

acreditado en esta materia, las nuevas ediciones de Keil, de Gregory, y aun en nuestros dias del mas ilustre geometra de Inglaterra Roberto Simson, deben tener mayor fuerza á favor del maestro griego, que quantas acusaciones le hacen algunos modernos por mas celebrados que sean; y que si el método de estos da mayor facilidad, y abrevia y facilita la inteligencia de los primeros elementos, el de Euclides da mayor seguridad á las demostraciones, y conduce á mayor profundidad en el estudio de aquella ciencia; y que de todos modos los elementos de Euclides son una de las obras que mayores ventajas han acarreado á las ciencias, y más han contribuido á la ilustracion del espíritu humano. La principal celebridad de Euclides ha nacido de sus elementos; pero tuvo otros muchos méritos en la geometría: sus elementos hicieron mas fácil, mas claro, y mas universal el estudio de aquella ciencia; sus datos, los cónicos, los lugares de la superficie, y los porismos aumentaron los conocimientos, que se tenían de tales materias, y extendieron los confines de la ciencia

geométrica. Pappo elogiador de Euclides, y de todas sus obras, alaba particularmente los *porismos* como una obra llena de arte y de ingenio, y utilísima para la resolucion de los mas oscuros problemas. Euclides en suma mereció por todos sus escritos singular reconocimiento de los amantes de la geometría, y dió á la escuela de Alexandría una pronta y universal celebridad. Hubiera sido á esta fatal su pérdida, á no verse recompensado por otros sucesores igualmente ilustres. Uno de estos fué Eratóstenes, cuyo genio enciclopédico, gramático, antiquario, geógrafo, cronólogo, filósofo y matemático ha hecho que su nombre se vea escrito con singular elogio á la frente de la historia de todas las ciencias. Las dos profundas especulaciones de los géometras de aquella edad, sobre la analisis, y sobre la duplicacion del cubo, ocuparon el estudio de Eratóstenes, y él escribió utilmente de una y de otra. Pappo nos nombra á Eratóstenes entre los escritores de la analisis geométrica en compañía de Aristeo, de Euclides y de Apolonio, y cita á este propósito dos libros suyos de las medianias;

Eratóste-
nes.similón A
32b

ó de las proporciones (a). Eutocio nos ha conservado una carta del mismo al rey Tolomeo, en que le explica su invencion para la duplicacion del cubo, sobre la qual escribió tambien un libro; y despues vemos referida por Pappo (b) su resolucion de aquel difícil é intrincado problema. Y si la demostracion de Eratóstenes fué rebatida por Nicomedes, y no ha merecido la aprobacion de los géometras modernos, él sin embargo manifestó en ella no poco ingenio, y sino ha tenido la suerte de dar en el blanco, puede consolarse de haber errado con Platon, y con los mayores géometras de la antigüedad, entre quienes obtuvo, y conserva siempre un honroso y distinguido lugar. Era ciertamente la escuela alexandrina fecunda madre de matemáticos; pero no la única que produxese de los excelentes.

Archímedes.

Al mismo tiempo que Eratóstenes florecia el grande Archímedes, por quien debieron Atenas, Alexandría, y todo el mundo geométrico ceder la palma á su Siracusa. La geometría recibió de su mano una saga-

(a) Lib. VII. (b) Lib. III.

cidad, una seguridad, un vigor, que parecia verse trasplantada en un nuevo mundo, donde empezó á dominar espaciosos campos, y fecundos collados, que antes casi no se atrevia á mirar. ¡Que sublime espíritu, y que noble atrevimiento no se necesitaba para pensar en determinar en los círculos la razon del diámetro á la circunferencia! Pensamiento que habia acobardado á Euclides, y á los otros géometras, los quales contentos con establecer que las circunferencias son en alguna razon como los diámetros, no habian tenido valor para determinar qual fuese aquella razon. Archímedes entró valerosamente en esta empresa; y comparando ingeniosamente el círculo con un triángulo, inscribiendo y circunscribiendo poligonos al círculo, y aumentando mas y mas los lados de estos poligonos, vino á concluir, que el diámetro del círculo es respecto de la circunferencia menos que $1 \frac{1}{70}$, y mas que $1 \frac{1}{71}$, que es quanto basta para conocer suficientemente la medida del círculo; y dió de este modo á los géometras un exemplo del método de aproximacion tan útil, y tan frecuentemen-

mente seguido, y del de los límites, al qual Maclaurin (a), d'Alembert (b), Cousin (c) y otros modernos reducen el tanto, y con tanta razon alabado cálculo *infinitesimal*. El descubrimiento geométrico, de que mas se complacia Archímedes, y del qual quiso conservarse la gloria hasta el sepulcro, fué la completa é individual medida de la esfera, y del cilindro, que él determinó menudamente, tanto respecto á su solidez, como á su superficie, y no solo de los cuerpos enteros, sino de cada uno de sus segmentos. Pero no fueron estas las únicas figuras que merecieron sus ilustraciones. Las conoides, y las esferoides obtuvieron de Archímedes la misma exácta medida, parangonandolas distintamente con los cilindros, y con los conos, que tienen la misma base y altura. La quadratura de la parábola fué tambien uno de sus predilectos descubrimientos; y se alaba con su amigo Dosisteo de haber emprendido una medida aun no tenta-

(a) *Traité des Flux. Introd.* (b) *Encycl. art. Différ.* (c) *Leçons du Calcul. Différent &c.*

tada por ningun géometra, y de haberla demostrado con dos diversas demostraciones, *matemática* (a), ó mecánica la una, y la otra geométrica. Mas crédito le han adquirido en la posteridad sus muchos, sutiles y útiles descubrimientos sobre la línea, que, como dice Pappo (b), le propuso Conon Hamio géometra, y grande amigo suyo. Esta es la espiral, de cuya area, de las tangentes, de las secantes, y de todas las propiedades trató con tanta novedad y exáctitud, que ahora es la espiral celebrada de los géometras como una línea, que debe distintamente honrarse con el nombre de Archímedes. En todas estas, y en otras muchas especulaciones procede con una exáctitud y severidad, con una sagacidad de ingenio, y vehemencia de imaginacion, que aun yendo tras las huellas que él ha dexado, y auxiliados de sus luces encuentran ahora dificultad para seguirle los mas profundos y doctos géometras.

Archímedes ha sido, y será siempre el
Tom. VII. Hh pas-

(a) Sic. (b) Lib. IV. theor. XVIII.

pasmo de quantos son capaces de conocer la sublimidad de su mérito. El puede ser tenido como el Newton de la antigüedad; y es, como este, el héroe de las matemáticas, y la gloria del ingenio humano. ¿Pero que reconocimiento no deberemos profesár á la antigua geometría, que no contenta con producir los Platones, los Aristeos, los Euclides, y los Eratóstenes, no exhausta con la produccion de un Archîmedes, siguió aun enriqueciendo la mente humana, y nos dió un Apolonio, y otros ilustres geómetras? Si Archîmedes fué el Newton, Apolonio podrá ser llamado el Leibnitz, ó el Bernoulli de los antiguos. Solo sus *cónicos* bastan para hacernos ver en él un gran geómetra, qual lo proclamaba la antigüedad. ¿Que prodigiosa profundidad y vehemencia de ingenio no necesitaba Apolonio para seguir en sus *cónicos* tantas, y tan abstrusas investigaciones sin padecer equivocaciones? Singularmente el quinto y el septimo libro manifiestan por todas partes un ingenio inventor, fecundo de nuevas y sublimes verdades. Pero toda la obra fué con razon tenida por una de las mas profundas que

que hubiese producido el espíritu humano. Por mas que el docto geómetra de P' Hopital haya escrito con todos los auxilios de la moderna geometría una obra de las secciones cónicas, muy estimada, y alabada en medio de las luces de este siglo, esta no ha podido obscurecer la antigua obra de Apolonio, ni ha llegado á darnos una teoría de estas curvas mas extensa, y completa que la del geómetra griego. Pappo que no se manifiesta muy apasionado al carácter moral de este autor, tiene en mucho aprecio su doctrina geométrica, y no solo nos dá noticia de muchas obras suyas pertenecientes por la mayor parte á la analisis geométrica, sino que tambien forma de ellas pequeños extractos; y estos pequeños rasgos bastan para hacer ver el magisterio con que su destreza geométrica manejaba aquellas sublimes y arduas materias; aquellas cortas líneas manifiestan la maestra mano del Apeles, que formó los quadros acabados. Apolonio y Archîmedes son los geómetras antiguos, que se leen y se estudian por los mas ilustrados modernos, y que merecen los respetos y la veneracion de todos. Pero á mas de

estos habia otros muchos ilustres geómetras. No hablo de Conon y de Dositeo, amigos de Archîmedes, y harto célebres geómetras, no de Eudemo y de Atalo, corresponsales de Apolonio, no de Nicoteles, impugnador de Conon, no de otros menos celebrados geómetras de aquella edad; pero merece toda nuestra atencion Nicomedes, que inventó la curva llamada *concoide*, y la aplicó ingeniosamente al famoso problema de la duplicacion del cubo, segun el testimonio de Pappo (a), y de Eutocio (b), trabajó gloriosamente sobre la quadratura del círculo, aplicando á ella la *quadratriz* de Dinostrato (c), y mereció en suma que Newton recomendase mucho, y adaptase su *concoide* para varias geométricas especulaciones, é hiciese respetable á los mas ilustrados geómetras el nombre de Nicomedes. No son menos dignos de particular recomendacion Gemino, Filon, y Eron, que además del estudio de la astronomía

Y

(a) Lib. IV, prop. XXII, & al. (b) *In Arch. II. de Spher. & Cycl.* (c) Pap. lib. IV, prop. XXV,

y de la mecánica, se aplicaron tambien á la geometría, y se adquirieron algun crédito; y particularmente de Eron vemos en Pappo (a) una nueva resolucion del celebrado problema de la duplicacion del cubo, ó de las dos medias proporcionales; Teodosio, cuyos *esfericos* son una obra clásica en geometría no menos que en astronomía; algo despues Menelao, que escribió de trigonometría, y de quien se conservan aun tres libros de los triángulos esféricos sumamente apreciables para el adelantamiento de la geometría; Dioeles, de cuya edad no tenemos seguras noticias, pero sabemos haber inventado la *cisoide*, curva perfeccionada y adoptada por Newton, y haber hecho ingenioso y feliz uso del problema de la duplicacion del cubo (b); y finalmente en el siglo IV de nuestra era, el tantas veces citado Pappo, el qual no solo recogió, y puso á buena luz muchos descubrimientos geométricos de los griegos que le habian precedido, sino que él mismo encontró nuevas demos-

tra-

(a) Lib. III, prop. IV. (b) Eutoc. *in Archim.*

traciones, y descubrió nuevas verdades. En Pappo puede decirse extinguida la geometría griega. Teon alexandrino, é Ispasia su hija, Proclo, Marino, Eutocio, y otros de aquellos tiempos mas fueron comentadores y colectores de los descubrimientos de los otros antiguos, que verdaderos geómetras. Pero la geometría griega estaba ya bastante ennoblecida con los nombres de Euclides, de Archîmedes, de Apolonio, y de otros poco inferiores, y har-to rica con sus descubrimientos, y no necesitaba de nuevos auxilios para su esplendor. Por mas que se haya adelantado la moderna geometría, y haya superado á la antigua en descubrimientos, en conocimientos y en métodos, es una loca ignorancia y temeridad de algunos superficiales modernos el despreciar á los antiguos geómetras, y abandonar su lectura. ¿No es ciertamente mas glorioso, y mas útil el descubrir tantas propiedades, combinaciones y medidas de las figuras, inventar tantas líneas, demostrar tantas verdades, y crear en suma una geometría, que no allanar, abreviar y hermosear los caminos? ¡Un Euclides, un Archîmedes, y un Apo-

Apolonio como pueden ser mirados por quien tenga verdadero espíritu geométrico sin una profunda y sincera veneracion! No pensaron así Leibnitz, Allejo, Simson, y tantos ilustres geómetras como ha habido hasta el dia de hoy: no así Maclaurin, el qual ha dexado escrito (a), que „ aunque no haya comparacion alguna entre la extension y la utilidad de los descubrimientos antiguos y los modernos, „ parece sin embargo que los antiguos „ atendieron mas que nosotros á conservar á la geometría toda su evidencia y „ que lo consiguieron mucho mejor”: no así finalmente Newton, el qual tenia tan alto concepto de la geometría griega, que acostumbraba decir, que no habria necesidad de escribir nada sobre la geometría, si hubieran llegado á nuestras manos todas las obras de los geómetras griegos (b): y es cierto que la geometría griega forma una parte muy importante de la historia de las ciencias; y da sumo honor á los

(a) *Traité des flux, Préf.* (b) *In ejus Vita Opusc. tom. I.*

los progresos del espíritu humano.

Geometría de los romanos.

No podremos pensar así de los romanos, los cuales si emularon, ó tal vez superaron á los Homeros, y á los Demóstenes, no pensaron ni aun acercarse á los Archímedes, y á los Apolonios, ni tuvieron jamas un geómetra, que mereciese el estudio de la posteridad. Casiodoro, Marciano Capela, y aquellos pocos latinos, que escribian de geometría, no pueden ponerse en el número de los geómetras. El mismo Boecio, que parece haber sabido mas que todos los latinos, no hizo otra cosa que traducir á Euclides, aunque con cierta excesiva libertad, la qual lo manifiesta harto mas dueño de aquella materia, de lo que lo eran los otros escritores latinos; pero minora mucho la exactitud y el rigor geométrico del griego original. Los árabes si que cultivaron la geometría con bastante mas felicidad que los

Geometría de los árabes.

latinos. Euclides, Archímedes y Apolonio fueron atentamente estudiados, traducidos é ilustrados por los sarracenos. Basta leer el catálogo de los matemáticos antiguos, compilado por el docto Eduardo Bernard, para hacer de ellos una edición

cion en catorce tomos (a), y en él se verá facilmente quanto hayan contribuido los árabes á la conservacion é ilustracion de los geómetras griegos. Algunos libros geométricos de los griegos mas estimados no se encuentran en el original griego, y solo los tenemos traducidos en árabe. Los mismos libros, que se conservan aun en el nativo idioma griego, han sido traducidos en latin de las traducciones arábicas, y no de los originales. Y todo esto deberá tener perpetuamente obligada la gratitud de los geómetras á las científicas fatigas de los musulmanes, que les han acarreado tantas ventajas. Pero no se contentaron los árabes con estos méritos, y quisieron tener sus propias prendas, y gloriarse de progresos hechos por ellos mismos en la geometría.

Solo el excesivo número de escritores puede dar algun crédito á la geometría arábica: donde son muchos los cultivadores de una ciencia, es difícil que no se encuentren algunos, que la acarreen

Geómetras árabes.

Tom VII. li con-

(a) Fabr. *Bibl. gr.* lib. III, c. XXIII. (v)

considerables adelantamientos. En efecto ¿quantos árabes no se podrian contar como beneméritos de la geometría? Si nosotros damos el nombre de geómetras á Archímedes, si los griegos llamaban el gran geómetra á Apolonio, los árabes tenían tambien sus Archímedes y Apolinos, á quienes honraban con el nombre antonomástico de geómetras. Hassen, Thabit ben Corrah y Alkindi, han sido distinguidos por los árabes con aquel renombre tan respetable. De Hassen, uno de los tres hijos de Musa ó Moyses, dice con sumo elogio la *Biblioteca arábica de los filósofos (a)*, que inventó, formó y resolvió muchos problemas geométricos que ninguno de los antiguos habia podido jamas imaginar; y que sus tratados sobre la triseccion del ángulo, y sobre las dos medias proporcionales para la duplicacion del cubo, problemas que tanto habian ocupado á los geómetras griegos, fueron mirados por los árabes como obras portentosas de ingenio, y de imaginacion. Excelente era tambien en la geometría el hermano de Hassen Abu Giafar.

Hassen.

Abu Giafar.

(a) *Benu Musa ben Shaker.*

far Mohamad; pero sin embargo aun mas que con sus propios escritos adelantó él aquella ciencia con haber instruido en ella á Thabit ben Corrah, y con haberle procurado los medios para adelantar en los estudios geométricos introduciendole en la corte del califa Motadhed. Tenemos baxo su nombre una obra manuscrita con el título *De superficierum divisione*, y en la biblioteca del Escorial se encuentra otra *De descriptione trianguli rectilinei (a)*, ninguna de las cuales se lee con estos títulos en la *Biblioteca arábica de los filósofos*. Pero en esta se cuentan tantas sobre la quadratura del círculo, sobre las secciones cónicas, y sobre tantas otras sublimes materias geométricas, que justifican los elogios de que se ve plenamente colmado, y el universal respeto con que era mirado por sus doctos nacionales. ¿Quantas alabanzas no merece Alkindi, que se ve puesto por Cárđano entre los doce mas claros ingenios que hasta entonces hubiesen ilustrado al mundo (b)?

Thabit
ben Corrah.

Alkindi.

Ii 2 ¿Y

(a) Casiri *Bibl. arab. hisp.* tom. 1, p. 386.(b) *De subtil.* lib. XVI.

Otros geómetras árabes.
 ¿Y quantos otros celebrados geómetras á mas de estos no tuvieron los árabes? Alhassen casi no dexó parte alguna del álgebra que no ilustrase con sus escritos. Jaime ben Tarec, Abdelazig, Assingiari, y algunos otros escribieron de varios puntos de geometría, y fueron muy estimados. Pero singularmente la trigonometría les debe, como dice Bossut (a), obligaciones esenciales. „Ellos dieron, dice, al „cálculo trigonométrico la forma, que „tiene aun en el dia, á lo menos en „quanto á los principios. Ellos substi- „tuyeron el uso de los senos al de las „cuerdas que se usaban antes, y con es- „to hicieron mas sencillas y mas có- „modas las operaciones de la geometría práctica.” Montucla habia dicho ya antes lo mismo, y habia dado parte de la gloria de estos meritos á Mohamad hijo de Musa, y á Giaber ben Aphlah de Sevilla, del qual existe en el Escorial un libro *De las esferas* (b), que puede con-

(a) *Disc. prélim. Encycl. méthod. Mathem.*

(b) Casiri tom. I, p. 367.

firmar el juicio de Montucla. Esta simplificación, y esta facilidad de las operaciones trigonométricas fué, segun el mismo Montucla, uno de los primeros inventos de los árabes, encontrándose ya adoptado por Albatenio (a). Alfragano escribió sobre los senos rectos; Abdelaziz Massudo compuso un tratado de las tablas de los senos, y de su uso en la trigonometría; y trataron tantos otros de esta materia, que puede mirarse como enteramente propia de los árabes. Ademas de la conservacion de los libros griegos, y de los griegos descubrimientos, ademas de los progresos, sean los que se fuesen, producidos por los sarracenos, debe la geometría á los mismos la introduccion, ó el renacimiento entre los latinos. Gerberto, Campano, Atelardo, los primeros restauradores de la geometría en occidente; todos tomaron de los musulmanes los pocos conocimientos que sembraron entre los christianos, y que lentos y esteriles al principio brotaron con el tiempo abundantemente, y produxeron aquellos ricos y pre-

(a) *Hist. Math.* tom. I, p. II, lib. I.