

he multiplicado por 6, he separado dos decimales, y encuentro que el dinero gana 27,42 ps. al año.

Un sugeto debía entregarme de esta fecha en un año 12,320 pesos, y yo le propongo que si me le entrega ahora le rebajaré el 10 por ciento de su deuda, ¿cuánto me dará de menos?

$$\begin{array}{r} \text{El } 10 \text{ p. } \frac{\circ}{\circ} \text{ de } 12320 \text{ pesos} \\ \quad \times 10 \\ \hline 1232,00 \text{ pesos} \\ \text{me adeudaba } 12320 \\ \text{le rebajo } \dots 1232 \\ \hline \text{me ha de dar. } 11088 \text{ pesos.} \end{array}$$

Multiplicando por 10 y partiendo por 100 que se logró separando dos cifras, hallo que me ha de dar de menos 1232 pesos; luego restando estos de lo que me adeudaba, veo que ha de darme ahora 11,088 pesos.

NOTA.

La razón que hemos tenido para separar en los productos tantos decimales como había en los factores, ha sido la de hacer dichos productos tantos veces menores cuantas se habían hecho mayores por haber prescindido de los signos decimales en la multiplicación.

## LECCION XVII.

DIVISION DE LAS CANTIDADES DECIMALES, MODO DE CONTINUAR POR DECIMALES UNA DIVISION, Y REDUCCION DE LOS QUEBRADOS COMUNES A DECIMALES.

206. P. Cómo se divide una cantidad decimal por un entero?

R. Se pone una coma á la derecha del divisor entero, se le agregan tantos ceros como cifras decimales haya en el dividendo, se tachan ó quitan los signos decimales de dividendo y divisor, y queda reducida la operación á una división de enteros.

207. P. Cómo se divide una cantidad de enteros por otra decimal?

R. Se agregan al dividendo una coma y tantos ceros como decimales tenga el divisor, y tachando luego las comas, queda reducida la división á una operación de números enteros.

208. P. Cómo se divide una cantidad decimal por otra también decimal?

R. Se añaden al que tenga menos decimales los ceros que basten para igualar al que tenga mas, se prescinde entonces de los signos, y se ejecuta la división como la de enteros por enteros.

209. P. Y por esas alteraciones que Vd. hace, no se altera el valor del cociente?

R. No, señor; porque el agregar ceros en la parte decimal no altera el valor de una cantidad, y el suprimir las comas equivale á multiplicar dividendo y divisor por un mismo número.

210. P. Cómo se continúa una division por decimales?

R. Cuando despues de hallada la última cifra de los enteros del cuociente queda algun residuo, si se quiere continuar la division por decimales, á la derecha de los enteros del cuociente se pone el signo decimal, se agrega al residuo un cero; se parte por el divisor, y lo que resulte serán décimas; si queda otra resta, se agrega otro cero, se vuelve á dividir, y lo que resulte serán centésimas, y así se continuará hasta que no quede residuo ó no se quieran hallar mas decimales.

211. P. Y si despues de agregado un cero no se puede partir por el divisor?

R. Se pone cero al cuociente, se agrega otro á la resta y se continúa la operacion.

212. P. Cómo se reduce un quebrado comun á decimal?

R. Partiendo el numerador entre el denominador por el método prescrito para continuar una operacion por decimales, no estando de mas advertir que cuando el quebrado es propio, como no se puede partir el numerador entre el denominador, se pondrá cero al cuociente, luego el signo decimal, y luego las decimales que vayan resultando de cada cero que se agregue al numerador (que aquí es dividendo) y á las restas que resulten.

## Ejemplos para la práctica.

206.

Se quieren distribuir 36,50 pesos entre 8 individuos :

$$36,50 : 8 = 36,50 : 8,00 = 3650 : 800$$

$$\begin{array}{r} 3650 \left\{ \begin{array}{l} 800 \\ 3200 \\ \hline 0450 \end{array} \right. 4 + \frac{450}{800} \text{ ó } \frac{45}{80} \text{ ó } \frac{9}{16} \end{array}$$

Despues de agregados al divisor la coma y dos ceros por otras tantas decimales que tiene el dividendo, suprimo los signos decimales y ejecuto la division de 3650 por 800, resultando corresponder á cada uno 4 ps. y  $\frac{9}{16}$  de peso, que valorados darian  $4\frac{1}{2}$  reales.

207.

Habiéndose empleado 475 pesos en comprar 28,16 quintales de algodón, se pregunta á cómo costó el quintal.

$$475 : 28,16 = 475,00 : 28,16 = 47500 : 2816$$

$$\begin{array}{r} 47500 \left\{ \begin{array}{l} 2816 \\ 2816 \\ \hline 19340 \\ 16896 \\ \hline 02444 \end{array} \right. 16 + \frac{2444}{2816} \end{array}$$

Como el divisor tiene decimales y el dividendo no los tiene, agrego una coma y dos ceros al dividendo, pres-

cindo de los signos decimales, ejecuto la operacion como enteros, y hallo que el quintal cuesta 16 pesos y  $\frac{2444}{2816}$  de pesos que valuaré en reales si se cree necesario.

208 y 209.

Suponiendo que para hacer 7,75 varas de cierto paño se han gastado 8,125 libras de lana, ¿cuánta se consume en cada vara?

$$8,125 : 7,75 = 8,125 : 7,750 = 8125 : 7750$$

$$\frac{8125}{7750} \left\{ \begin{array}{l} 7750 \\ 0375 \end{array} \right. 1 + \frac{375}{7750}$$

Primero he igualado el número de decimales, luego he prescindido de las comas, y finalmente hago la operacion como enteros, hallando que á cada vara corresponden  $1 + \frac{375}{7750}$  libras de lana.

Habiendo pagado 0,75 de real por 1,5 de libra, ¿á cómo vale la libra?

$$0,75 : 0,5 = 0,75 : 0,50 = 75 : 50$$

$$\frac{75}{50} \left\{ \begin{array}{l} 50 \\ 25 \end{array} \right. 1 + \frac{25}{50} \text{ ó } \frac{1}{2}$$

Como dividendo y divisor no tenian igual número de decimales, las he igualado, prescindo de los signos, dividido y hallo que la libra vale  $1 + \frac{1}{2}$  rl.

210.

Habiendo de partir 345 pesos entre 8 individuos y quedando de residuo 1, se quiere continuar la operacion por decimales.

$$\begin{array}{r} 345 \left\{ \begin{array}{l} 8 \\ \hline 32 \end{array} \right. 43,125 \text{ pesos.} \\ \hline 25 \\ 24 \\ \hline 01,0 \\ 8 \\ \hline 20 \\ 16 \\ \hline 40 \\ 40 \\ \hline 00 \end{array}$$

Cuando hallé la última cifra de los enteros ó sean las unidades del cuociente, puse á su derecha una coma, agregué un cero al residuo, divido y encuentro 1 décima : sobrando 2 le agrego otro cero, divido y hallo 2 centésimas : sobrando 4 agrego un cero divido y hallo 5 milésimas no sobrando nada : luego el cuociente es 43,125 pesos.

211.

Se quieren distribuir 85 pesos entre 42 individuos, continuando la division por decimales.

$$\begin{array}{r}
 85 \overline{) 42} \\
 \underline{84} \phantom{0} \\
 1,00 \\
 \underline{84} \\
 160 \\
 \underline{126} \\
 034 \text{ etc.}
 \end{array}$$

2,023 etc. ps.

Aquí encontré la dificultad que al añadir el primer cero al residuo no pudo dividirse aun por el divisor: puse cero en el cociente, agregué otro al residuo y continué la operación hasta las milésimas, siendo el cociente aproximado 2,023 pesos.

## NOTA.

Como se ha visto en el último ejemplo, no se ha hallado el cociente exacto ni se hallaría aunque se continuase la operación al infinito. La razón de esto es que en el divisor hay factores que no pueden destruirse al multiplicar por 10 al divisor, que es lo que se hace al agregar ceros. Toda fracción decimal que no sea exacta, puede sin embargo aproximarse á serlo tanto como se quiera continuando la operación. Los comerciantes nunca aproximan mas que á las centésimas, los navegantes hasta millonésimas; pero en los cálculos delicados se lleva la aproximación hasta un número considerable de cifras.

## 212.

Los siguientes quebrados los quiero reducir á decimales:  $\frac{2}{3}$ ,  $\frac{4}{5}$ ,  $\frac{9}{7}$  y  $\frac{7}{16}$ ;

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 3} \\
 \underline{20} \\
 18 \\
 \underline{20} \\
 18 \\
 \underline{20}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 2 \\ 20 \\ 18 \\ 20 \\ 18 \\ 20 \end{array}} \right\} \frac{2}{3} = 0,6666 \dots$$

$$\begin{array}{r}
 4 \overline{) 5} \\
 \underline{40} \\
 40 \\
 \underline{40} \\
 00
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 4 \\ 40 \\ 40 \\ 40 \end{array}} \right\} \frac{4}{5} = 0,8.$$

$$\begin{array}{r}
 9 \overline{) 7} \\
 \underline{70} \\
 14 \\
 \underline{60} \\
 56 \\
 \underline{40} \\
 35 \\
 \underline{5}
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 9 \\ 70 \\ 14 \\ 60 \\ 56 \\ 40 \\ 35 \\ 5 \end{array}} \right\} \frac{9}{7} = 1,285.$$

$$\begin{array}{r}
 7 \overline{) 16} \\
 \underline{70} \\
 64 \\
 \underline{60} \\
 48 \\
 \underline{42} \\
 112 \\
 \underline{112} \\
 0080 \\
 \underline{80} \\
 00
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{r} 7 \\ 70 \\ 64 \\ 60 \\ 48 \\ 42 \\ 112 \\ 112 \\ 0080 \\ 80 \\ 00 \end{array}} \right\} \frac{7}{16} = 0,4375.$$

Dividido el numerador de cada uno por el denominador segun las reglas dadas para la continuacion de una division por decimales, hallo el valor de  $\frac{4}{5}$  y de  $\frac{7}{16}$  expresado en decimales exactas, y el valor de  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{3}{7}$  en decimales aproximados que se hubieran podido continuar.

## NOTA.

No darán decimal exacta los quebrados cuyos denominadores contengan algun factor que no sean 2 ni 5 por la misma razon que hemos dicho antes. Así, cualquier quebrado como  $\frac{8}{16}$ ,  $\frac{3}{5}$ ,  $\frac{6}{20}$  cuyos denominadores pueden reducirse á la unidad sacándoles mitades y quintas partes, darán decimales exactas; pero estos otros  $\frac{3}{18}$ ,  $\frac{6}{14}$ , etc., cuyos denominadores no pueden reducirse á la unidad por mas que se dividan por 2 y por 5, no darán decimal exacta. Esto se funda en que el 10 por quien se multiplica al numerador al agregar cada cero, se compone de  $2 + 5$ , y al efectuar la división no pueden destruirse otros factores distintos de estos.

## LECCION XVIII.

DE LOS NÚMEROS COMPLEXOS Ó DENOMINADOS, SU REDUCCION Á LA ESPECIE MENOR Y Á QUEBRADOS DE LA MAYOR.

213. P. Qué son números complexos ó denominados?

R. Son los que se expresan por diferentes denominaciones aunque referentes á una unidad principal.

214. P. Qué clase de cantidades se expresan por medio de estos números?

R. Las monedas, pesas y medidas.

215. P. Cuáles son las monedas efectivas corrientes en nuestros mercados?

R. La mayor moneda de oro es la onza, que tiene 4 doblones, el doblon 2 escudos y el escudo 2 escuditos, de modo que la onza tiene 16 escuditos. La mayor moneda de plata es igual en valor al escudito de oro, y se llama peso, el peso tiene 4 pesetas, la peseta 2 reales, el real 2 medios y el medio 2 cuartillos, que es la menor moneda efectiva de plata.

216. P. Cuáles son las unidades de peso usadas en el comercio?

R. La tonelada que tiene 20 quintales, el quintal 4 arrobas, la arroba 25 libras, la libra 16 onzas, la onza 16 adarmes y el adarme 36 granos.

217. P. Cuáles son las pesas que usan los boticarios?

R. La libra de 12 onzas, la onza dividida en 8 dracmas, la dracma en 3 escrúpulos y el escrúpulo en 24 granos.

218. P. Cuáles son las unidades de peso para la plata?

R. La libra que se divide en 2 marcos, el marco en 8 onzas, la onza en 8 ochavas y la ochava en 2 adarmes.

219. P. Y para el oro?

R. La libra en 2 marcos, el marco en 50 castellanos, el castellano en 8 tomines y el tomin en 12 granos.

220. P. Cuántas clases de medidas hay?

R. Las siguientes: medidas del tiempo, del círculo, de

longitud, de superficie, de áridos, de líquidos y de sólidos.

221. *P.* Cuáles son las medidas del tiempo?

*R.* El siglo que tiene 100 años, el año 12 meses ó 365 dias, el dia 24 horas, la hora 60 minutos y el minuto 60 segundos. Los años bisiestos tienen un dia mas, y los meses no son todos de igual número de dias; pero se computan de á 30 dias en los cálculos que no exigen mucha precision.

222. *P.* Cómo se considera dividido el círculo?

*R.* Todo círculo, sea grande ó pequeño, se divide en 360 grados, el grado en 60 minutos y el minuto en 60 segundos: de modo que la extension absoluta de un grado depende de la del círculo de que es parte.

223. *P.* Cuáles son las medidas de longitud?

*R.* La legua que tiene 3 millas, la milla 2222 varas, la vara 3 piés ó tercias, el pié 12 pulgadas, la pulgada 12 lineas y la línea 12 puntos. Tambien se conocen el codo de 2 piés, la braza de 2 varas y la cuarta de 9 pulgadas.

224. *P.* Cuáles son las medidas de superficie?

*R.* Las medidas de superficie, que tambien se llaman agrarias, son varias; pero las mas conocidas y usadas son las siguientes: la caballería que tiene 50 fanegas, la fanega 12 almudes, el almud 100 varas cuadradas y la vara cuadrada 9 piés cuadrados.

225. *P.* Cuáles son las medidas de capacidad para los áridos?

*R.* Son las que se usan para los granos y cosas secas, á saber: el cahiz que tiene 12 fanegas, la fanega 12 celemines y el celemin 4 cuartillas.

226. *P.* Cuáles son las medidas de capacidad para los líquidos?

*R.* La cántara que tiene 8 azumbres ó frascos, el azumbre 4 cuartillos y el cuartillo 4 copas.

227. *P.* Cuáles son las medidas de sólidos?

*R.* Las que se usan para apreciar el volúmen de las maderas, fardos, muros, etc., y se llaman cúbicas, á saber: la vara cúbica que tiene 27 piés cúbicos, y el pié cúbico 1728 pulgadas cúbicas.

228. *P.* Cómo se reduce un número denominado á su especie inferior?

*R.* Se multiplica el número de la mayor denominacion por el número de unidades de la especie inmediata que contenga cada unidad de aquel, y al producto se agregan las unidades que haya de dicha especie inmediata: esta suma se reduce á la denominacion que siga, multiplicándola tambien por el número de dicha especie que contenga cada unidad suya, agregando despues las unidades de la especie siguiente, y continuando hasta llegar á las unidades de la última denominacion.

229. *P.* Cómo se reduce un número denominado á quebrado de la especie mayor?

*R.* Se reduce primero á su última especie, y este número se pondrá por numerador de un quebrado, y por denominador el número de unidades de la última especie que contenga cada unidad de la denominacion mayor, es decir, una unidad de la especie mayor reducida á la menor.

230. *P.* Y si despues de la última especie hubiese una fraccion ya sea comun ó decimal?

R. Se tendrá á su numerador como unidades de la especie inferior, cuya especie está indicada por el denominador, y bajo este principio se harán entrar en la reducción del número complejo á quebrado.

**Explicaciones y Ejemplos.**

213 á 227.

Siendo de la mayor importancia el cálculo de los números denominados, por el continuo uso que de ellos se hace en las transacciones del comercio, en las artes, en las ciencias y en otros ramos subalternos, deben interesarse los maestros en hacer entender á sus alumnos de la manera mas clara posible, y con ejemplos y comparaciones materiales, lo que son cada una de las especies de unidades de las que componen dichos números, por ejemplo: en un círculo explicarán los grados, en una regla ó vara sus divisiones, con cuadros formados en la pizarra las medidas de superficie, y con dados ú otras piezas semejantes las medidas de sólidos: les harán ver, si es posible, las monedas, pesas y medidas de áridos y líquidos; les explicarán en un reloj la subdivision del tiempo, y les harán concebir cómo por la acumulacion de unidades inferiores se forman las superiores. La viva voz de los maestros en presencia de tales objetos producirá mejor efecto que cuanto aquí se pudiera decir para esclarecer esta interesante materia.

228.

Se quieren reducir 3 onzas, 4 pesos, 6 reales á la menor denominacion.

$$\begin{array}{r} 3 \text{ onz.} \dots 4 \text{ ps.} \dots 6 \text{ rs.} = 422 \text{ rs.} \\ \underline{16} \qquad \qquad \underline{48} \qquad \qquad \underline{416} \\ 48 \text{ ps.} \qquad \quad 52 \text{ ps.} \qquad \quad 422 \text{ rs.} \\ \qquad \qquad \qquad \underline{8} \\ \qquad \qquad \qquad 416 \text{ rs.} \end{array}$$

He reducido las onzas á pesos multiplicándolas por 16 pesos que tiene la onza, y al producto agrego los 4 pesos y hacen 52 pesos, que reduzco á reales multiplicándolos por 8 reales que tiene un peso, y al producto agrego los 6 reales, y hallo que el expresado número complejo es igual á 422 reales.

Por el mismo estilo se reducirá á su última especie otro cualquier número denominado.

229.

¿Cómo se reduce á quebrado de la especie mayor el número complejo 3 dias, 6 horas y 5 minutos?

$$\begin{array}{r} 3 \text{ dias} \dots 6 \text{ horas} \dots 5 \text{ minutos} = \frac{4685}{1440} \text{ de dia.} \\ \underline{24} \qquad \qquad \underline{72} \qquad \qquad \underline{4680} \\ 72 \text{ horas.} \quad 78 \qquad \qquad 4685 \left. \begin{array}{l} \text{ minutos.} \\ \text{ numerador.} \end{array} \right\} \\ \qquad \qquad \qquad \underline{60} \\ \qquad \qquad \qquad 4680 \end{array}$$

*Formacion del denominador.*

$$1 \text{ dia} = 24 \text{ horas} \times 60 \text{ minutos} = 1440 \text{ denominador.}$$

Reducido el número complejo á su menor denominación, hallo 4685 que pongo por numerador, y reducido 1 dia, que es la especie mayor, á minutos que es la menor, encuentro que como el dia tiene 1440 minutos, este es el denominador, y resultará que el número propuesto es igual á  $\frac{4685}{1440}$  de dia. Del mismo modo se podrán verificar otras reducciones.

230.

Sea este el número complejo que se quiere reducir á quebrado de la especie menor: 4 fanegas, 3 celemines, 2 cuartillas y  $\frac{2}{5}$  de cuartilla.

$$\begin{array}{r} 4 \text{ fanegas, } 3 \text{ celem. } 2 \frac{2}{5} \text{ cuartill.} = \frac{1032}{240} \text{ de fan.} \\ \underline{12} \quad \quad \underline{48} \quad \quad \underline{204} \end{array}$$

$$48 \text{ fanegas, } 51 \text{ celem. } 206 \text{ cuart.}$$

$$\begin{array}{r} \underline{4} \quad \quad \underline{\times 5} \end{array}$$

$$204 \text{ cuart. } 1030$$

2

$$\begin{array}{r} \underline{1032} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{quintos de cuart.} \\ \text{numerador.} \end{array} \right\}$$

$$1 \text{ fan.} = 12 \text{ celem.} \times 4 = 48 \text{ cuart.} \times 5 = 240 \text{ quintos de cuartilla que es el denominador.}$$

Considerando á los quintos de cuartilla como una nueva especie, cuando llegué á las cuartillas las reduje á

quintos multiplicándolas por 5, y despues agregué los 2 quintos, formando así el numerador. Luego averigüé cuántos quintos de cuartilla tenia una fanega, y este fué el denominador.

Parece innecesario poner otros ejemplos, pues con igual procedimiento se reducirán á quebrados de la especie mayor todos los números complejos en que haya fracciones comunes de la menor.

Presentemos el caso en que haya fracción decimal en la reduccion de 40 grados, 30 minutos, 12,65 segundos á quebrado de la especie menor.

Los grados se indican con un cero, los minutos con un acento, los segundos con dos, así :

$$\begin{array}{r} 40^\circ \dots\dots 30' \dots\dots 12,65'' = \frac{145812650}{360000} \\ \underline{60} \quad \quad \underline{2400} \quad \quad \underline{145800} \\ 2400' \quad \quad 2430 \quad \quad 145812'' \\ \quad \quad \underline{60} \quad \quad \underline{100} \\ 145800'' \quad 14581200 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{+ 65} \\ \quad \quad \quad \quad \quad 14581265 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{centés. de seg.} \\ \text{numerador.} \end{array} \right\}$$

$$1^\circ = 60' \times 60 = 3600'' \times 100 = 360000 \text{ centésimos de segundo que es el denominador.}$$

Al llegar á los segundos los reduje á centésimos multiplicándolos por 100, agregué los 65 y formé el numerador. Luego averigüé los centésimos de segundo que tenia un grado, y este fué el denominador.