

consumado geómetra Fermat. Nuevos caminos, y nuevas razones abrió él á su ciencia; dió nuevos métodos para la resolución de las equaciones indeterminadas, superiores á quantos habian ideado los precedentes analistas, de mayor exactitud, mayor extension y generalidad; resolvió problemas á los quales no habian podido llegar ni Bachet, ni Vieta, ni otro algebrista alguno; propuso muchos teoremas nuevos, sublimes, y fecundos de desconocidas é importantes verdades. Las academias de Petersburgo y de Berlin están llenas de memorias de Eulero, de la Grange, de Beguelin y de otros doctos académicos, para demostrar algunas proposiciones de Fermat, para seguir algunas ideas suyas, y para explicar y proponer á los ojos de los matemáticos las riquezas analíticas, que él nos ha dexado sin ostentacion, y esparcidas acá y acullá con descuido: aquellos célebres analistas han creído emplear utilmente sus fatigas ilustrando con dilatados escritos los pensamientos de Fermat propuestos en pocas líneas. Billy ha recogido de varias cartas que le escribió aquel gran-

grande hombre sus nuevos descubrimientos sobre la doctrina analítica (a); y tiene mucha razon para decir que Diofante es un pigmeo comparado con este gigante; que Vieta no llegó á tocar la cima de esta ciencia, donde tan tranquilamente reposaba Fermat, y que Bachet por mas que fuese en esta parte perspicaz y agudo, parecia tardo y confuso cotejado con este lince. Además de Bachet y Fermat estaba Frenicle, que apasionado en extremo, como hemos dicho antes, á todo lo que mira á questões numéricas, contribuyó mucho á aumentar las luces de la doctrina de Diofante, é inventó nuevos métodos: estaba Pell, algebrista inglés, alabado en esta parte por Leibnitz (b): estaba el poco ha citado Billy, que en su *Diofante redivivo*, y en otras obras suyas trató questões mucho mas arduas que las de Diofante, é ilustró su doctrina: estaba Ozanam, que tenia preparada una nueva edicion, y nueva ilustracion del griego algebrista, trataba acá y acullá

Tom. VII. Y. n. m. o. b. e. s. s. a. m. u.

(a) *Doctr. analyt. Inv. novum*, &c. Edit. Tolos. *Oper. Diophanti* 1670. (b) *Comm. epist.* p. 65.

BIBLIOTECA UNIVERSITARIA  
BACIL GANDEL FRIAS

muchas cuestiones no tocadas por Diofante, ni por Bachet, y le añadía un libro lleno de cuestiones *paralipomenas*, como escribe con muchos elogios de esta obra Leibnitz (a); y estaban otros, que cultivaban la análisis de Diofante. De este modo se veian generalmente florecer en el siglo pasado todos los ramos del álgebra; y todas las partes de aquella ciencia, que podía decirse nacida pocos años antes, eran ennoblecidas y aumentadas con las fatigas de ilustres ingenios.

Pero por grandes y agudos algebristas que fuesen Arriot, Ougtred, Bachet, Fermat y otros coetáneos suyos, es preciso que todos cedan la gloria al inventor

Cartesio.

Cartesio. Este genio creador no se contentaba con trabajar en los inventos de otros, queria siempre crear por sí: y si alguna vez no podia levantar sólidas fábricas, se divertía con hacer castillos en el ayre, los quales sin embargo servian para albergar muchas útiles verdades, y para destruir y derribar muchos errores entonces dominantes. Casi no hay ciencia

(a) *Oper. t. II. ep. II. ad Oldem. p. 29 & 30.*

cia alguna que no deba á Cartesio algun grado de perfeccion; pero el álgebra y la geometría fueron los campos donde cogió los mas sazonados frutos, y donde se adquirió la mas sólida gloria. Ademas de la expresion de los polinomos, y los signos de las potestades, ó de los exponentes, como hemos dicho arriba, debemos á él los primeros elementares del cálculo de las potestades, que es tan útil, y aun necesario para las operaciones analíticas. Si los anteriores algebristas, singularmente Arriot y Girard, habian conocido las raices negativas, Cartesio fué el primero que hizo de ellas el verdadero uso, y nos dió una justa idea de la naturaleza, y de las ventajas de tales raices. El ademas enseñó á conocer solo por la vista de los signos quantas sean las raices positivas, y quantas las negativas en qualquier equacion que no tenga imaginarias; descubrimiento que su ilustrador Gua, que tanto ha trabajado sobre las raices de las equaciones, prueba á la larga deberse enteramente á Cartesio (a), y no á este, y á Arriot,

(a) *Ac. des Sc. an. 1741. Demonstration de la regle de Descartes, &c.*

riot, como pretendia Wallis, y como creian Wolfio y Saunderson. El ha sido tambien el primero que haya dado los medios para encontrar los límites de las raices de las equaciones, que no pueden resolverse exâctamente. El nombre solo de *análisis cartesiana* dado al método de las indeterminadas para las equaciones del quarto grado, usado aun al presente, puede servir de claro testimonio del mérito de Cartesio en esta parte, y de las ventajas que de aquel método suyo resultan á las matemáticas; pero el nombre de *álgebra cartesiana*, aplicado generalmente á la análisis de las cantidades finitas, nos manifiesta aun con mas gloria suya; quanta preeminencia y superioridad, y quanto dominio, por decirlo así, tuviese sobre toda el álgebra conocida antes de la invencion del cálculo infinitesimal. En efecto ¿que sublime y atrevido vuelo no le hizo él tomar manejandola á su modo? ¿Que revoluciones no produjo en todas las matemáticas aplicando el álgebra á la geometría? En los anteriores algebristas se habia visto ya alguna ligera aplicacion de una á otra de estas ciencias. La obra antes citada

Aplicacion del álgebra á la geometría.

de

de Thabit ben Corrah, de problemas algebraicos dignos de comprobarse con demostraciones geométricas, y los exemplos de líneas ó figuras geométricas, que Leonardo de Pisa usa en su capítulo del álgebra, y otros aun mas decisivos de Regiomontano, de Tartaglia, y de otros analistas del siglo XVI, me parecen una prueba bastante clara de quan antigua sea alguna union de aquellas dos ciencias. Pero estos no hacian dicha aplicacion, sino señalando á las líneas dadas valores numéricos, y encontrando la buscada del mismo modo. Vienta habiendo introducido el uso de las letras para representar las cantidades conocidas, y las desconocidas, pudo tambien hacer una mejor aplicacion del álgebra á la geometría, y formar con ella alguna geométrica construccion. Pero todos estos no eran mas que pequeños ensayos de imperfecta aplicacion del álgebra á los problemas ordinarios, los quales aun sin tales cálculos se hubieran resuelto con la misma facilidad. Cartesio reduxo á arte esta aplicacion, formó el método, dió las reglas, y explicó el artificio: de la pequeña expresion de líneas rectas la elevó á las di-

dificiles teorías de la geometría de las curvas, é hizo una sublime y utilísima ciencia de la que no era mas que una reducida, poco usada, y casi inutil práctica. La geometría y el álgebra han recibido mutuamente de esta union notables adelantamientos; el álgebra se ha ennoblecido pasando de las expresiones numéricas á las demostraciones geométricas, la geometría ha adquirido mayor facilidad y señorío, pudiendo manifestar las propiedades de las curvas sin el embarazo de líneas paralelas, y formar con vna expresion algebráica un quadro mas suelto y mas enérgico, que presenta muchos auxilios para sacar por las mas fáciles propiedades las mas difíciles é intrincadas. Los muchos y grandes adelantamientos del álgebra y de la geometría, que debemos á Cartesio por esta aplicacion, han hecho mudar de aspecto á aquellas ciencias, y dan al autor el honor de glorioso conquistador del reyno de las matemáticas. La geometría de Cartesio ha tenido la suerte de las obras originales, de encontrar hombres grandes que la ilustrasen, y que auxiliados de sus luces produxesen ellos

ellos mismos descubrimientos originales. Tal fué Beaune, quien ademas de las doctas y claras anotaciones á la obra de Cartesio, se adquirió distinguido crédito en el álgebra por su teoría de los límites de las equaciones, esto es, la determinacion de los dos números, entre los cuales se encuentran la mas grande y la mas chica de las raices buscadas, con que se reducen con frecuencia á un pequeño número los divisores que se han de probar, y se minorá mucho el trabajo de buscarlos; método que despues fué abrazado y aumentado por Newton (a): tal fué Hudde, que se distinguió por la reduccion de las equaciones, y por el método de los máximos, y de los mínimos (b): tal Schooten, docto comentador, y diligente explicador de la obra de Cartesio con sus propias ilustraciones y con las de otros, y autor de un tratado lleno de nuevas ideas del mo-

(a) *Florimondi de Beaune Tract. posth. alter. de nat. & const. alter. de limit. equationum.*

(b) *Joan. Huddenii epist. I. De reduct. equ., ep. II, De maj. & min.*

do de formar las demostraciones geométricas con el cálculo algebráico (a): tal Sluse, inventor de un método de formar qualquier equacion sólida de infinitas maneras diversas, no solo por medio del círculo y de la parábola, como hacia Cartesio, sino de qualquier otra seccion cónica (b): tal Craig, tal Witt, tal Rabuel, tal Jacobo Bernoulli, y otros muchos célebres géometras.

Despues de los adelantamientos que Cartesio y sus sequaces acarrearón al álgebra, parecia que nada quedase que hacer á los posteriores analistas; pero eran muy grandes y sublimes los ingenios, que entonces se dedicaron á aquella ciencia, para que pudiesen quedar esteriles y ociosos sin ocasionarle ulteriores mejoras. ¿Con quantos nuevos descubrimientos no supo

Wallis.

enriquecerla Wallis en su álgebra, y mucho mas en su fecundísima *aritmética de los infinitos*? Brounker, Barrow, Mercator, y algunos otros en el siglo pasado acre-

(a) *Tract. De concinn. Demonstr. geom. ex calc. algebr.* (b) *Mesolab. seu duæ med. &c.*

centaron mas y mas sus riquezas. Pero entre tanta copia de profundos analistas, no solo de Inglaterra, sino de todas las otras naciones, es preciso mirar como príncipe de todos al incomparable Newton. Newton. ¿Quan ventajosas no han sido para el álgebra sus bellas y elegantes reglas para conocer los casos en que las equaciones pueden tener divisores racionales, y qué polinomios pueden en aquellos casos ser los divisores; para determinar de un nuevo y mas justo modo los límites de las equaciones, lo que no habia hecho Beaune; para la aplicacion de las fracciones al cálculo de los exponentes; para reducir las expresiones fraccionarias ó irracionales en series infinitas; su excelente método de aproximacion para determinar quanto mas próximamente se pueda las raices de las equaciones; el famoso teorema, que se llama del binomio, y es la fórmula astindia.I general de expresar dos cantidades multiplicadas en sí mismas; la aplicacion de todos estos inventos analíticos á la quadratura, y á la rectificacion de las curvas; y á los mas arduos problemas geométricos; y otros mil útiles y gloriosos hallazgos

gos suyos para adelantar todas las partes, tanto del álgebra pura, como de la mixta, expuestos en su tratado de la *analysis* para *equaciones infinitas*, en su *Aritmética universal*, y en otros breves, pero completos, xugosos y profundos escritos, que son el mas autorizado código de las verdades matemáticas, venerable y sacrosanto para los estudiosos de estas ciencias? Pero sin embargo tantos y tan distinguidos méritos de Newton en las doctrinas matemáticas desaparecen de algun modo á la vista de su luminoso descubrimiento del cálculo de las fluxiones, conocido comunmente con el nombre de *cálculo infinitesimal*, del qual hablaremos despues con mas extension; pero todo prueba evidentemente quan vasta y sublime fuese el alma de aquel grande hombre, superior á las mentes mas elevadas de los otros mortales. Al mismo tiempo que el algebrista inglés, ilustraba el arte analítica el alemán Leibnitz, el único ingenio que pueda entrar con él en competencia. Casi igualmente profundo que Newton, era harto mas universal y extenso en sus conocimientos. Filósofo, jurisperito, an-

Leibnitz.

tiquario, histórico, filólogo y matemático, no dexaba parte alguna de las ciencias que no ilustrase con las meditaciones de su ingenio, y en cada una de ellas se hacia respetar singularmente como un portento de erudicion. Pero viniendo á nuestro propósito del álgebra, en esta particularmente se hizo admirar su genio creador. Dexo aparte el hallazgo de un nuevo género de equaciones, llamadas por él *exponenciales* (a); dexo el método general é infalible, que él dice haber descubierto para encontrar las raices de todas las equaciones (b); dexo su ingenioso método para el caso irreducible; dexo sus sutiles especulaciones sobre la naturaleza de los logaritmos de las cantidades negativas, combatidas por Bernoulli, pero abrazadas por Eutero; dexo otros muchos descubrimientos algebráicos propuestos frèquentemente por él á la contemplacion de los matemáticos, aunque raras veces bastante explicados é ilustrados; y paso

Z 2

(a) Ep. ad Oldemb. opp. tom. III, pag. 106.  
(b) *Comm. ep.* p. 66.

solo á la nobilísima invencion del cálculo infinitesimal, que lo elevó sobre dos otros analistas, y lo puso á nivel con el gran Newton.

Cálculo  
infinitesimal.

El álgebra cartesiana no miraba mas que la analisis finita de las magnitudes curvilíneas; y para penetrar mas intimamente en los arcanos de la geometría, y despues de las otras ciencias, se requería una analisis mas sutil, que conduxese hasta los verdaderos principios de las líneas curvas, y tomase por mira sus pequenísimos é infinitésimos elementos. Estos infinitésimos tienen entre sí relaciones, que no tienen las magnitudes finitas, de las quales ellos son elementos; y cabalmente por estas particulares relaciones conducen á descubrir magnitudes semejantes, y hacen su analisis tan útil y tan fecunda de descubrimientos geométricos. El encontrar estas infinitésimas magnitudes, el calcular sus mutuas relaciones, operar sobre ellas, y descubrir por su medio otras magnitudes finitas es el objeto de la analisis infinitesimal, que ha producido en este siglo tan notables revoluciones en las ciencias; y esta analisis es la que baxo aspectos diver-

versos fué descubierta por Newton, y por Leibnitz. Es una curiosa y extraña combinacion, que no solo á un mismo tiempo viniesen al mundo dos ingenios tan profundos y maravillosos como Newton y Leibnitz, sino que ambos á dos en un mismo tiempo se dedicasen á un tan grande descubrimiento, y que ambos á dos por diversos caminos llegasen á encontrarlo con la misma felicidad. Como las afecciones de las curvas se conocen refiriendolas á las *variables* á ellas anexas y ordenadas, Newton y Leibnitz se ponen á exâminar las instantaneas variaciones, y los insensibles incrementos y decrementos, que en estas se producen, buscan sus relaciones, las manejan algebricamente, y forman las leyes de su cálculo. Leibnitz da á estos insensibles incrementos y decrementos el nombre de *diferencias infinitésimas*; y las considera como magnitudes infinitésimas, que pueden ser tenidas como ningunas respecto á las magnitudes finitas, y se pueden omitir en el cálculo sin peligro de error; y aun hace infinitésimos de infinitésimos de mas y mas órdenes inferiores, los quales tambien pueden omitir-

tirse al calcular los infinitesimos de órdenes superiores. Newton, sin introducir la idea de partes infinitas ni infinitesimas, considera las cantidades matemáticas como engendradas con el movimiento, llama *fluxianos* las velocidades variables, con que son producidas ó descritas aquellas cantidades, busca las relaciones de estas fluxiones, y forma mas y mas órdenes de ellas. El método de las fluxiones es el mismo que el de los infinitesimos; pero apoyado á principios exâctos, sin necesidad de la ficcion hipotética de las partes infinitesimas. Las diferencias del uno son las fluxiones del otro; las diferencias infinitesimas se señalan con la letra *d*, y *dx* es la diferencia de *x*, y los infinitesimos de órdenes inferiores se señalan repitiendo la letra *d*, y así *ddx*, *d<sup>3</sup>x*, *d<sup>4</sup>x*, &c. son infinitesimos de 2.<sup>o</sup> 3.<sup>o</sup> 4.<sup>o</sup> orden; las fluxiones se señalan con un punto, y  $\dot{x}$  es la fluxion de *x*, y  $\ddot{x}$ ,  $\dot{\dot{x}}$ ,  $\ddot{\dot{x}}$ , son fluxiones de 2.<sup>o</sup> 3.<sup>o</sup> 4.<sup>o</sup> orden, &c. uno desprecia en el cálculo ciertas partes de un elemento, porque las considera como infinitesimas, y las partes infinitesimas en una magnitud finita pueden des-

pre-

preciarse sin peligro de error: el otro no las considera en su cálculo, porque cree que no le pertenecen; el resultado es el mismo, aunque en el uno, y en el otro provenga de razones diversas, como si un hombre, segun el exemplo de Maclaurin (*a*), que forma una cuenta, y pretende llevar la exâctitud hasta lo sumo, omite ciertos artículos como de ninguna importancia, quando el otro los dexa por no pertenecer á aquella cuenta. El cálculo infinitesimal se suele también llamar cálculo diferencial; pero realmente se divide en cálculo diferencial, é integral. El integral se opone al diferencial, y es una continuacion del mismo como dice Fontenelle (*b*): el diferencial descende del finito al infinitesimo, y el integral asciende del infinitesimo al finito, el uno, por decirlo así, descompone una magnitud, el otro la restablece. Hay tambien igualmente en el cálculo de las fluxiones el método directo, y el método inverso; aquel

Disputa  
le sobre  
cálculo  
infinitesimal  
1801

No podemos seguir la historia de  
este cálculo que interese la cu-

(*a*) *Traité des flux. Préface.* (*b*) *Hist. de l'Ac. des Sc. an. 1700. Sur la Quadr. &c.*

corresponde al cálculo diferencial, este al integral. Y así en todo convienen sustancialmente el cálculo leibnitziano, y el newtoniano: el método de los infinitésimos, y el de las fluxiones. Leibnitz fué el primero que participó al público su método, y dió de él una ligera noticia en las Actas de Lipsia (a); lo siguieron con mucho empeño los dos célebres hermanos Bernoullis, y despues toda la Europa abrazó el nombre y el método del cálculo infinitesimal ó diferencial, y solo los ingleses usaron el nombre y el método del cálculo de las fluxiones. Estos quisieron tambien conservar para su Newton toda entera la gloria del descubrimiento, sin dexarle parte alguna á Leibnitz; y primero Facio, y despues de algunos años Keil con mas dureza le acusaron de plagiarlo; y la real Sociedad de Londres, que de algun modo se erigió por juez de esta causa, sino se atrevió á condenarle como reo, tampoco quiso absolverle de esta acusacion. No podemos seguir la historia de esta famosa disputa, que interesaba la curio-

Disputas  
sobre el  
cálculo in-  
finitesimal.

(a) 1684.

riosidad no solo de Inglaterra y de Alemania, sino de toda la culta Europa; pero puede verse referida brevemente por Fontenelle (a), expuesta individualmente por Jaucourt (b), é ilustrada con mayor profundidad de crítica y de doctrina por el juicioso y docto Montucla (c). Diré unicamente, que como no puede negarse que Newton encontró por sí mismo su método sin auxilio alguno, y antes de tener noticia del de Leibnitz, tampoco puede decirse que Leibnitz haya formado el suyo con la guia de las luces de Newton; y confieso que leyendo la correspondencia epistolar de Leibnitz sobre estos puntos con Oldenburg, con Collins, con Wallis, y con el mismo Newton, se me desvanece toda sombra que pueda nacer de sospecha contra la verdad del descubrimiento de Leibnitz; y diré tambien que excepto Buffon traductor de Newton, y algun otro afecto por motivos particulares al partido inglés, todo el resto de la república ma-

Tom. VII.

Aa

te-

(a) *Eloge de Leibnitz.* (b) *Vit. Leibnitz.*

(c) *Hist. des Math.* t. II, p. IV, lib. VI.