

temática concede, sí, á boca llena á Newton todo el honor del descubrimiento, pero lo confiere tambien entero é intacto á Leibnitz. Otra disputa se movió tambien contra el nuevo cálculo, que solo tocaba á Leibnitz, sin herir ni en un ápice á Newton. Esta versaba sobre la introduccion de los infinitos y de los infinitésimos en la geometría, que se consideraba como un abuso intolerable, y un error perjudicial á la exâctitud y verdad geométrica. El mas fuerte y mas aguerrido adversario que encontró este cálculo, fué el célebre algebraista Rolle. Este despreciaba enteramente las cantidades infinitésimas, y rebatía su cálculo como falto de certeza rigurosa en los principios, como capaz únicamente de inducir á error en vez de conducir á la verdad, y como contrario á los conocidos y recibidos métodos de los géometras magistrales. Pero sin embargo reflexionando, que todas las verdades que se encuentran con la ordinaria geometría, se presentan igualmente, y aun con mucha mayor facilidad con el auxilio del cálculo diferencial, que en todo un siglo en que los géometras lo han usado en toda suerte

te de investigaciones, jamas se ha encontrado falto, y que antes bien apenas hay descubrimiento alguno hecho por su medio, que no haya sido confirmado por otros caminos diversos, es preciso concluir que son seguros y exâctos sus principios, y coherentes con los métodos de la mas exâcta geometría. Otra acusacion hacia al nuevo cálculo Niewentit, impugnador harto menos fuerte que Rolle. Admitia él de mala gana, pero sin embargo soportaba, las cantidades infinitésimas; mas no podia sufrir que admitidas tales cantidades se quisiesen admitir otras menores y menores, y se formasen mas y mas órdenes de infinitésimos, no pudiendo haber nada mas pequeño que lo que es infinitamente pequeño. Pero si se admiten los infinitésimos de primer orden, es preciso por consecuencia necesaria admitir todos los otros; y si en un círculo se toma un arco infinitésimo del primer orden, lo serán igualmente la cuerda y el seno recto, pero el seno verso correspondiente será infinitésimo del segundo, y así de todos los otros. No merecian mucha atencion las objeciones de Niewentit; pero sin em-

bargo tuvieron respuesta del mismo Leibnitz, y Bernoulli y Erman lo aterraron enteramente. Mayor estrépito causaron las oposiciones de Rolle; pero fueron tambien victoriosamente rebatidas por Varignon, y por Saurin. En la Academia de las ciencias de Paris empezaron con este siglo las vivas y ardientes disputas del cálculo diferencial, y el descubrimiento de Leibnitz ocupaba las meditaciones y los juicios de los dos cuerpos literarios mas respetables que habia sobre la tierra, la Academia de las ciencias de Paris, y la real Sociedad de Londres. Esta admitia la verdad del cálculo, pero disputaba á Leibnitz la gloria del descubrimiento: aquella omitia las disputas de precedencia, y examinaba solo la verdad. Quedó finalmente triunfante el cálculo infinitesimal, y el mismo secretario de la Academia, el elegante é ingenioso Fontenelle, esparciendo las flores de su brillante estilo sobre la aridez de estas materias, contribuyó no poco á establecerlo, y hacerlo universal (a). Pero sin embargo muchos doc-

tos  
 (a) *El. de la Geom. de l'Infin.*

tos géómetras posteriores, que no contentos con seguir la parte técnica de este cálculo, han querido entrar á exâminar la metafísica, han admitido, sí, los nombres de infinitos, y de infinitésimos, pero no han admitido la realidad, ni reconocido por verdaderos los infinitos geométricos diversos de los metafísicos; y Maclaurin se pone tambien á responder á las especiosas razones de Fontenelle, y rebate severamente toda la idea de los infinitos, y de sus infinitas especies (a). El método de las fluxiones de Newton, aunque no presentase el flanco de los infinitos é infinitésimos, estuvo sin embargo sujeto á fuertes impugnaciones. El estilo conciso con que lo expuso Newton dexó lugar á falsas interpretaciones, y dió algun no infundado título para poderlo atacar; y el método de las fluxiones fué acusado como lleno de misterios, y como fundado sobre falsos raciocinios. Robin, Colson y algunos otros tomaron luego la defensa del método newtoniano; pero mas que todos Maclaurin explicó con tanta extension y eviden-

cia  
 (a) *Traité des Flux. Introd.*

cia todos los elementos , y los apo yó sobre principios tan sólidos é incontrastables , que concluyó ser aquel método tan exácto y ajustado como pueda serlo el mas severo de los antiguos géometras (a). Causin sin embargo encuentra aun motivo para reir en aquellos principios del cálculo , tanto de Newton , como de Maclaurin , porque introducen el movimiento en el álgebra , y en la geometría , y así añaden una idea enteramente extraña para ellos , y que no tiene la sencillez que estas ciencias exígen (b). Nosotros dexamos para los matemáticos la decision sobre la fuerza de esta objecion , que fué de algun modo prevista por el mismo Maclaurin (c). D' Alembert , para evitar los escrúpulos que pueden ocurrir á los mas severos géometras sobre el cálculo infinitesimal , procura explicar claramente su metafísica , y aunque sigue usando por brevedad las palabras de infinitos , y de infinitésimos , prueba sin embargo que el

(a) *Traité des Flux.* (b) *Leçons de Calcul,* &c. *Disc. prél.* (c) *Ibi.* t. I, *Elem. de la Méth.* &c.

nuevo cálculo no tiene necesidad de tales cantidades , y que solo consiste „ en de „ terminar algebráicamente el límite de „ una relacion , de la qual se tiene ya la „ expresion en líneas , y en igualar estos „ dos límites , lo que hacen encontrar una „ de las líneas que se buscan (a).” Esta metafísica de d' Alembert ha sido posteriormente explicada con mas extension y claridad por Cousin (b), que la reduce al método de los límites de los antiguos , y se vale de sus principios para la mayor ilustracion de todo el cálculo infinitesimal. Pero sea lo que se fuese de lo justo de las nociones , y de lo exácto de los principios metafísicos del cálculo newtoniano , y del leibnitziano , podemos decir con verdad que este ha sido mas útil y ventajoso para los progresos de la geometría. El cálculo de las fluxiones fué harto mas fecundo en las manos de Newton , que el diferencial en las de Leibnitz; pero aquel quedó casi sepultado en Inglaterra , mientras este se esparció gloriosamente por

(a) *Encycl. V. Calcul différentiel.*

(b) *Disc. prél. & ch. II.*

toda la Europa. Apenas Leibnitz propuso en las Actas de Lipsia, como hemos dicho arriba, su nuevo método, quando los dos doctísimos hermanos Bernoullis hicieron freqüente y oportuno uso en la resolucion de muy arduos, y hasta entonces irresolubles problemas: Jacobo dió de él dos ensayos en las Actas de Lipsia (a), y lo ilustró en varios escritos; y Juan hizo aun mas, porque lo enriqueció con un nuevo ramo inventando su cálculo *exponencial*, que despues ha sido tan fecundo en la geometría (b), y escribió lecciones del cálculo diferencial é interal, que son las primeras lecciones donde lo han aprendido Varignon su acerrimo sostenedor y promovedor, l' Hopital primer maestro y revelador de sus arcanos, y casi todos los mas célebres calculadores de Europa. La analisis de los infinitésimos de l' Hopital corrió el velo á los misterios del cálculo leibnitziano, y puso en manos de todos aquel escondido tesoro; y despues Eulero, los Riccatis, d' Alembert,

(a) 1691. Jan. p. 13. & Jun. p. 282.

(b) *Act. Lips.* 1697.

bert, la Grange, y los mas ilustres y sublimes analistas de toda la Europa han enriquecido mas y mas el método leibnitziano con la invencion de nuevos ramos de cálculo, y con muchos preciosos descubrimientos, y útiles adelantamientos. Pero sin embargo en nuestros dias han salido de nuevo algunos algebristas contra las ideas tan ventiladas de los infinitésimos, y procuran introducir el cálculo de las fluxiones. Y hasta un Bernoulli, de la familia misma de aquellos Bernoullis, que tuvieron tanta parte en la subsistencia del cálculo infinitesimal como el mismo inventor Leibnitz, se declara abiertamente por el cálculo newtoniano, que dice ser en concepto de todos los géometras mas filosófico, y mas exácto que el leibnitziano (a); y posteriormente Caluso con mayor fuerza de ingenio, y copia de erudicion combate extensamente el cálculo de los infinitésimos de Leibnitz, impugna el método de los límites de d' Alem-

*Tom. VII.* Bb Alem-

(a) *Mém. de l'Academ. des Scien. de Turin*  
an. 1764. 1765.

Alembert, y hace reynar solo el de las fluxiones de Newton; y no se contenta con probarlo mas justo y filosófico, sino que procura hacerlo mas facil y breve, reduce al mismo todos los nuevos descubrimientos, y todos los adelantamientos hechos con el infinitesimal, y solicita con el mas ingenioso empeño atraer al cálculo newtoniano todo el obsequio de los analistas, que ahora está dedicado al leibnitziano (a). Nosotros dexamos para los matemáticos la decision de las ventajas de semejantes variaciones, y deseamos que baxo qualquier nombre, y baxo qualquier aspecto teórico que quiera mirarse, adquiera la práctica del nuevo cálculo mayores adelantamientos, con que poder penetrar mas y mas los ocultos misterios de la geometría, y de las otras ciencias.

Series infinitas.

El nuevo cálculo, tanto en las manos de Leibnitz como en las de Newton, tenia continua necesidad de las series infinitas, á quienes puede decirse que debia su origen; y por esto se elevó entonces á mayor esplendor la teoría de tales series.

(a) *Mém. de l'Académie des Sciences de Paris*. No. 1786, 1787.

No quisiera parecer extraño amante de paradojas refiriendo el principio de esta al libro de las *Series geométricas* de Gregorio de san Vicente; pero quien exámine con cuidado las bellísimas invenciones, y los útiles métodos que sobre este punto se encuentran en aquel libro, no tendrá dificultad en atribuirle los fundamentos de esta, por decirlo así, nueva ciencia, sobre la qual el estudio de los algebristas se ha dirigido á reducirla á la facilidad, brevedad, y generalidad de los signos aritméticos, y de las operaciones algebríacas. De esto se deben los primeros honores á Wallis, quien ademas de las luces que acarreo á esta naciente teoría con sus propios descubrimientos, la auxilió tambien estimulando á Brounker para encontrar la famosa serie, que tiene forma de una fraccion, cuyo denominador es un entero mas una fraccion, é igualmente el denominador de esta, y así hasta el infinito, que ha sido mas conocida y celebrada baxo el título de *fraccion continua*. Mercator dió en su *Logaritmotecnia* mayor extension á la doctrina de las series; y abrió de algun modo el camino á Leibnitz para el cálculo

infinitesimal. Gregori hizo tambien nuevos progresos en esta teoría. Pero á Leibnitz, á los Bernoullis, á Taylor, á Cotes, é incomparablemente mas que todos al sublime ingenio de Newton debe la doctrina de las series el verse elevada á formar un ramo respetable de la ciencia analítica. Stirling, Moivre, Eulero, Riccati, y tambien los actuales la Grange, la Placcé, Fontana, Lorgna, y casi todos los mayores ingenios amantes de las especulaciones analíticas, despues de la invencion del nuevo cálculo hasta estos dias, se han aplicado particularmente á enriquecer con nuevas luces la doctrina de las series, y forman sus delicias buscando siempre mayores aumentos á una teoría que justamente puede mirarse como el único instrumento para algunas mas finas y sutiles operaciones, y como el último refugio de las matemáticas sublimes (a). De este modo

(a) Veanse, además de las obras de los antiguos citados, las *Memorias* de las Academias de París, de Petersburgo, de Berlín, de Turin, y de la Sociedad Italiana.

do con la introduccion del nuevo cálculo se ha formado un cuerpo de doctrina algebraica sobre las series infinitas, que no solo ha sido útil al mismo cálculo, sino que tambien ha servido para otras muchas especulaciones científicas. Con la doctrina de las series, y con la mayor perfeccion de toda el álgebra adquirió tambien mayor vigor el cálculo de la probabilidad, y formó un ramo de la ciencia analítica. Despues de los primeros ensayos antes insinuados de Pascal, de Huingenes, de Leibnitz y de Petty, se dedicó Montmort á manejar íntimamente este cálculo, y tratar á fondo la analisis de los juegos (a), y presentando en vez de espirales, de cicloides, de logarítmicas, y de otras curvas la banca, la baceta, el tresillo, el trieta, descubrió, como dice Fontenelle (b), un nuevo mundo á los géometras. Al instante lo acogieron estos con increíble ardor; y despues de los Bernoullis, que desde luego se dedicaron á ilustrar este, como todos los otros ramos del álgebra, y des-

Cálculo de la probabilidad.

pues

(a) *Essai d'anal. sur les jeux de hasard.*

(b) *Eloge de Mr. Montmort.*

pues de Moivre, que no tardó un punto en dar una obra original y clásica sobre la *doctrina de los juegos de suerte*, y que en concepto de la Place (a) y de Fontana (b), jueces los mas competentes en esta materia, aun despues de tantos ilustres escritores sobre la misma, merece sobre todos los otros la preferencia, vemos á Simpson, Deparcieux, Eulero, d' Alembert, la Grange, la Place, Condorcet, Fontana, Lorgna, y á casi todos los mas célebres algebristas emplear sus estudios y sus meditaciones para encontrar nuevos métodos, imaginar nuevas fórmulas, inventar nuevos usos, y hacer mas seguras, y exáctas las operaciones del nuevo arte, y trabajar con empeño para sujetar á sus cálculos la fortuna y el azar, como someten á los mismos la inconstante Luna, y los otros seres de la naturaleza: y el cálculo de la probabilidad se ha hecho uno de los objetos que al presente llaman mas la atención de los

(a) *Meth. &c. presenté à l' Acad. des Scien.* tom. VI. (b) *Diss. sopra il com. dell' er. prob. nelle Sper. ed Osserv. Pref. alla trad. del Moivre.*

profundos algebristas. El cálculo diferencial, la doctrina de las series, el cálculo de la probabilidad, Newton, Leibnitz, los Bernoullis, l' Hopital, y los otros hombres grandes sus coetáneos, acarrearón al álgebra tal perfeccion, y la enriquecieron con tantas mejoras, que puede decirse haberse formado una nueva ciencia á fines del siglo pasado, y principios de este.

Nuevo ardor, nuevo empeño se excitó entonces en toda la Europa para la mejor cultura, y para el mayor adelantamiento de la doctrina algebraica. Allejo, Taylor, Cotes, Sterling, Campbell, Maclaurin, y otros muchos ingleses miraban con particular afecto una ciencia, que tanto honor habia acarreado á Newton, y á la Inglaterra, y no quedaban satisfechos si con sus especulaciones no llegaban á enriquecerla con nuevos descubrimientos. Llenas están las *Transacciones filosóficas* de la Real Sociedad de Londres de nuevas y útiles ilustraciones de la ciencia algebraica, y las obras del célebre ciego Saunderson, las del profundo analisisista Simpson, y otras de varios otros, leídas y estudiadas en toda la Europa, son un auténtico

Nuevos  
progresos  
del álgebra  
en Inglaterra.

téntico testimonio del ardor de aquella doctación en promover tales estudios. Nuevas luces adquirían también estos en Francia: Varignon vigorosamente sostuvo, y amplió doctamente el contrastado cálculo diferencial, y aplicó con provecho sus ingeniosas meditaciones á varias partes del álgebra. Rolle, aunque contrario implacable del nuevo cálculo, se hizo sin embargo, con su método de las *cascadas*, y con otros inventos, muy benemérito del álgebra, á quien tuvo el valor de sacrificar su voluntad, sus pensamientos, y toda su persona. Lagny, Prestet y Reyneau, sin haberse distinguido con grandes descubrimientos, hicieron importantes servicios á la ciencia analítica; y Gua mostrando los *usos de la análisis de Cartesio*, demostrando la regla cartesiana para conocer el número de las raíces positivas y negativas (*a*), buscando con nuevo método el número de las raíces reales y de las imaginarias (*b*), y con otras analíticas especulaciones, no solo dió honor á Cartesio, sino que sirvió de

(a) *Acad. des Sc. an. 1741.* (b) *Ibi.*

En Francia.

En Francia.

mucho auxilio á toda el arte algebráica. No deseó menos la Alemania contribuir al acrecentamiento de este arte, que por los muchos y útiles descubrimientos que habían hecho en él Leibnitz, y los Bernoullis podía con algun derecho mirar como suyo. En efecto Goldbach, Mayer, Erman, Cramer, Wolfio, y algunos otros hicieron honrosa corte á este arte, y le ofrecieron preciosos dones. Los italianos, dueños en otro tiempo, y maestros, y en gran parte creadores del álgebra, manifestaban haberla casi olvidado, y dedicados á otros estudios parecía que hubiesen dexado en poder de otras naciones aquel que en otro tiempo podía llamarse todo suyo. Pero á la fama del nuevo cálculo, y de los portentosos vuelos, á que por su medio se elevaba la geometría, se excitaron vivamente, volvieron á emprender el estudio algebráico, y bien pronto le hicieron conocer su benéfica mano. Jacobo Riccati, Fagnani, Gabriel Manfredi, y Grandi, se introduxeron desde luego en los secretos misterios del nuevo cálculo, y enriquecieron la analisis finita, y la infinitesimal con nuevas fórmulas, y con laudables descubrimientos.

En Alemania.

En Italia.