

porque le contiene seis veces. También es 60 múltiplo de 5, de 4, de 3, y de 2, porque los contiene varias veces. Todo número entero es múltiplo de 1, porque el uno se contiene en cualquier número entero una ó mas veces exactamente, y se llaman factores de un número los que multiplicados por otro le producen. Por consiguiente, todo número es múltiplo de cualquiera de sus factores.

También los números y sus factores se llaman simples, cuando no tienen otro factor que la unidad, y compuestos, cuando tienen otros.

El número 5 es simple, porque no contiene mas factor que la unidad.

El número 6 es compuesto, porque tiene los factores 2 y 3, pues  $2 \times 3 = 6$ .

Los números 4 y 6 son factores de 24, y son factores compuestos el 1º de  $2 \times 2$ , y el 2º de  $2 \times 3$ .

Es muy útil ejercitarse en la composición y descomposición de los números en factores.

## LECCION VI.

### DIVISION DE LOS NÚMEROS ENTEROS.

71. P. Qué es division?

R. Es la operacion por la cual, conocidos dos números, se busca un tercero que sea respecto al uno lo que la unidad es respecto del otro.

72. P. Cómo se llaman los números que entran en esta operacion?

R. El que se ha de dividir, se llama dividendo; aquel por el cual se ha de dividir, divisor, y el resultado cociente.

73. P. De cuántos modos puede ser el cociente respecto del dividendo?

R. Por la naturaleza de la division, puede ser menor, igual ó mayor que el dividendo; porque si la unidad es menor que el divisor, el cociente será menor que el dividendo: si la unidad es igual al divisor, el cociente será igual al dividendo; y si la unidad es mayor que el divisor, también el cociente será mayor que el dividendo.

74. P. Cómo se define generalmente la division?

R. Diciendo, que es la operacion por la cual se averigua las veces que el divisor está contenido en el dividendo.

75. P. Qué signo se usa para indicar esta operacion?

R. Unas veces se pone el dividendo encima y el divisor debajo de una raya, y otras el dividendo á la izquierda y el divisor á la derecha de dos puntos. Por ejemplo:  $4/2$ , ó  $4 : 2$  quieren decir, 4 dividido por 2.

76. P. Qué relacion tiene la operacion de multiplicar con la de partir?

R. Que puede considerarse al dividendo como un producto, al divisor como uno de los factores, y á la division como una operacion que tiene por objeto hallar el otro factor.

77. P. Qué debe saberse para dividir con prontitud?

R. Los cocientes exactos ó aproximados de los núme

ros comprendidos del 1 al 89 por los números dígitos, y en esto se debe adquirir bastante destreza.

78. *P.* Cómo se divide un número compuesto por uno dígito ó compuesto?

*R.* Se escribe el divisor á la derecha del dividendo, y se separan por una raya que se continúa por debajo del divisor. Se separan en el dividendo las cifras que basten para contener al divisor. Se busca el número que multiplicado por el divisor se aproxima á la porcion separada del dividendo. Se escribe dicho número al cociente, y multiplicándole por el divisor, se resta el producto de la porcion separada. A la derecha del residuo se baja la siguiente cifra. Se divide esta nueva porcion por el divisor y se continúa así hasta acabar.

79. *P.* Y si algun residuo despues de agregada la siguiente cifra no basta para contener al divisor?

*R.* Se pone al cociente un cero, se baja otra cifra y se continúa la operacion.

80. *P.* Qué regla hay para saber la cifra que se ha de poner al cociente?

*R.* Por lo regular se halla, considerando como divisor á la primera cifra de la izquierda de este número; y como dividendo, á las que quedan á la izquierda de la porcion que se quiere partir, despues de prescindir de otras tantas cifras, cuantas se dejaron de considerar en el divisor.

81. *P.* Y cuando la segunda cifra del divisor es 8 ó 9, qué deberá tenerse presente?

*R.* Que será prudente en tales casos considerar á la primera cifra como si tuviese una unidad mas.

82. *P.* Y en todo caso, cómo se conocerá si se ha puesto

mas ó menos en el cociente de lo que realmente corresponde?

*R.* Se conocerá que se ha puesto de mas, cuando el producto no se puede restar de la porcion separada, y de menos, cuando la resta es igual ó mayor que el divisor.

83. *P.* Qué se hace cuando la cifra puesta al cociente es mayor ó menor de lo que debia ser?

*R.* En estos casos se borra la cifra hallada y se escribe otra menor ó mayor, á cuya operacion llamamos tanteo; algunos suelen hacerlo de memoria antes de escribir la cifra del cociente.

84. *P.* Cómo se ejecuta una division cuando el divisor es la unidad seguida de ceros?

*R.* Se separan del dividendo tantas cifras de la derecha como ceros acompañen á la unidad en el divisor.

85. *P.* Qué abreviacion tiene lugar cuando el divisor acaba por uno ó mas ceros?

*R.* Se separan estos ceros con una coma, y en el dividendo se separan de la derecha tantas cifras como ceros habia en el divisor. Se hace la division sin hacer caso de lo separado, y á la derecha del último residuo se bajan las cifras separadas, restituyendo tambien los ceros al divisor, lo cual se consigue borrando ó tachando la marca ó coma con que se habian separado.

86. *P.* Y qué se hace cuando dividendo y divisor tienen ceros á su derecha?

*R.* Se separa en el dividendo y divisor un número igual de ceros y se hace la operacion con las cifras que quedan á la izquierda, sin necesidad de tomarlos mas en consi-

87. *P.* Qué se hace con la resta que queda al dividir la última porción del dividendo, ó con las cifras separadas cuando se parte por 10, 100, 1000, etc.?

*R.* Se pone la resta ó cifras separadas á la derecha del cociente entero sobre una raya, y debajo de la raya se escribe el divisor, lo cual no es mas que dejar indicado lo que no podemos ejecutar.

88. *P.* En qué casos se debe hacer uso de la division?

*R.* Cuando se quiere saber las veces que un número está contenido en otro : cuando hay que distribuir un número entre otro : cuando se quiere dividir una cantidad en cierto número de partes iguales : cuando conociendo el valor de varias cosas de la misma especie, se quiere averiguar el valor de una ; y cuando se quieren reducir unidades de especie inferior á especie superior.

89. *P.* Cómo se conocerá el dividendo y divisor en una division?

*R.* Si son de una misma especie, por la naturaleza de la cuestion; pero si son de distinta, el dividendo se conocerá, porque ha de ser de la especie que se busca

90. *P.* En qué se conocerá la especie del cociente, suponiendo conocidas las del dividendo y divisor?

*R.* Si el dividendo y divisor son de una misma especie, el cociente es un número abstracto, que se concretará según la naturaleza de la cuestion; pero si dividendo y divisor son de distinta especie, el cociente será de la especie del dividendo.

91. *P.* Es indiferente tomar al dividendo por divisor y al contrario?

*R.* No, señor; pues aunque así se dijo del multiplicando

y multiplicador, fué porque ambos factores concurren de un mismo modo en el producto; pero el dividendo y divisor ejercen en el cociente un efecto enteramente opuesto, y por lo tanto conviene distinguirlos y saberlos colocar.

92. *P.* Qué alteracion sufrirá un cociente si aumenta ó disminuye el dividendo?

*R.* Si aumenta el dividendo, aumenta el valor del cociente, y si disminuye el dividendo disminuye el valor del cociente.

93. *P.* Y qué alteracion experimentaria el cociente por el aumento ó disminucion del divisor?

*R.* Si aumenta el divisor disminuye el cociente, y si disminuye el divisor aumenta el cociente.

94. *P.* Y si el dividendo y divisor se aumentan ó disminuyen á la vez por medio de la multiplicacion ó division por un mismo número?

*R.* El cociente no se altera aunque dividendo y divisor se multipliquen ó dividan por una misma cantidad, pues obrando de un modo contrario en el valor del cociente, se destruyen sus efectos y el cociente queda igual.

95. *P.* Por quién son divisibles todos los números?

*R.* Todo número es divisible exactamente por sí mismo y por la unidad.

96. *P.* Qué son números compuestos y primos, por cuanto á su divisibilidad entre otros?

*R.* Se llaman compuestos, los que pueden ser divisibles exactamente por otros números, que vienen siendo sus factores; y primos, los que no son divisibles mas que por ellos mismos ó por la unidad.

**Explicaciones y Ejemplos.**

71, 72, 73.

La definición que hemos dado de la división es tan exacta como la que adoptamos para la multiplicación, y fundada en el principio general de estas reglas para toda clase de números. Ahora procuraremos esclarecer, cómo es el cociente menor, igual ó mayor que el dividendo, según la unidad sea menor, igual ó mayor que el divisor; y sea el número 4 el que nos propondremos dividir por 2, por 1 y por  $\frac{1}{2}$ .

Al dividir 4 por 2; cómo la unidad es mitad de 2, así el cociente será mitad de 4 y por lo tanto,  $4 : 2 = 2$ .

Al dividir 4 por 1; como la unidad es igual á 1, así el cociente será igual á 4, y resultará  $4 : 1 = 4$ .

Y al dividir 4 por  $\frac{1}{2}$ , como la unidad es dupla de  $\frac{1}{2}$ , así el cociente será duplo de 4, y tendremos,  $4 : \frac{1}{2} = 8$ .

Comparando los resultados

$$4 : 2 = 2 \quad 4 : 1 = 4 \quad 4 : \frac{1}{2} = 8$$

veremos que un cociente puede ser igual, menor ó mayor que el dividendo, según el divisor sea igual, mayor ó menor que la unidad.

En este ejemplo ha sido siempre 4 el dividendo : 2, 1,  $\frac{1}{2}$  han hecho las veces de divisores, y 2, 4 y 8 han sido los cocientes.

74, 75.

La definición de la P. 74 puede entenderse así :

Dividir 4 por 2, es averiguar las veces que el 2 está contenido en 4, y resulta por cociente 2.

Dividir 4 por 1, es averiguar las veces que el 1 está contenido en 4, y resulta por cociente 4.

Y dividir 4 por  $\frac{1}{2}$ , es ver las veces que  $\frac{1}{2}$  cabe en 4, y claro esto que cabe ocho veces, luego el cociente es 8.

76.

Es muy conveniente considerar la división en sus relaciones con la multiplicación. Por ejemplo : después de haber multiplicado 3 por 6 y obtenido el producto 18, si se supone desconocido el primero de aquellos factores, se hallará dividiendo 18 por 6, y si se desconociese el segundo, se encontraría dividiendo 18 por 3.

Esto es : que, si suponemos que

$$3 \times 6 = 18$$

$$\text{Serán } 3 = \frac{18}{6} \quad \text{y } 6 = \frac{18}{3}$$

77.

Para adquirir destreza en la averiguación á primera vista de la cifra que se ha de poner al cociente cuando

se divide por un número dígito, se harán á los alumnos varias preguntas sobre sus resultados, á las cuales se debe exigir una pronta contestacion. Sirvan de ejemplo las siguientes :

|               |        |
|---------------|--------|
| P. 89 entre 9 | R. Á 9 |
| P. 87 entre 9 | R. Á 9 |
| P. 72 entre 8 | R. Á 9 |
| P. 59 entre 7 | R. Á 8 |
| P. 55 entre 6 | R. Á 9 |
| P. 45 entre 6 | R. Á 7 |
| P. 17 entre 4 | R. Á 4 |
| etc.          | etc.   |

78 á 83.

Las reglas dadas en estas preguntas se ven practicadas en los ejemplos siguientes.

Sea primero : el número compuesto 43,864 el que he de dividir por 8.

Y despues de colocado el divisor á la derecha del dividendo y tirada la raya del modo que aquí se ve :

$$\begin{array}{r}
 \text{Dividendo } 43,864 \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ divisor.} \\ 5,483 \text{ cociente.} \end{array} \right. \\
 \hline
 40 \\
 \hline
 038 \\
 \hline
 32 \\
 \hline
 066 \\
 \hline
 64 \\
 \hline
 024 \\
 \hline
 24 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

Como la primera cifra del dividendo no basta para contener al divisor, marco el 3 y digo :

43 entre 8 á 5 que escribo al cociente :

5 por 8 son 40 que pongo debajo de la porcion separada. Y restando, quedan 3 á cuyo lado bajo el 8 que marco :

38 entre 8 á 4, que escribo á la derecha del 5 :

4 por 8 son 32 que resto ; quedan 6, y bajo el 6 :

66 entre 8, á 8, que escribo al cociente :

8 por 8 son 64 que resto ; quedan 2, y bajo el 4 :

24 entre 8, á 3 que pongo al cociente :

3 por 8 son 24 que resto ; y no queda nada. Luego el cociente es 5,483.

Para el caso en que alguna porcion del dividendo no contenga al divisor, nos propondrémós el siguiente ejemplo :

Se quiere dividir 320,424 por 8, y despues de planteada la operacion :

$$\begin{array}{r}
 320424 \left\{ \begin{array}{l} 8 \\ 40053 \end{array} \right. \\
 \hline
 32 \\
 \hline
 0042 \\
 \hline
 40 \\
 \hline
 024 \\
 \hline
 24 \\
 \hline
 00
 \end{array}$$

Como despues de dividir la primera porcion del dividendo y restado el producto no queda nada, y bajada la cifra siguiente 0, no puede partirse entre 8, escribo 0 al cociente y bajo la cifra siguiente del dividendo que es 4 ;

pero como esta cifra tampoco es divisible entre 8, pongo al cuociente otro 0, y bajando la siguiente cifra 2 del dividendo, diré 42 entre 8, á 5, y continuaré la operacion.

Solamente en la division por un número digito, se puede conocer á primera vista cuál es la cifra que se ha de poner al cuociente; mas en las divisiones por un número compuesto se prescinde para dicha averiguacion de todas las cifras del divisor menos una, y de tantas en el dividendo como se dejaron de considerar en el divisor.

Supongamos que en el curso de una division se presente el siguiente caso :

$$\begin{array}{r} 12(874 \left\{ \begin{array}{l} 6(162 \\ 2 \end{array} \right. \\ \hline 12\ 324 \\ \hline 550 \end{array}$$

Para considerar al divisor como 6 he prescindido de tres cifras, y de otras tantas debo prescindir en el dividendo, lo cual se expresa en la práctica diciendo :

12874 entre 6162, ó bien, 12 entre 6 á 2; pero como la cifra hallada hay que multiplicarla por todo el divisor, no siempre sucede como en el presente caso, que el producto pueda restarse de la porcion correspondiente del dividendo.

En el caso de que el dividendo parcial fuese 12874 y el divisor 6762:

$$\begin{array}{r} 12(874 \left\{ \begin{array}{l} 6(762 \\ 2 \end{array} \right. \\ \hline 13\ 524 \end{array}$$

hechas las mismas consideraciones que en el anterior ejemplo, diria :

12874 entre 6762, ó bien, 12 entre 6 á 2; pero el producto que resulta de multiplicar esta cifra por todo el divisor es 13524, el cual no puedo restar del dividendo; luego debo poner una cifra menor al cuociente.

Otras veces, por el contrario, queriendo evitar un resultado semejante al anterior incurrimos en el defecto contrario, por ejemplo :

$$\begin{array}{r} 36(989 \left\{ \begin{array}{l} 9(125 \\ 3 \end{array} \right. \\ \hline 27\ 375 \\ \hline 9\ 614 \end{array}$$

He dicho : 36989 entre 9125, ó bien, 36 entre 9 á 4; pero prudencialmente á 3, y lo pongo al cuociente; mas despues de hecha la multiplicacion y la resta, observo que sobra una cantidad mayor que el divisor; luego debo aumentar la cifra del cuociente.

Por muchas reglas que diéramos para evitar estos tanteos, ninguna de ellas seria bastante general para comprender todos los casos que pueden ocurrir en la division, y lo único que podemos aconsejar, es no escribir la cifra del cuociente, ni el producto, hasta no estar ciertos de que se ha de poder restar de la porcion del dividendo, sin sobrar nada, ó sobrando una cantidad menor que el divisor; bien haciendo los productos en papel separado, ó bien mentalmente cuando se haya adquirido práctica.

Pasemos ya á la division de un número compuesto por otro compuesto, y sea el número 106893 que se ha de dividir por 333.

Después de planteada la operación,

$$\begin{array}{r}
 1068'9'3' \left\{ \begin{array}{l} 333 \\ 321 \end{array} \right. \\
 \hline
 999 \\
 \hline
 0069 \ 9 \\
 \quad 66 \ 6 \\
 \hline
 \quad 03 \ 33 \\
 \quad \quad 3 \ 33 \\
 \hline
 \quad \quad 0 \ 00
 \end{array}$$

he separado del dividendo cuatro cifras por ser las que bastan para contener al divisor, y he dicho :

1068 entre 333, ó bien, 6 entre 3 á 2, y habiendo efectuado la multiplicación por el divisor y restado el producto del dividendo, bajé la siguiente cifra 9 y he dicho :

699 entre 333, ó bien, 6 entre 3 á 2, y habiendo efectuado la multiplicación y la resta, he bajado la otra cifra 3 y concluí diciendo :

333 entre 333, ó bien, 3 entre 3 á 1, que multiplicado por el divisor y restado el producto de la última porción del dividendo, no sobra nada; luego el cociente es 321.

84.

Cuando el divisor es 10, 100, 1000, etc. como, si 34527 se quisiera dividir por dichos números, separaría con una coma tantas cifras como ceros hubiese á la derecha de la unidad de este modo :

$$34527 : 10 = 3452,7$$

donde el cociente es 3452 y la resta es 7.

$$34527 : 100 = 345,27$$

donde es el cociente 345 y la resta 27.

$$34527 : 1000 = 34,527$$

donde el cociente es 34 y la resta 527, y así de los demás.

85.

Cuando el divisor acaba en ceros, los separo, y separo otras tantas cifras del dividendo; por ejemplo : si quiero dividir 36123 por 40.

Después de colocados dividendo y divisor en sus correspondientes lugares y separados dos ceros en el divisor y dos cifras en el dividendo,

$$\begin{array}{r}
 361(23) \left\{ \begin{array}{l} 4(00 \\ 90 \end{array} \right. \\
 \hline
 36 \\
 \hline
 001 \ 23
 \end{array}$$

diré : 36 entre 4 á 9, multiplico, resto y no sobra nada : bajo el 1 y como uno entre 4 á 0 lo pongo al cociente.

Resulta, pues, que el cociente total es 90 y la resta 23, bajando para esto las cifras que estaban separadas.

86.

Presentemos el caso en que dividendo y divisor tie-

nen ceros á su derecha, y sea 34500 que se ha de dividir por 3000.

Después de planteada la operación, y separados dos ceros en el dividendo y otros tantos en el divisor,

$$\begin{array}{r} 34500 \left\{ \begin{array}{l} 3000 \\ 30 \\ \hline 045 \\ 30 \\ \hline 15 \end{array} \right. \\ \hline \end{array}$$

la he calculado sin hacer caso de los ceros, y hallo por cociente 11, y por resta 15.

87.

Se ha dicho que en las operaciones de dividir se escribe la resta ó cifras separadas á la derecha del cociente sobre una raya, y debajo de la misma raya se escribe el divisor, por ejemplo, si después de partir 9 entre 6 les cabe á 1 y sobran 3, se expresará así :

$$9 : 6 = 1 + \frac{3}{6}$$

Por el mismo estilo los cocientes y restas del ejemplo 84 se escribirán así :

$$\begin{array}{l} 34527 : 10 = 3452 \frac{7}{10} \\ 34527 : 100 = 345 \frac{27}{100} \\ 34527 : 1000 = 34 \frac{527}{1000} \end{array}$$

El cociente y resta del ejemplo 85 se expresaría así :

$$36123 : 400 = 90 + \frac{123}{400};$$

porque al bajar las cifras separadas se han debido restituir los ceros al divisor.

Y en el ejemplo 86 se expresarian el cociente y resta de este modo :

$$34500 : 3000 = 11 + \frac{15}{300};$$

porque cuando se han separado al dividendo y divisor un número igual de ceros, no hay para qué volverlos á tomar en consideración.

Todo esto no ha sido mas que dejar indicada una operación que no podíamos ejecutar.

88 á 90.

Para la práctica de la división nos propondremos las siguientes cuestiones que comprenden los cinco casos en que tiene lugar dicha operación.

*Cuestión primera.* Un individuo tiene 1452 pesos, y habiéndose propuesto gastar 121 pesos al mes, pregunta: ¿cuántos meses podrá subsistir con esta suma?

*Resolución.* — Esta cuestión es de dividir, porque se quiere saber las veces que un número cabe en otro, y por la naturaleza de la cuestión es 1452 pesos el dividendo, porque se va á buscar las veces que contiene á 121 pesos; luego plantearé así la operación :

$$\begin{array}{r} \text{Pesos } 145'2' \left\{ \begin{array}{l} 121 \text{ pesos.} \\ 12 \text{ meses.} \end{array} \right. \\ \underline{121} \\ 0242 \\ \underline{242} \\ 000 \end{array}$$

y concluida hallaré al cociente 12, que según la cuestión son los meses que dura la cantidad.

Aquí vemos que siendo el dividendo y divisor de una misma especie, el cociente ha sido un número abstracto que se ha concretado deduciendo su especie del objeto de la cuestión.

*Cuestión segunda.* — Se quieren distribuir 2000 pesos entre 80 individuos; ¿cuánto corresponderá á cada uno?

*Resolución.* — La cuestión es simplemente de repartir un número entre otro; luego se resolverá por medio de la división. El dividendo es pesos por ser de la especie que se busca, y planteada la operación

$$\begin{array}{r} \text{Pesos } 200(0 \left\{ \begin{array}{l} 8(0 \text{ individuos.} \\ 25 \text{ pesos.} \end{array} \right. \\ \underline{16} \\ 040 \\ \underline{40} \\ 00 \end{array}$$

hallaré que á cada individuo corresponden 25, y son pesos, porque esta es la especie del dividendo.

*Cuestión tercera.* — Deseando distribuir 648 hombres de tropa en 12 partes iguales para atender con ellos á otros tantos objetos diferentes, se pregunta: ¿cuántos hombres corresponderán á cada una de estas partes?

*Resolución.* — La cuestión es de dividir, porque se trata de hacer partes iguales, y los hombres son el dividendo, porque es la especie que busco; luego la plantearé así:

$$\begin{array}{r} \text{hombres } 648 \left\{ \begin{array}{l} 12 \text{ divisor abstracto.} \\ 60 \left\{ \begin{array}{l} 54 \text{ hombres.} \\ 048 \\ \underline{48} \\ 00 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

y ejecutada la operación hallaré 54, que son los que corresponden á cada porción; y son hombres, porque esta es la especie del dividendo.

*Cuestión cuarta.* — Hemos invertido 12,348 reales en comprar 36 quintales de algodón. ¿Cuánto ha costado cada quintal?

*Resolución.* — Como sabiendo el valor de varias cosas quiero averiguar el valor de una, la operación se resuelve dividiendo; y como busco el valor en reales, el dividendo son los reales; luego plantearé la operación de este modo:

$$\begin{array}{r} \text{reales } 12348 \left\{ \begin{array}{l} 36 \text{ quintales.} \\ 108 \left\{ \begin{array}{l} 343 \text{ reales.} \\ 0154 \\ \underline{144} \\ 0108 \\ \underline{108} \\ 000 \end{array} \right. \end{array} \right. \end{array}$$

y hallo por valor de cada quintal 343 que son reales por ser la especie del dividendo.

*Cuestion quinta.* — Deseamos reducir 3697 cuartillos á reales, luego á pesos y luego á onzas:

*Resolucion.* — Esta cuestion en que se procura reducir unidades de especie inferior á superior, es de pa'cir. Los dividendos son las especies inferiores, y los divisores el número de las unidades inferiores que contiene cada inmediata superior.

Diré primero : como cada real tiene 4 cuartillos, dividiré los cuartillos por 4 para reducirlos á reales :

$$\begin{array}{r} \text{cuartillos } 3697 \left\{ \begin{array}{l} 4 \text{ cuartillos que tiene un real.} \\ 924 \text{ reales.} \end{array} \right. \\ \hline 009 \\ \hline 8 \\ \hline 17 \\ \hline 16 \\ \hline 01 \end{array}$$

y hallo 924 reales y sobra un cuartillo.

Mas como cada peso tiene 8 reales, dividiré los 924 reales por 8 para reducirlos á pesos :

$$\begin{array}{r} \text{reales } 924 \left\{ \begin{array}{l} 8 \text{ reales que tiene un peso.} \\ 115 \text{ pesos.} \end{array} \right. \\ \hline 8 \\ \hline 12 \\ \hline 8 \\ \hline 044 \\ \hline 40 \\ \hline 04 \end{array}$$

y hallo 115 pesos y sobran 4 reales.

Por último, como cada onza tiene 16 pesos, divido los pesos por 16 para reducirlos á onzas :

$$\begin{array}{r} 115 \left\{ \begin{array}{l} 16 \text{ pesos que tiene cada onza.} \\ 7 \text{ onzas.} \\ 003 \text{ pesos.} \end{array} \right. \end{array}$$

y encuentro 7 onzas, sobrando 3 pesos.

Reuniendo ahora las onzas con los demás residuos, obtendré el resultado siguiente :

3697 cuartillos = 7 onzas, 3 pesos, 4 reales, y 1 cuartillo.

91 á 94.

De la naturaleza de la division se infiere que mientras mayor es la cantidad que se divide, ó mientras mayor es el dividendo, mayor será el cuociente, y mientras menor sea el dividendo, menor será el cuociente; por ejemplo : 12 manzanas y 8 manzanas repartidas entre un número igual de niños darán mayor cuociente en el primer caso y menor en el segundo.

Suponiendo ahora un mismo número de manzanas á repartir primero entre 6 y luego entre 9 niños, les correspondarán á mas cuando hay menos niños, y á menos cuando hay mas niños.

Estas consideraciones se reducen á los cuatro casos siguientes :

Si aumenta el dividendo, aumenta el cuociente :

Si disminuye el dividendo, disminuye el cuociente :

Si aumenta el divisor, disminuye el cuociente :

Si disminuye el divisor, aumenta el cociente.

También es evidente que si 12 manzanas entre 6 niños les cupieron á 2 manzanas, doble número de manzanas entre doble número de niños ó la mitad de las manzanas entre la mitad de los niños les tocarán siempre á las mismas 2 manzanas; es decir, que si

$12 : 6 = 2$ , también será  $24 : 12 = 2$ , ó  $6 : 3 = 2$ , lo cual se expresa diciendo : que el cociente no se altera porque dividendo y divisor se multipliquen ó partan por un mismo número, cuya propiedad de la division bien aplicada es de mucho uso en la práctica.

### 95 y 96.

Estos números :

30, 48, 56, 45, 16, 4, 6, etc.

se llaman compuestos porque se pueden dividir exactamente por otros menores que ellos.

Y estos otros :

1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, etc.

se llaman primos porque no se pueden dividir exactamente si no es por sí mismos ó por la unidad.

## LECCION VII.

PRUEBAS DE LA ADICION, SUSTRACCION, MULTIPLICACION Y DIVISION DE LOS NÚMEROS ENTEROS Y ABREVIACION DE ALGUNAS OPERACIONES.

97. P. Qué se entiende por probar una operacion?

R. Es hacer otra que, por sus relaciones con la primera, nos manifieste si en ella hubo algun error.

98. P. Cuál es la prueba de sumar?

R. La que está mas en uso es la de separar uno de los sumandos, se vuelven á sumar los demás, esta nueva suma se resta de la primera, y el residuo debe ser igual al sumando que se separó si la operacion está bien hecha.

99. P. Cómo se prueba la sustraccion?

R. Sumando el sustraendo con el residuo y ha de resultar el minuendo.

100. P. Cuál es la prueba de multiplicar?

R. Dividir el producto por uno de los factores y ha de resultar el otro factor.

101. P. Cuál es la prueba de la division?

R. La multiplicacion del divisor por el cociente, cuyo producto por sí solo, ó agregándole la resta que pueda haber quedado, compondrá el dividendo.

102. P. Se pueden aplicar estas mismas pruebas á otros números que no sean enteros?