

miento industrial ó rural, en las administraciones públicas y en las transacciones del comercio.

Separadas las lecciones de las explicaciones y ejemplos, creo haber eliminado la dificultad que á muchos jóvenes se presenta en el estudio por la mezcla de unas y otros.

Los problemas ó cuestiones que he elegido para practicar en ellos las reglas establecidas son numerosos, algunos de los mas difíciles, y todos de un uso muy frecuente en las diversas posiciones que el hombre puede ocupar en la sociedad.

En fin, yo he procurado que mis lecciones reúnan la claridad, concision, generalidad y exactitud necesarias, para hacerlas igualmente útiles á toda clase de personas, y facilitar su estudio á la juventud; y si el resultado corresponde á mis buenos deseos, me consideraré bien compensado del pequeño trabajo que he tenido al formar la presente obrita.

SIMON DE LAVALLE.



MANUAL

DE

ARITMÉTICA COMERCIAL.

LECCION PRIMERA.

NOCIONES PRELIMINARES.

1. *P.* Qué son Matemáticas?
R. Las ciencias que tratan de la cantidad.
2. *P.* En qué se dividen las Matemáticas?
R. En puras y mixtas.
3. *P.* Qué son Matemáticas puras?
R. Las que tratan de la cantidad en general.
4. *P.* Qué son Matemáticas mixtas?
R. Las que tratan de la cantidad considerada en los cuerpos ó en las propiedades de ellos.
5. *P.* Y qué es cantidad?
R. Todo lo que es capaz de aumento ó disminucion; pero las Matemáticas solo tratan de aquellas cantidades que pueden medirse ó compararse con otra de su especie.
6. *P.* En qué se divide la cantidad?
R. En discreta y continua.

7. P. Qué es cantidad discreta?

R. La que se considera como la reunion de otras menores ó como parte de otra mayor.

8. P. Qué es cantidad continua?

R. La que se considera como un todo sin interrupcion ni separacion alguna de partes.

9. P. Qué es Aritmética?

R. La ciencia que trata de la cantidad discreta expresada por números.

10. Qué es número?

R. Es el resultado de la comparacion de la unidad con la cantidad.

11. P. Y qué es unidad?

R. Es la cantidad que se toma por término de comparacion para formarnos una idea del valor de otra de su misma especie.

12. P. De cuántos modos puede ser la cantidad respecto de la unidad?

R. La cantidad puede ser mayor, igual ó menor que la unidad con quien se compara.

13. P. Qué es número entero?

R. Es el que expresa la relacion entre la unidad y una cantidad que la contenga una ó mas veces exactamente.

14. P. Qué es número quebrado?

R. El que expresa la relacion entre la unidad y una cantidad menor que ella.

15. P. Qué es número mixto?

R. El que expresa la relacion entre la unidad y una cantidad mayor, que la contenga una ó mas veces, y parte de otra.

16. P. Qué es número abstracto?

R. El que se enuncia sin determinar su especie.

17. P. Qué es número concreto?

R. El que se enuncia determinando su especie.

Explicaciones y Ejemplos.

1.

Ciencia es el conocimiento cierto, fundado y evidente que se tiene de una cosa, y como las Matemáticas poseen en alto grado estas cualidades, se han llamado por excelencia ciencias exactas.

2, 3, 4.

Pertenecen á las Matemáticas puras la Aritmética, la Geometría y otras ciencias derivadas de ellas; y se llaman mixtas la Mecánica, la Astronomía, y en general todas las ciencias en que se aplican las Matemáticas puras al descubrimiento de las propiedades de los cuerpos. Por esto las Matemáticas mixtas se han llamado tambien Físicomatemáticas.

5.

Un caudal es cantidad y lo mismo un camino y un jardin. Tambien un dolor, una pasion y una necesidad como la sed, son cantidades; porque todas estas cosas son capaces de aumento y disminucion: pero el caudal

puede compararse con cierta cantidad de dinero, el camino con cierta medida, y el jardín con alguna extensión, de modo que venga á averiguarse cuánto dinero tiene el caudal, cuántas medidas el camino, y cuántas extensiones el jardín; por cuya razon estas cantidades podrán considerarse en las Matemáticas, no sucediendo lo mismo con el dolor, la pasión y la sed; porque no es posible averiguar cuántas veces cabe un dolor en otro, una pasión en otra, etc., y por lo tanto esta clase de cantidades no serán el objeto de las Matemáticas.

6, 7, 8.

La división de la cantidad en discreta y continua se comprende fácilmente considerando que un camino le puedo ver simplemente bajo el aspecto de una distancia ó como una reunión de distancias menores que llamaré leguas ó millas: otro camino mas corto le puedo considerar tambien como una distancia ó como una parte de legua. Los dos primeros modos de considerar la distancia conducen á la idea de la cantidad continua, y los dos segundos á la idea de la cantidad discreta.

9.

Tambien puede definirse la Aritmética diciendo que es la ciencia que trata de la naturaleza y uso de los números.

10, 11.

Una porción de libros es sin duda una cantidad, y si

para averiguar cuántos hay voy contando: un libro, dos libros, etc., es libro la unidad; y suponiendo que he llegado á contar hasta doce libros, es doce el número que expresa la relacion entre la unidad libro y el monton de libros.

La unidad es arbitraria; porque si mi objeto es averiguar los hombres que tiene una compañía, es hombre la unidad; si deseo saber las compañías de que consta un batallon, es compañía la unidad: si mi intento es averiguar los batallones que hay en una division, ya es batallon la unidad, y así hasta el infinito.

12.

Al medir un pedazo de paño, por ejemplo, con la vara que se usa al efecto, la longitud del paño es la cantidad y la longitud de la vara es la unidad; y como el paño puede tener mas de una vara, una vara justa ó menos de una vara, se sigue que la cantidad puede ser mayor, igual ó menor que la unidad.

13, 14, 15.

Al medir varios retazos de paño se han hallado los resultados siguientes:

En el primero cupo la extensión de la vara doce veces justas.

En el segundo una vez exactamente. Deduzco, pues, que doce y uno son los números enteros que expresan la relacion entre la extensión de los retazos y la extensión de la unidad de medida.

En el tercero no ha cabido la vara, antes bien el retazo ha quedado por la mitad y digo que tiene media vara, siendo medio el número quebrado que expresa la relacion entre el retazo como cantidad y la vara como unidad.

En el cuarto retazo finalmente ha cabido la vara dos veces, y media vez mas : luego este retazo tiene dos y media varas, y es dos y medio el número mixto que resulta de comparar la unidad de medida con la extension del retazo.

16, 17.

Doce, medio, uno, dos, son números abstractos, porque no se expresa la unidad á que se refieren. Doce hombres, una vara, medio peso, dos libros son números concretos, porque se ha expresado la clase de unidades á que se refieren. Nótese que una vara ha sido á la vez unidad y número, á saber, unidad cuando se eligió para medir, y número cuando se expresó de este modo la longitud del retazo que no contenia ni mas ni menos. (Ej. 13, 14, 15.)

LECCION II.

SISTEMA DE LA NUMERACION.

18. P. Qué entendemos por sistema de numeracion?

R. La parte de la Aritmética que enseña á enunciar y representar con cifras todos los números posibles.

COMERCIAL.

19. P. Cuáles son las cifras que nosotros usamos y sus nombres?

R. Las cifras, guarismos ó caracteres de que nosotros usamos para representar todos los números y los nombres que les damos son los siguientes :

1	2	3	4	5
Uno :	dos :	tres :	cuatro :	cinco :
6	7	8	9	0
seis :	siete :	ocho :	nueve :	cero :

20. P. Cuáles son los valores de estas cifras?

R. La primera 1 representa singularidad, es decir, una cosa sola : la otra 2, la reunion de una y una : la otra 3, la reunion de una, una y una, ó de dos y una, y así hasta esta cifra 9 que representa la reunion de ocho y una.

21. P. Y la cifra 0 para qué sirve y qué vale?

R. Esta cifra nada vale por sí; pero sirve para hacer valer á otras, y para ocupar en las combinaciones de los números los lugares que de otro modo quedarian vacíos.

22. P. A cuáles de estas cifras se llama significantes?

R. A todas excepto el 0, y se les da este nombre no solo para distinguirlas de él, sino para expresar que tienen valor propio.

23. P. Y cómo con solo las cifras expresadas se pueden representar todos los números?

R. Porque se ha establecido que cada cifra, además del valor que tiene por sí sola, valga diez veces mas si ocupa el segundo lugar de la derecha hácia la izquierda, cien veces mas si ocupa el tercer lugar, mil veces mas si

ocupa el cuarto, diez mil veces mas si ocupa el quinto lugar; y en general cualquier cifra vale diez veces mas de lo que valdria si estuviera en el inmediato lugar de la derecha.

24. P. Segun esto cuántos valores tiene ó pueden considerarse en cada cifra?

R. Cada cifra en una combinacion tiene dos valores : uno el que representaria si estuviere sola, y otro el que representa por razon del lugar que ocupa.

25. P. Despues del nombre natural de cada cifra, qué otro se les da para manifestar el lugar que ocupan en una combinacion?

R. A las que ocupan el primer lugar de la derecha se las llama unidades, á las del segundo lugar decenas, las del tercero centenas, y así de los demás como se manifiesta en estas dos series de lugares y nombres.

13°	12°	11°	10°	9°	8°	7°	6°	5°	4°	3°	2°	1°	lugares.
unidad de billon.	centena de millar de millon.	decena de millar de millon.	unidad de millar de millon.	centena de millon.	decena de millon.	unidad de millar.	centena de millar.	decena de millar.	unidad de millar.	centena simple.	decena simple.	unidad simple.	

26. P. Cómo se consideran compuestas las decenas.
centenas, etc. ?

R. Cada diez unidades componen una decena : cada diez decenas una centena : cada diez centenas un millar : cada diez millares una decena de millar, etc.; de modo que nunca se ofrece decir mas de nueve unidades, nueve decenas, etc.; porque en llegando á diez de una especie, ya componen una de la inmediata superior.

27. P. Cómo se llama este sistema?

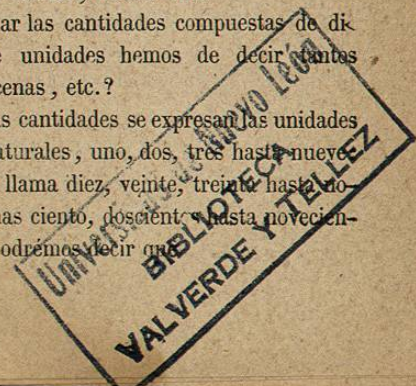
R. Se llama décuplo, no solo porque segun él se expresan todos los números con diez cifras, sino porque cada diez unidades de una clase componen una de la superior, ó á la inversa cada unidad de una clase hacen diez de su inmediata inferior.

28. P. Qué deberá tenerse presente despues de colocada una cifra cualquiera respecto al lugar que ocupa y á los que faltan por escribir?

R. Despues de estar cierto del lugar que la cifra escrita ocupa en la combinacion, deberá tenerse presente que si ella ocupa, por ejemplo, el sétimo lugar, faltan seis lugares por escribir; si ocupa el sexto lugar faltan cinco, si el quinto, cuatro, y en general siempre faltarán tantos lugares como el número que expresa el lugar ocupado por la primera escrita, menos uno.

29. P. Al enunciar las cantidades compuestas de diversas especies de unidades hemos de decir tantas millares, tantas decenas, etc. ?

R. Al enunciar las cantidades se expresan las unidades por sus nombres naturales, uno, dos, tres hasta nueve; á las decenas se les llama diez, veinte, treinta hasta noventa; á las centenas ciento, doscientos hasta novecientos, de modo que podremos decir que



Unidades son de uno hasta nueve.
 Decenas . . de diez á noventa.
 Centenas . . de ciento á novecientos.
 Millares . . de mil á nueve mil.
 Decenas de millar - de diez mil á noventa mil.
 Centenas de millar - de cien mil á novecientos mil.
 etc. etc. etc.

30. P. Cómo se escribe con cifras una cantidad enunciada?

R. Se escribe la cifra del orden mas elevado, y teniendo bien presente las que faltan por escribir y el lugar que corresponde á cada una de las otras cifras expresadas en la combinacion, irémos escribiendo estas en sus respectivos lugares y llenando con ceros los que faltan.

31. P. Y cómo se lee una cantidad representada por cifras ó guarismos?

R. Primero se separan las cifras de tres en tres de la derecha hácia la izquierda, poniendo en la primera division un punto, en la segunda un uno, en la tercera un punto, en la cuarta un dos, etc. Luego se lee cada combinacion de las separadas como si estuviese sola diciendo mil al llegar á cada punto, trillon, billon, millon, al llegar al tres, al dos y al uno, y expresando la clase de unidades al llegar á las últimas cifras de la derecha.

32. P. Qué son números simples y compuestos?

R. Se llaman números dígitos ó simples á los que se escriben con una sola cifra, y compuestos á los que se representan por dos ó mas.

Explicaciones y Ejemplos.

18 á 27.

Como una agregacion á lo que hemos dicho sobre sistema de numeracion, expondrémos nuestro método de enseñar á escribir las cantidades ó de traducirlas del dioma vulgar al lenguaje aritmético.

Para esto nos valemos del siguiente cuadro que hacemos copiar en la pizarra, y debajo de él se van escribiendo diversas cantidades del modo que explicarémos á continuacion :

CUADRO SINÓPTICO DE LA NUMERACION.

Especies	3 ^{er} GÉNERO billones			2 ^o GÉNERO millones		1 ^{er} GÉNERO unidades simples.						
	2 ^a clase millares		1 ^a clase unidades	2 ^a cl. millares	1 ^a cl. unidades	2 ^a cl. millares	1 ^a cl. unidades					
	3 ^a	2 ^a	1 ^a	3 ^a	2 ^a	1 ^a	3 ^a	2 ^a	1 ^a			
										4 0 0		
								7 0		0 0 0		
								0 0 0		0 0 0		
					9	0 0 8		0 7 0		4 0 0		
					8	0 0 0		0 0 0		0 0 0		
					3 0 8	0 0 9		0 8 0		7 0 0	0 4 0	
					5	0 0 0		3 0 0		4 0 0	6 0 6	0 0 3
					7 9 0	0 4 0		0 0 0		0 5 3	0 4 4	3 3 2

Las preguntas que nosotros hacemos relativamente á este cuadro y á lo explicado sobre sistema de numera-

cion, son estas ú otras semejantes, á las cuales exigimos las respuestas siguientes:

P. En qué se dividen las colecciones de cifras?

R. En géneros.

P. En qué se dividen los géneros?

R. En clases.

P. Y las clases?

R. En especies.

P. Cuántas clases tiene cada género?

R. Dos.

P. Y cuántas especies tiene cada clase?

R. Tres, y á cada especie ha de corresponder precisamente una cifra significativa ó un cero.

P. Cuál es el primer género?

R. El de las unidades simples.

P. Cuál es el segundo género?

R. El de los millones.

P. Y el tercero?

R. El de los billones, y así en seguida.

P. Explicadme la descomposicion del primer género.

R. El primer género que, como he dicho, es el de las unidades simples, se divide en tres clases, á saber: la primera de unidades, que contiene tres especies que son: unidad, decena y centena simples; y la 2ª clase es de millares y contiene unidad, decena y centena de millar, que son sus tres especies.

P. Analizadme el segundo género.

R. Es de millones, se divide en 1ª clase de millones y la 2ª de millares, y la primera de estas contiene las unidades, decenas y centenas de millon que son sus tres

especies; y la 2ª las unidades, decenas y centenas de millar de millon que son las segundas. Del mismo modo analizaria cualquier género.

P. Qué se sigue de la existencia de una especie 2ª ó 3ª, de una clase 2ª, ó de un género 2º, 3º, etc.

R. Cuando hay género 4º se deduce que hay 3º, 2º y 1º; si hay 3º, que existen el 2º y 1º, y si hay 2º que tambien hay 1º. Por lo que hace á las clases, las segundas suponen que hay primeras, y en cuanto á las especies no puede haber tercera sin segunda y primera, ni segunda sin primera.

P. Luego si V. sabe la especie, clase y género de una cifra, conocerá V. todas las que faltan por escribir á su derecha?

R. Si, señor; porque averiguaré primero las que faltan para completar su clase, luego su género y luego los géneros que deban quedar á la derecha si no se trata del primero.

P. Cómo escribiremos cuatrocientas unidades simples?

R. La única cifra significativa que se me da es 4 y corresponde por ser centenas simples á la 3ª especie de 1ª clase del primer género; luego no está seguida de otra clase ni de otro género sino solo de dos especies cuyos lugares supliré con ceros así: 400, y lo mismo me hubiera dicho el cuadro si hubiera colocado la cifra 4 en el lugar que le corresponde por su especie, clase y género.

P. Cómo escribirá V. setenta mil unidades simples?

R. Expresando la cifra 7, que he de escribir, decenas de millares simples, pertenece á la 2ª especie, de la 2ª clase, del primer género; luego falta agregarle una

especie para hacerla de 2ª, y despues una clase para que ta suya sea 2ª, y ningun género por ser del primero.

Al añadir á la cifra 7 la especie que le falta, quedará así : 70, y al agregarle la clase así : 70,000 que es lo que se me pidió. Lo mismo me hubiera indicado el cuadro.

P. Escriba V. ocho millones.

R. La cifra 8 que he de poner pertenece á la 1ª especie, 1ª clase y 2º género, luego no tengo que pensar en añadirle especie ni clase, sino solo un género de este modo :

8,000.000

P. Y cómo se escribirán en el cuadro las cantidades que tengan mas de una cifra significativa ?

R. Se van escribiendo en el lugar que les correspondan las cifras significantes principiando por la de un orden mas elevado y luego se llenan con ceros los lugares intermedios.

P. Escriba V. nueve mil y ocho millones, setenta mil y cuatrocientas unidades simples.

R. Colocaré en el cuadro las cifras significantes de esa cantidad en esta forma :

9.,, 8₁, 7., 4.,,

y llenando los lugares vacíos con ceros resultará bien expresa la cantidad.

9,008,070.400

P. Escriba V. ocho billones.

R. Primero lo pondré en el cuadro así :

8,.,.,.,.,., 1,.,.,.,.,

y luego llenando los lugares resultará

8, 000. 000, 000. 000

P. Cómo se escribirán trescientos ocho billones, nueve mil ochenta millones, setecientas mil cuarenta unidades simples ?

R. Primeramente aparecerán en el cuadro en esta forma :

3, 8.,, 9., 8, 1 7.,,., 4,

y luego así :

308, 009. 080' 700.040

Y lo mismo haria con otra cualquier cantidad.

P. Y no podrá escribirse una cantidad sin trasferirla al cuadro ?

R. Sí señor : pero es porque insensiblemente á fuerza de considerar sobre él el orden, y dependencia de las cifras en varias combinaciones, donde quiera que vemos una cantidad, ó cuando tratamos de escribirla, imaginamos un cuadro anexo, que en el primer caso nos suministra el modo de leerla, y en el segundo el de conocer si hemos cometido alguna equivocacion al representarla en cifras.

28 á 30.

Dejando á la eleccion de los profesores el instruir ó no

á los alumnos en los ejercicios anteriores sobre el cuadro sinóptico, expondremos aquí algunos ejemplos independientes de él acerca de la escritura de cantidades.

1° Se nos dice que escribamos ochenta que son ocho decenas—Escribo el 8; pero como son decenas deben tener á su derecha unidades, y no habiéndolas en el número dado las suplo con un cero y escribo 80.

2° Propongamos escribir cuatro mil y cinco unidades—Escribo el 4 y como después de los millares á la derecha debe haber centenas, decenas y unidades, no habiéndome dado mas de cinco unidades supliré con ceros las centenas y decenas, y escribiré. . . . 4,005.

3° Si se me mandan escribir sesenta mil diré: el 6 que he de poner son decenas de millar, luego faltan los millares, centenas, decenas y unidades que supliré con ceros de este modo. . . . 60,000.

4° La cantidad: ocho millones, cuarenta mil doscientos tres se principiará á escribir por los 81 millones, luego por la clase de millares de este modo 040, y finalmente la clase de unidades 203 y todo reunido hace 81 040,203.

5° Siete mil millones, ocho mil cuarenta lo escribo así: siete mil 7., millones 0001, ocho mil 008., y cuarenta 040, y reunidos así: 7.0001008.040.

6° Escribir con tres figuras ó cifras los números siguientes ó semejantes:

Ocho.	008
Novénta.	090
Setecientos.	700
Doscientos uno.	201

Trescientos cuarenta y nueve.	349
Cuarenta y cinco.	045
Ciento diez.	110
Uno.	001
Nada.	000
Diez.	010

El objeto de este último ejemplo es facilitar la escritura de cada periodo de tres cifras que es como se van escribiendo las cantidades.

31.

La cantidad 9,003,040,036.010 se leerá diciendo: nueve billones, tres mil cuarenta millones, treinta y seis mil y diez unidades simples.

32.

Qué clase de números serán 12, 306 y 90?

Digo que compuestos porque constan de mas de una cifra.

Y los números 1, 5 y 9? Respondo que simples, porque se expresan por una. En realidad todos los números enteros excepto el uno son compuestos, los unos de varias unidades, los otros de decenas y unidades, etc., de modo que al llamar á los unos simples y los otros compuestos solo se ha atendido al modo mas sencillo con que están escritos. Yo hubiera dicho, cuáles son los números sim-

ples por su figura? Y hubiera contestado del 1 al 9. Y compuestos por su figura? Desde 10 inclusive en adelante.

NOTA.

Corresponde á los maestros insistir en la escritura de las cantidades enunciadas con repetidos ejemplos; pues sucede comunmente que por la poca atencion que se presta á esta interesante parte de la Aritmética, se cometen errores de consideracion muy particularmente al tiempo de plantar cuestiones con números algo crecidos ó compuestos de pocas cifras significantes con ceros intermedios.

LECCION III.

ADICION DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

33. P. Cuáles son las operaciones que se ejecutan con los números?

R. En sustancia solo dos, que son sumar y restar; pero de los diferentes modos que hay de hacer estas operaciones se han deducido otras que son multiplicar y dividir, y de estas otras dos que son las de elevar á potencia y extraer raíces.

34. P. Qué es adición?

R. Es la operacion por la cual se reunen varios números de una misma especie en uno solo.

35. P. Cómo se llaman los números que entran en esta operacion?

R. Los que se dan para sumar se llaman sumandos ó partidas, y el resultado suma.

36. P. Qué signo se usa para esta operacion?

R. Este + que se lee *mas*, el cual se escribe entre los sumandos, y para el resultado de esta ú otras operaciones, este otro que se lee *igual* =; como $3 + 2 = 5$; 3 mas 2 igual 5.

37. P. Qué debe saberse para sumar?

R. Lo que componen los números dígitos de dos en dos, cuyas sumas deben aprenderse de memoria.

38. P. Cómo se ejecuta la adición de los números enteros?

R. Se escriben en columna los sumandos de modo que las unidades estén bajo las unidades, las decenas bajo las decenas etc., y se tira una raya por debajo. Despues se suman las unidades escribiendo las que sobren y llevando por cada diez una para agregarla á la columna de las decenas; se suman estas escribiendo solamente las que sobren y llevando por cada diez una para agregarla á la columna de las centenas, y así sucesivamente hasta acabar.

39. P. A qué cuestiones se aplica la adición?

R. A todas las que tienen por objeto averiguar lo que componen juntos varios números que antes estaban ó se consideraban separados.

40. P. De qué especie es la suma en una operacion de números concretos?

R. Siempre de la especie de los sumandos.