presenta la fórmula, y baxo las quales se ocultan

Caso irreducible de las equaciones del tercer grado.

Tom. VII.

V

tan

(a) *Acad. des sc. an. 1741.* (b) *Art. magn. c. III, VII.*

tan las raíces reales de las equaciones. Este caso irreducible ha llamado por mas de dos siglos la atención de los algebristas, y ha sido para el álgebra, lo que la quadratura del círculo para la geometría, ó el escollo en que han naufragado quantos han querido superar aquella dificultad; y es gloria de la agudeza de ingenio de Cárđano el haber encontrado desde el principio un caso tal, y reconocido la insuperable resistencia á todos los esfuerzos de los analistas. Estos méritos de Cárđano han transmitido su nombre con mucho crédito á la posteridad, y le han acarreado el honor de ocupar los pensamientos y los estudios de los matemáticos de todos los tiempos; y no solo Wallis (a), Baker (b) y otros en el siglo pasado, sino que tambien Euler (c) y otros célebres matemáticos del presente, hasta estos días, se han empleado, y se emplean en dar mayor ilustración, y mas extensión á su doctrina, y todos contribuyen á hacer mas y

(a) *Algeb.* (b) *Cardanus promotus.* (c) *Elem. de alg. rest.* IV, ch. XII.

mas ilustre y glorioso en las matemáticas el nombre de Cárđano, que no es muy respetado de los médicos, ni de los filósofos. Para mayor gloria suya tambien su discípulo Luis Ferrari contribuyó mucho al adelantamiento del arte algebráica. El mismo Cárđano dice abiertamente que algunos descubrimientos referidos por él no son suyos, sino de su discípulo Ferrari, y á este particularmente refiere dos demostraciones (a). Atribuyase á Cartesio un *martillo cúbico*, con el qual se resolvian las equaciones quadri-quadradas; pero Leibnitz escribió espontáneamente á Oldemburgo, que esta invención no era de Cartesio, ni de Vieta, sino del siglo antecedente, esto es, de Ferrari, y que este antes que ningun otro enseñó á los algebristas á reducir á equacion cúbica la quadri-quadrada (b). El grande mérito de Ferrari fué encontrar un método para resolver las equaciones del quarto grado; ni Ferro, ni Fiore, ni Tartaglia, ni Cárđano.

Luis Ferrari.

(a) *Art. magn.* cap. VI. (b) *Op.* t. III, *Ep. ad Oldemb.* p. 41, *Ep. ad Wall.* p. 126.

dano, ni ningun otro matemático anterior habian podido llegar jamas á aquellas equaciones, ni los matemáticos posteriores han sabido pasar mas adelante, y encontrar equaciones para los otros grados. Tanto mérito de Ferrari no ha bastado para obtenerle de Wallis, y de Gua un mas elevado y honroso puesto en sus breves historias del álgebra, como correspondia á Bombelli. sus descubrimientos. Suerte mas dichosa le ha cabido á Bombelli, cuyo nombre, como el de Cárđano, se ha hecho célebre con los propios méritos, y con los de otros. Aunque las fórmulas de las equaciones del quarto grado hayan sido realmente hallazgo de Ferrari, son sin embargo mas conocidas baxo el nombre de Bombelli (a), que las expuso con mas claridad, y les dió mayor extension. El mejor que ningun otro desenvolvió y explicó toda la doctrina algebráica; y sus libros de álgebra pueden ser tenidos como el mas completo y perfecto curso de aquella ciencia, que se publicó en todo aquel siglo. El tuvo

(a) V. Euler. *Elem. d' Alg. & al.*

ademas, como Cárđano, el mérito de la invencion. Leibnitz dice, que Bombelli enseñó antes que ningun otro á extraer las raices racionales por los binomios de Cárđano en apariencia imaginarios (a). El fué en efecto harto mas cauto que Cárđano en el exâmen del caso irreducible, y no solo se atrevió á asegurar que la raiz irracional, aunque oculta baxo una forma imaginaria, es siempre posible, sino que demostró de algun modo la posibilidad, y pasó tambien á hacer sus esfuerzos para encontrarla, y lo consiguió en ciertos casos, aunque no pudo dar una regla bastante general. Gua (b) da á Bombelli la gloria de haber sido el primero que ha hablado del cálculo de los radicales, de haber hecho entrar en los cálculos las raices imposibles, y de haber enseñado una regla para la resolucion de las equaciones del quarto grado, en las cuales ha desvanecido el segundo término, que dice será siempre mirada como uno de los principales descubrimientos que se han hecho en las matemáticas, y nos presenta la obra

(a) Ubi supra. (b) Ubi supra.

de Bombelli como una obra muy importante para los progresos de esta ciencia. Así que el álgebra debe mucho á Bombelli, y su nombre ocupará siempre honroso lugar en la historia de las matemáticas. Hasta ahora el álgebra puede ser mirada como una ciencia italiana, aunque conocida y cultivada por las otras naciones. Leonardo de Pisa y Lucas del Borgo, los primeros escritores conocidos de esta ciencia, fueron italianos, como lo fueron tambien Ferro, Fiore, Tartaglia, Cárđano, Ferrari, Bombelli y todos los principales propagadores y promovedores del álgebra. El nombre mismo italiano, que se daba entonces á esta, puede servir de clara prueba de su naturaleza. Si damos á los árabes la gloria de padres del álgebra porque ella tiene el nombre árabe, el oirla llamar con nombre italiano debe dar algun particular derecho á la Italia para ser considerada como maestra y señora suya. El álgebra, aunque llamada tambien *arte mayor*, y *arte magna*, era universalmente intitulada *Ciencia de la cosa*; y no solo los italianos le daban este nombre, sino que el aleman Rudolphs, y su docto edi-

editor Stifels dieron el título *Die coss* á una obra acerca del álgebra, y *cosici* se llamaban tambien en latin los números, y *cosicæ* las raíces hasta en el siglo pasado. Pero sin embargo todas las naciones tuvieron hácia la mitad del siglo XVI sus escritores de álgebra. Además de los alemanes que acabamos de nombrar, Rudolphs y Stifels, habia franceses algebristas bastante célebres, Peletier y Buteon, y aun de este quieren algunos tomar el origen de señalar los números con las letras en las operaciones algebraicas; estaba en España el célebre Nuñez, mas conocido con el nombre de Nonio, de quien fueron abrazados y seguidos algunos métodos, que aun en el siglo pasado se ven referidos por Bachet de Meciriac (*a*), por Dechaes (*b*), y por otros escritores; en Holanda Stevin, conocido y estimado aun posteriormente; y en toda la Europa habia varios estudiosos y cultivadores de aquella ciencia.

Otros algebristas del siglo XVI.

Pero todos, tanto italianos como de Vieta.

otras

(a) In *Diophant.* &c. lib. I, quest. XXXIII.

(b) *Alg.* lib. III.

otras naciones, todos deben ceder el puesto al francés Vieta, desde el qual empieza una nueva época para el álgebra, y puede decirse que para todas las matemáticas. Hasta entonces el álgebra, habiendo estado en manos, aunque de hombres ingeniosos, y doctos aritméticos, pero no bastante finos y delicados geómetras, no habia adquirido un grado de dignidad, que la hiciese ocupar un lugar respetable en la literatura. Vieta la elevó á este honor; en sus manos se formó aquel útil y glorioso instrumento, que ahora lo es de los mas difíciles y arduos descubrimientos, y produjo de este modo una memorable revolucion en las matemáticas, y en casi todas las ciencias naturales. Vieta puede ser tenido como padre de los mas profundos analistas de este siglo; y él en efecto abrió, ó á lo menos señaló todos los caminos que despues corrieron Arriot, Cartesio, Ougtred y los mas famosos autores de los progresos algebráicos. Mérito suyo fué una mas fácil y mas cómoda preparacion de las equaciones, que despues ha sido abrazada por los analistas modernos, imagiando él gran parte de las

las transformaciones que se hacen en las equaciones, y de los usos diversos que se pueden sacar de ellas: mérito suyo un método que él llama *Sincriisis*, para conocer, con el cotejo de dos equaciones diferentes solamente por los signos, la relacion que hay entre cada uno de los coeficientes, que son comunes entre sí, y las raices de una y de otra: mérito suyo la formacion de las equaciones compuestas por sus raices simples, quando son todas positivas; la resolucion numérica de las equaciones á imitacion de las extracciones de las raices numéricas; la construccion ingeniosa de las equaciones del tercer grado por medio de dos medias proporcionales; la descomposicion de las equaciones del quarto grado por las del tercero, y algunos otros hallazgos fueron méritos suyos en la analisis. Pero tal vez no menos que por todas estas ventajas se hizo Vieta acreedor al reconocimiento del álgebra y de la geometría, por el feliz descubrimiento de señalar con las letras del alfabeto las cantidades conocidas y las desconocidas. Este método, ademas de evitar el embarazo de la confusion de los números,

Descubrimientos diversos sobre los signos algebráicos.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA
BASILIO RANGEL FRIAS

ros, tiene la ventaja de ser mas general, dando resoluciones comunes á todos los casos, quando con el otro no se daban mas que para los casos particulares. Qualquiera que tenga práctica de tales cálculos facilmente comprenderá la dificultad y los embarazos, en que deberian poner los números, y la intension de mente que exígerian en las dilatadas operaciones; quando ahora multiplicando, ó substrayendo una letra, añadiendo otra, ó usando casi materialmente algunos caractéres del alfabeto se resuelven con la mayor facilidad los cálculos mas intrincados. ¿Como podrian tener lugar en los números tantos utilísimos métodos inventados por los algebristas posteriores, para executar todos los cálculos en las teorías geométricas? Este método de las letras fué aun reducido á mayor simplicidad por Arriot, el qual usó de los caractéres minusculos, mas fáciles, y mas expeditos que los mayusculos, los colocó de modo que señalasen los productos de las cantidades multiplicadas, escribiendo una inmediatamente despues de otra las letras que expresan los factores, y facilitó mucho las deseadas operaciones. Aun

Descubrió
los
diversos
sobre los
signos al-
gebricos

107

X

Thi-
107

hizo mas en esta parte Cartesio: inventó el señalar las letras que expresan las potestades con el número correspondiente á las veces, que segun el método de Arriot deberian repetirse tales letras, ó, como se dice ahora, con el exponente; y á él debemos tambien la expresion tan necesaria de los polinomios sobreponiendolos en una línea superior, ó, como otros han usado despues, encerrandolos dentro de un parentesis. Tambien otros despues de Arriot y de Cartesio han pensado en la colocacion de las letras, y en la mejora de los signos algebráicos, y han sido tan varios los modos de usar las letras y los signos, que seria una no inutil curiosidad el formar una paleografía del álgebra, y una historia de su estenografía, la qual contribuiria no poco á facilitar la inteligencia de los primeros escritos sobre aquella ciencia, y de los principales maestros de la analisis moderna. Pequeños descubrimientos parecerán estos á quien no tiene práctica de las operaciones algebráicas; pero quien conoce la prontitud, facilidad y seguridad que ellos producen en la aspereza y confusion de los cálculos,

X 2

los,

los, quien sabe la extension de las ideas, la vastedad de las miras, y la profundidad de los conocimientos, que cada uno de ellos requiere para ser establecidos sin peligro de error, y usados con seguridad y utilidad, nunca podrá alabar bastantemente el ingenio del que los ha sabido inventar, ni profesar el debido reconocimiento á los esfuerzos de imaginacion que le han costado. Pero volviendo á los progresos que hizo el álgebra, es cierto que los útiles inventos, y las gloriosas fatigas de Vieta excitaron los estudios de algunos grandes matemáticos á cultivarla con mucho ardor. Mas aunque muchos se adquirieron crédito con sus especulaciones, y acarrearón tambien algun adelantamiento á su ciencia, solo Arriot llegó á emular la gloria de su maestro Vieta. Los franceses y los ingleses no están conformes en el aprecio del mérito algebraico de Arriot. El único paso, dice Gua (a), que propiamente parece haber dado Arriot en la analisis, es el haber empleado las raices

Arriot.

buñnois el scnono conoe la pñonñe-
follid y equidid que ellos produxer

(a) *Acad. des Sc. an. 1741. Recherches, &c.*

negativas en las equaciones del tercero y del quarto grado, y aun en esto lo bacusa de algun error; y Montucla (a), no duda afirmar, que Arriot no tuvo mas que una idea algo clara é individual de dichas raices, y que dice poco mas que Cárđano, quien ya las habia conócido; pero Wallis (b) cuenta este como uno de los gloriosos inventos algebraicos, que debemos á Arriot. A él se debe tambien el método que muchas veces es cómodo y útil en las equaciones, de poner al mismo lado todos los términos, é igualarlos á cero, esto es, de hacer pasar al primer miembro todos los términos que estaban en el segundo, trasponiendo en ellos los signos positivos en negativos, y poner en el otro lado solo $= 0$: lo que en algunos casos hace las equaciones mucho mas claras, mas fáciles, y mas expeditas. Pero el descubrimiento de Arriot, mas apreciable y mas importante para el álgebra, ha sido el observar que todas las equaciones de órdenes supe-

(a) *Hist. par. IV, l. XI.* (b) *Tract. hist. de Algeb.*

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA DE BACIL GANDEL FRIAS

riores son producidas de simples equaciones, de donde se derivan para el adelantamiento de la analisis muchas y utilísimas verdades, que nosotros no podemos explicar aquí. Estos y otros no pocos méritos de Arriot hacen su nombre inmortal en los fastos de la ciencia algebraica, y le ponen al lado de Vieta, y de los mas illustres analistas. Vivian tambien en aquellos tiempos Ougfred, Girard, Anderson y algunos otros, que con sus luces, y con sus especulaciones ilustraban y acrecentaban los conocimientos algebraicos. Entonces obtuvo tambien el álgebra de Diofante mayor esplendor, y mas noble extension.

Otros algebraistas.

Ilustradores del álgebra de Diofante.

Ya en el siglo XIV habia comentado el griego Planudes algunos libros del griego algebraista, que poco ó nada sirvieron para ilustrar su doctrina. En el XVI Xilandro, mas inteligente en la lengua griega que en las matemáticas, tradujo en latin, y comentó como supo los libros que habian quedado de Diofante. Mas célebre en aquel arte Van-Ceulen se adquirió crédito por la particular maestría en la analisis del griego maestro. Stevin hizo una especie de comentarios á las cuestiones

qüestiones de Diofante; unió con frecuencia estas á las suyas propias el arriba nombrado Bombelli; el mismo Vieta adoptó muchas veces los métodos del griego algebraista, y trató á su modo muchos problemas, y algunos otros honraron en aquel tiempo el nombre de Diofante. Pero en el siglo pasado se ve su álgebra elevada al mayor esplendor. Nueva traduccion mas fiel, clara y exácta, nuevos domentos mas doctos y profundos en penetrar el sentido del autor, y mas propios y correspondientes para aclararlo, hizo Bachet de Meciriac á los libros de Diofante; y no contento con esto acarreó tambien nuevas luces, ulteriores adelantamientos, y mayor extension y engrandecimiento á su doctrina. El fué el primero, dice la Grange (a), que encontró un método general para resolver en números enteros todas las equaciones del primer grado de dos ó mas incognitas; y después nadie ha dado otro mas directo, mas general, y mas ingenioso que el de Bachet. Mas que todos adelantó la analisis de Diofante el

Bachet de Meciriac.

Fermat.

Fermat.

conocidos en pocas líneas. Billy ha recogido

(a) *Ac. de Berl. tom XXVI.*

Billy