2º — Quiero saber cuál es la raiz cuadrada de 321,842.

```
                    2585
                    349
√3.21,84.20     |   27
 1              |   17,95
 ---------      ---------
 22.1
 18 9
 ---------
 03 28.4
  3 14 1
 ---------
  0 14 32.0
    12 92 5
 ---------
     01 39 5
```

He añadido un cero á las decimales para hacerlas pares: he dividido las cifras de dos en dos desde la coma á derecha é izquierda: he ejecutado la extraccion de la raiz de los enteros, y antes de bajar la primera seccion de decimales, puse el signo decimal á la derecha de las cifras halladas, habiendo continuado la operacion, que seria fácil aproximar.

282.

Bien entendido lo que va expuesto, nada hay mas fácil que extraer la raiz cuadrada de un número denominado. Sea el número complexo 14 varas, 6 piés y 36 pulgadas de que se ha de extraer la raiz cuadrada. Lo ejecutarémos reduciéndole á quebrado, y teniendo presente que hablamos de medidas superficiales en las que la vara cuadrada tiene 9 piés y el pié 144 pulgadas. Esto supuesto será

$$\sqrt{14 \text{ vs. } 6 \text{ ps. } 36 \text{ pul.}} = \sqrt{\frac{19044}{1296}} \text{ v.} = \frac{138}{36} \text{ var.}$$

cuyo quebrado $\frac{138}{36}$ var. reducido á enteros, y valuados los residuos segun la division lineal, da por resultado 3 varas, 3 piés, 6 pulgadas, que es la raiz del número propuesto.

NOTA.

Téngase mucha atencion á las cantidades que se versan en estas operaciones; pues como se pasa, ya de las superficiales á las lineales y ya de estas á aquellas, deben emplearse con tino en la reduccion á quebrados y en la valuacion de estos las divisiones correspondientes, segun se explicaron en el tratado de los números denominados.

LECCION XXIII.

ELEVACION A LA TERCERA POTENCIA Y EXTRACCION DE LA RAIZ CÚBICA DE LOS NÚMEROS ENTEROS, QUEBRADOS, MIXTOS, DECIMALES Y DENOMINADOS.

283. *P.* Cómo se eleva un número entero á su tercera potencia?

R. Formando un producto en que el dicho número entre tres veces por factor.

284. *P.* Puede formarse el cubo de otro modo?

R. Sí, señor, respecto á cualquier número que no sea digito; pues considerándole descompuesto en decenas y unidades, su cubo se compondrá de cuatro partes, á saber; el cubo de las decenas, tres veces el cuadrado de las decenas multiplicado por las unidades, tres veces las decenas por el cuadrado de las unidades y el cubo de las unidades.

285. *P.* Cómo se eleva un quebrado á su tercera potencia?

R. Cubicando su numerador y denominador.

286. *P.* Cómo se eleva á la tercera potencia un número mixto?

R. Reduciéndole á la especie del quebrado y cubicando los términos del quebrado impropio que resulta.

287. *P* Cómo se eleva al cubo una cantidad decimal, tenga ó no enteros?

R. Formando un producto en que entre tres veces por factor y separando para decimales un número de cifras triplo del que tenga la raiz.

288. *P.* Cómo se eleva al cubo un número complexo?

R. Reduciéndole primero á quebrado de la especie mayor ó á entero y decimal, y cubicándole en seguida segun las reglas dadas para esta clase de números.

289. *P.* Qué debe saberse de memoria para proceder á la extraccion de la raiz cúbica?

R. Los cubos de los números dígitos que son los siguientes:

raices —	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
cubos —	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.

290. *P.* Qué otras circunstancias notables deben tenerse presentes?

R. 1ª Que cuando se está cubicando un número, el cubo de las decenas produce millares; el triplo del cuadrado de decenas por unidades produce centenas; el triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades dará decenas, y el cubo de las unidades se hallará en las unidades. 2ª Que el cubo de un número dígito no puede pasar de tres cifras; el cubo de un número de dos cifras no pasará de seis; el cubo de un número de tres no pasará de nueve cifras, etc. 3ª Que el cubo de un número se diferencia del de otro que tenga una unidad menos, en tres veces el cuadrado del menor, mas tres veces el mismo número menor, mas la unidad: y 4ª que el número que no tiene raiz cúbica exacta en enteros, no la tendrá en enteros y quebrados.

291. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de un número entero?

R. Se dividen las cifras de tres en tres de la derecha hácia la izquierda: se ve cuál es el mayor cubo contenido en la primera division de la izquierda y se escribe debajo de dicha porcion, poniendo la raiz en el lugar destinado para el cuociente en la division, y esta será la primera cifra de la raiz que se busca: se resta el cubo de las cifras separadas: á la derecha del residuo se baja la segunda porcion, separando con un punto las dos últimas cifras de la derecha: sobre la cifra hallada de la raiz se escribe el triplo de su cuadrado: se ve cuántas veces este triplo cuadrado cabe en las cifras separadas de la izquierda, y el cuociente será la segunda cifra de la raiz que se escribirá á la derecha de la primera: se multiplica esta cifra por el triplo cuadrado de la anterior y el producto se escribe debajo de las cifras separadas de la izquierda : se forma despues un producto que contenga tres veces la primera multiplicado por el cuadrado de la segunda cifra de la raiz, y se escribe debajo de las cifras bajadas de modo que corresponda á la penúltima : se forma de la última cifra de la raiz, y se escribe de modo que corresponda á la última cifra de las bajadas : se suman estas tres partes y la suma se resta del total de las cifras bajadas : á la derecha del residuo se baja otra nueva porcion y se separan las dos últimas cifras : se procede con las cifras halladas de la raiz como si fueran una sola para el efecto de formar el triplo de su cuadrado : por este se divide la parte separada de la izquierda, y el cuociente será la tercera cifra de la raiz : se forman los tres productos de que ya se ha hablado : se suman, y la suma se resta de las cifras bajadas : á la derecha del residuo se agrega la porcion siguiente, y se continúa así hasta acabar.

292. *P.* Qué deberá hacerse cuando la cantidad separada á la izquierda de las cifras bajadas sea menor que el triplo cuadrado de la raiz hallada y que por lo tanto no se pueda dividir?

R. Se pone un cero á la derecha de las cifras halladas de la raiz y dos á la derecha del triplo cuadrado : se baja otra nueva porcion del número cuya raiz se quiere extraer : se separan dos cifras de la derecha; y las de la izquierda, divididas por el triplo cuadrado aumentado de los dos ceros, dará la siguiente cifra de la raiz. Si aun no es divisible, se añadirá otro cero á la raiz, dos al triplo cuadrado, y se bajará otra porcion del número propuesto.

293. *P.* Cómo se conoce si la cifra puesta en la raiz es mayor ó menor de lo que debe ser?

R. Será mayor, cuando la suma de los tres productos que se forman no se puede restar de las cifras bajadas, y menor, cuando el residuo sea igual ó mayor que tres veces el cuadrado de la raiz hallada, mas tres veces la misma raiz, mas la unidad.

294. *P.* Cuando la raiz cúbica no es exacta, cómo se completará aproximadamente?

R. Escribiendo á la derecha de las cifras enteras un quebrado cuyo numerador sea el último residuo, y su denominador el triplo del cuadrado de la raiz hallada, mas el triplo de la misma raiz, mas la unidad.

295. *P.* Cómo se continúa una raiz cúbica por decimales?

R. Agregando al último residuo tres ceros por cada decimal que se quiera hallar en la raiz; poniendo antes á la derecha de la raiz entera el signo decimal, y procediendo en lo demás como si fueran enteros.

296. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de un quebrado?

R. Extrayendo la raiz cúbica de su numerador y denominador.

297. *P.* Cómo se conseguirá que uno de los términos sea cubo y que por consiguiente dé raiz exacta?

R. Multiplicando por el cuadrado de dicho término el numerador y denominador.

298. *P.* Qué otro medio puede emplearse para hallar la raiz cúbica de un quebrado con suficiente aproximacion?

R. El de extraer las raices de sus términos aproximándolas hasta un número igual de decimales, y suprimiendo despues los signos, lo que equivale á multiplicar numerador y denominador por un mismo número.

299. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de un número mixto?

R. Reduciéndole primero á la especie del quebrado, y procediendo despues á extraer la raiz del quebrado impropio que resulta.

300. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de una fraccion decimal propia?

R. Antes de todo se pone á la raiz un cero y el signo decimal: en seguida se hace que las cifras decimales de la fraccion propuesta sean en un número múltiplo de tres, lo que se consigue añadiendo los ceros necesarios: se dividen las cifras de tres en tres desde el signo decimal hácia la derecha, y se procede en lo demás como si fueran enteros.

301. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de un número que tenga enteros y decimales?

R. Se hace que el número de las cifras decimales sea múltiplo de tres, agregando los ceros necesarios: se divide el número propuesto de tres en tres cifras desde el signo decimal á derecha é izquierda: se procede como si fueran enteros, y se tiene cuidado de poner el signo decimal en la raiz, cuando se halla la última cifra entera y se baja la primera seccion de decimales.

302. *P.* Cómo se extrae la raiz cúbica de los números denominados?

R. Reduciéndolos á quebrados de la especie mayor ó á enteros y decimales, y procediendo despues por las reglas dadas para esta clase de números.

303. *P.* Qué debe tenerse presente en las elevaciones al cubo y extracciones de raices de los números denominados?

R. Que las unidades de las potencias son unidades cúbicas y las de las raices unidades lineales, y así se valuarán los quebrados segun la subdivision que les corresponda.

Explicaciones y Ejemplos.

283.

Si el número 45 le he de elevar á su cubo ó tercera potencia, lo haré así:

$$\begin{array}{r l} 45.... & \text{raiz} \\ \times 45 & \\ \hline 225 & \\ 180 & \\ \hline 2025.... & \text{cuadrado} \\ \times 45 & \\ \hline 10125 & \\ 8100 & \\ \hline 91{,}125.... & \text{cubo.} \end{array}$$

donde observo que le he hecho entrar tres veces por factor, y que el cuadrado, multiplicado por la raiz, produce el cubo.

284.

Si descomponemos el mismo número 45 en 40 mas 5, es decir, en sus decenas y unidades, podré formar su cubo compuesto de las cuatro partes siguientes:

1ª cubo de las decenas.	$(40)^3 = 64.000$
2ª tres veces el cuadrado de decenas por unidades.	$3 \times (40)^2 \times 5 = 24.000$
3ª tres veces las decenas por el cuadrado de las unidades. . . .	$3 \times 40 \times (5)^2 = 3.000$
4ª cubo de las unidades.	$(5)^3 = 125$
luego.	$(45)^3 = 91\ 125$

Resultado igual al del ejemplo anterior, y lo mismo se puede formar el cubo de cualquier número descomponiéndole en decenas y unidades: entendiéndose por decenas toda la coleccion menos las unidades.

285.

$$\left(\frac{9}{6}\right)^3 = \frac{6^3}{9^3} = \frac{216}{729} \text{ y así de los demás.}$$

286.

$$\left(4 + \frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{14}{3}\right)^3 \frac{2744}{27} = 101 + \frac{17}{27}$$

287.

$$(0,05)^3 = 0,000125$$

En este ejemplo no teniendo el número 125 bastantes cifras para separar seis que es el triplo de la raiz, agregué á la izquierda los ceros necesarios.

—

Uno cajon de seis caras cuadradas é iguales, tiene 6,08 piés de largo, otros tantos de ancho y otros tantos de altura, y se pregunta cuántos piés cúbicos tendrá.

$$(6,08)^3 = 224,755712 \text{ piés}$$

que hallando el valor de la decimal á razon de 1728 pulgadas cúbicas que tiene cada pié cúbico y despreciando desde las centésimas, dará para la capacidad cúbica del cajon 244 piés, 1305,8 pulgadas cúbicas.

288.

Supongamos que hay un algibe ó depósito de agua que tiene de ancho 12 varas, 2 piés y 6 pulgadas, otro tanto de largo, y otro tanto de profundidad, y se pregunta cuántas varas cúbicas de agua podrá contener.

$$(12 \text{ v. } 2 \text{ piés } 6 \text{ pul.})^3 = \left(\frac{462}{36}\text{v.}\right)^3 = \frac{98611128}{46656} \text{ v. cúb.}$$

que reducido á enteros y hallado el valor del quebrado á razon de 27 piés cúbicos que tiene cada vara cúbica, dan por resultado para la capacidad del algibe 2113 varas, 15 piés y $\frac{29160}{46656}$ de pié, medida cúbica.

Se desea saber la solidez ó piés cúbicos que tendrá una piedra que es 2 piés, 4 pulgadas larga, otro tanto ancha y otro tanto alta.

$$(2 \text{ piés, } 4 \text{ pulg.})^3 = (2{,}111 \text{ p.})^3 = 9{,}407293631 \text{ p. c.}$$

que valuando la decimal á razon de 1728 pulgadas cúbicas que tiene cada pié cúbico, dará la solidez de la piedra 9 piés, 691 pulgadas y 2 décimos, medida cúbica.

289 y 290.

El cubo de las decenas produce millares, porque una sola produce al cubicarla 1000. El triplo del cuadrado de decenas por las unidades produce centenas, porque en este producto entra un factor que las tiene, cual es el cuadrado de las decenas. El triplo de las decenas por el cuadrado de las unidades produce decenas, porque en este producto entran como factor las decenas. Finalmente, el cubo de las unidades, como vemos en la tabla de cubos de la primera de estas preguntas, siempre da unidades.

Véase mas claro en el cubo del número 32 descompuesto 30 y 2.

Cubo de las decenas	27.000, llega á los millares.
Tres veces el cuadrado de las decenas, multiplicado por las unidades. .	5.400, llega á las centenas.
Tres veces las decenas por el cuadrado de las unidades.	360, llega á las decenas.
Cubo de las unidades.	8, llega á las unidad.
Y el cubo de 32 es. .	32768 unidades.

El mayor número dígito es 9, y su cubo, como se ve en la tabla de cubos, no pasa de tres cifras. El mayor número de dos cifras es 99 y su cubo no pasa de seis cifras, y siempre se hallará que los mayores cubos no pasan de un número de cifras triplo del de su raiz.

—

Si se compara el cubo de 3 con el cubo de 4 se hallará

$$(3)^3 + 3 \times (3)^2 + 3 \times 3 + 1 = (4)^3$$

esto es: que si al cubo de 3 se agrega tres veces su cuadrado, mas tres veces el mismo 3 mas 1, se obtendrá el cubo de 4. Véase comprobado.

El cubo de 3 es.	27	= 64 que es el cubo de 4.
Tres veces el cuadrado de 3 es. .	27	
Tres veces el mismo número 3 es.	9	
Y la unidad.	1	

Y lo mismo se observará siempre entre dos números que se diferencien en una unidad.

—

Claro está que si un número entero no tiene raiz cúbica en enteros, no la tendrá en enteros y quebrados, porque al entrar estos últimos como factores en los cubos, darán productos con quebrados y jamás producirán el número entero de cuya raiz hacen parte.

291.

Sea el número 79507 el que nos proponemos para extraer su raiz cúbica y poner en práctica las reglas establecidas en esta pregunta.

núm. dado	79.507	48 triplo del cuad. de las dec.
cubo de dec.	64	43 raiz cubica.
	155.07	
	. . . . .	
	144	tres vec. el cuad. de dec. por unid.
	108	tres vec. las dec. por el cuad. de unidades.
	27	cubo de unidades.
	15507	suma de estos tres productos.
	00000	diferencia entre esta suma y las cifras bajadas.

He procedido en esta operacion del modo siguiente: separé las cifras del número dado de tres en tres de la derecha hácia la izquierda y dije: el mayor cubo contenido en la primera division de la izquierda es 64 que escribí debajo, y su raiz 4 que puse por primera cifra de la raiz: resté 64 de la primera division, y á la derecha de la resta 15 bajé la porcion siguiente 507: de todo esto separé las dos últimas cifras de la derecha: divido las de la izquierda por el triple cuadrado de la primera cifra que es el 48 que se ve sobre la raiz: el cuociente 3 es la segunda cifra de la raiz que puse á la derecha de la primera: la multipliqué por el triplo de las decenas, y el producto 144 le escribí debajo de las cifras separadas: formé en seguida el producto del triplo de decenas por el cuadrado de unidades, y el resultado 108 le escribí debajo del otro producto un lugar mas á la derecha: por fin, el cubo de las unidades que es 27 le escribí debajo de los otros productos otro lugar mas á la derecha: sumé estos tres productos, y restando la suma de todas las cifras bajadas no sobró nada: por lo que veo que 43 es

la raiz cúbica exacta del número propuesto. Separé las cifras de tres en tres, porque el cubo de decenas debia estar en los millares. Despues de restado y bajada la segunda porcion, separé dos, porque el triplo del cuadrado de decenas por unidades debia hallarse en las centenas. Le dividí por el triplo cuadrado de decenas para hallar las unidades, y en lo demás no he hecho otra cosa que que formar las tres partes que unidas á la primera, ya restada, debian componer el cubo de las cifras halladas, restándolo todo del número propuesto para ver si sobraba algo ó estaba concluida la operacion.

292.

Sea el número propuesto 218167208, cuya raiz cúbica nos proponemos extraer, para esclarecer lo que se advierte en esta pregunta.

	$\sqrt[3]{218.167.208}$	10800
cubo de 6.	216	602 raiz cúbica.
res. y cif. baj.	0021.672.08	
	. . . .	
	21 600	trip. del cuad. de 60 × 2
	720	trip. de 60 × el cuad. de 2
	08	cubo de 2
	2167208	sum. de estos prod.
	0000000	resta.

En esta operacion se advierte que restado el cubo de 6 de la primera porcion, dió de residuo 2, que con la segunda porcion bajada 167 hacen 2167, y habiendo separado las dos últimas cifras quedaron 21, número que no se puede partir entre 108 que es el triplo del cuadrado de 6 · escribí cero á la raiz, añadi dos ceros al triplo del cuadrado de 6, bajé la porcion 208, y separé las dos últimas cifras. Considerando ahora al 60 como las decenas de la raiz, divido 21672 por 10800 que es triplo de su cuadrado : hallo de este modo las unidades 2, y formando los tres productos del caso, los sumo, y su suma la resto de todo lo bajado : no sobra nada, y diré que la raiz cúbica exacta del número propuesto es 602.

293.

Lo establecido en esta pregunta se funda, en que si á la raiz del número dado corresponde una unidad mas, sobrará todo lo que corresponde á este aumento y se dijo en la explicacion de la pregunta 290, y si á la raiz le corresponde menos, es claro que el cubo que se forma con una raiz mayor no se podrá restar de dicho número.

294.

Si se quiere extraer la raiz cúbica del número 3605 procederé del modo siguiente :

$\sqrt[3]{3,605}$ | 3
1 | $17 + \frac{15}{919}$ raiz cúbica aproximada.
26.05
• • • • • • • •
21
147
343
2590
0015

formacion del denominador.

tres veces el cuadrado de 17. 867
tres veces el mismo 17. 51
mas la unidad. 1
919

La razon que hay para dar este denominador al residuo, es que si hubieran sobrado 919, hubiera correspondido una unidad mas á la raiz (pregunta 290); luego sobrando menos, le tocará la parte correspondiente.

295.

Si la misma raiz del ejemplo anterior la hubiera querido continuar por decimales :

86700 trip. del cuad. de 170
867 trip. del cuad. de 17
$\sqrt[3]{3.605}$ | 3 trip. del cuad. de 1
1 | 17,01
26.05
• • • • • •
21
1 47
3 43
25 90
1er residuo. . . 00 150.000.00
• • • • • • •
86 700
510
01
86.75101
2º residuo. 73 24899

A la derecha del residuo 15 añadí tres ceros, y como despues de separadas dos cifras no pude dividir las restantes entre 867, puse el signo decimal á la derecha de la raiz entera y un cero en las décimas : añadí otros tres ceros, separé dos, y por el método ordinario hallé otra cifra de la raiz que es 1, y no deseando mas aproximacion, digo que la raiz que busco aproximada hasta las centésimas es 17,01. La razon de añadir tres ceros por cada decimal que se quiere obtener, es que cualquier número de cifras decimales en la raiz, da un número triplo de ellas en el cubo, y viceversa.

296, 297 y 298.

$$\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3} \qquad \sqrt[3]{\frac{8}{10}} = \frac{2}{\sqrt[3]{10}}$$

$$\sqrt[3]{\frac{10}{27}} = \frac{\sqrt[3]{10}}{3} \qquad \sqrt[3]{\frac{4}{5}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{5}}$$

Es decir, que en el primer caso los dos términos tuvieron raiz cúbica exacta; en el segundo la tuvo solo el numerador y se dejó indicada la del denominador; en el tercero la tuvo el denominador, y se dejó indicada la del numerador; y en el cuarto no la tuvo ningun término y se dejaron indicadas.

—

Cuando ninguno de los dos términos tiene raiz exacta, los multiplicaré por el cuadrado del que se quiere que la tenga.

$$\sqrt[3]{\frac{6}{10}} = \sqrt[3]{\frac{6 \times 36}{10 \times 36}} = \sqrt[3]{\frac{216}{360}} = \frac{6}{\sqrt[3]{360}}$$

En este caso he querido que el numerador tenga raiz exacta, y he multiplicado sus dos términos por 36 que es

el cuadrado de dicho número, formando así un numerador 216 que tiene raiz exacta, y un denominador 360 que no la tiene y dejaré indicada.

Por decimales lo hubiera hecho de este otro modo:

$$\sqrt[3]{\frac{6}{10}} = \frac{1,8}{2,1} = \frac{18}{21} \text{ próximamente}$$

Extraje la raiz aproximada hasta las decimales y suprimí los signos, de cuyo modo hallo la raiz aproximada en un quebrado comun. Este es el método mas recomendable por la sencillez del resultado á que conduce.

299.

$$\sqrt[3]{2 + \frac{10}{27}} = \sqrt[3]{\frac{64}{27}} = \frac{4}{3} = 1 + \tfrac{1}{3}$$

La confrontacion de la regla con este ejemplo es fácil, y no necesita mas explicacion.

300 y 301.

Se quiere extraer la raiz cúbica de 0,41 y se procederá del modo siguiente:

```
0,410  | 1 47
  343  | 0,74.... raiz aproximada
-------
 0670.00
 .....
  588
   336
    64
 ------
 62224
```

Añadí un cero á las cifras decimales para completar tres cifras : escribí cero y signo decimal en la raiz : procedí á buscar cifras de la raiz por los medios conocidos, y al llegar á la segunda 4, que son centésimas, he suspendido la operacion, y digo que la raiz aproximada de 0,41 es próximamente 0,74, mayor que su cubo, como sucede siempre en las fracciones propias que disminuyen á proporcion que se multiplican por otras propias ó por sí mismas.

—

Si el número hubiera sido compuesto de enteros y decimales, como por ejemplo 88,9, hubiéramos procedido del modo siguiente :

$\sqrt{88{,}900}$	4 8
64	4.4
249.00	
199	
192	
64	
21 184	

Completando hasta tres las decimales, hallando la raiz de los enteros y poniendo el signo decimal, bajando los decimales y procediendo en lo demás como se ha enseñado. No he querido continuar la operacion mas allá de las décimas, y digo que la raiz cúbica aproximada de 88,9 es 4,4.

302 y 303.

Supongamos que se quiere saber cuál será el largo,

ancho y profundidad todos iguales que se ha de dar á un algibe para que contenga 2113 varas, 15 piés y 864 pulgadas cúbicas de agua. Diré así :

$$\sqrt{2113 \text{ var. } 15 \text{ piés, } 864 \text{ pulg.}} = \sqrt{\frac{98610912}{46656}} \begin{array}{l}\text{var.}\\ \text{cúb.}\end{array}$$

cuya raiz cuadrada es aproximadamente $\frac{463 \text{ varas}}{36 \text{ lineales}}$.

que hacen 12 varas, 2 piés y 6 pulgadas, ancho, largo y profundidad que se ha de dar al algibe.

Al reducir el número denominado á quebrado se hizo uso de la division de solidez, por la cual la vara tiene 27 piés y el pié 1728 pulgadas cúbicas; mas al averiguar el valor del quebrado raiz, se hizo uso de la division lineal, por la que la vara tiene 3 piés y el pié 12 pulgadas.

NOTA.

Siempre que se multiplican las tres dimensiones de un cuerpo ó vacío, ancho, largo y altura ó profundidad, el producto resulta expresado en unidades cúbicas, mas al hallar la raiz cúbica se supone que ella es el ancho, es el largo y es el alto ó profundidad del vacío ó sólido propuesto.

Supongo que una sala tiene 8 varas de largo, 4 de ancho y 2 de alto : diré que tiene $8 \times 4 \times 2 = 64$ varas cúbicas de capacidad; pero si busco la raiz cúbica de 64 que es 4, dicho número será el largo, el ancho y el alto que debe darse á la sala.

Claro está que si hay tres números que multiplicados entre sí den un producto igual al cubo de una raiz, se podrán emplear las dimensiones que ellos expresen, para obtener el mismo resultado: así la misma capacidad tendrá un algibe que mida 9 varas de largo, 8 de ancho y 3 de profundidad, que otro que tenga 6 varas por cada una de las referidas dimensiones; porque en efecto

$$9 \times 8 \times 3 = 6 \times 6 \times 6 = 6^3.$$

LECCION XXIV.

DE LAS RAZONES Y PROPORCIONES.

304. *P.* Qué se entiende por razon en las matemáticas?

R. Es la comparacion de dos cantidades.

305. *P.* En qué se dividen?

R. En aritméticas y geométricas.

306. *P.* Cuándo se llama la razon aritmética?

R. Cuando se atiende á la diferencia de las dos cantidades que se comparan.

307. *P.* Cuándo es la razon geométrica?

R. Cuando se atiende á las veces que la una cantidad contiene á la otra.

308. *P.* Cómo se llaman las cantidades que se comparan?

R. Términos de la razon; distinguiéndose con los nombres de primero y segundo, por el órden en que se escriben.

309. *P.* Qué otros nombres se les dan á los términos de la razon?

R. El primero se llama antecedente y el segundo consecuente.

310. *P.* Cómo se escriben las razones?

R. Colocando entre el antecedente y consecuente un punto si la razon es aritmética, y dos puntos si fuere geométrica, cuyos signos en uno ú otro caso se leen diciendo: *es á.*

311. *P.* Qué es exponente de una razon?

R. Es la diferencia ó cuociente que resulta de la comparacion de sus dos términos.

312. *P.* Cómo se halla el exponente de la razon aritmética?

R. Restando el consecuente del antecedente.

313. *R.* Y cómo se halla el exponente de la razon geométrica?

R. Dividiendo el antecedente entre el consecuente.

314. *P.* Cuándo se dice que dos razones son iguales?

R. Cuando tienen exponentes iguales.

315. *P.* Cuál de dos razones será mayor?

R. La que tenga mayor exponente.

316. *P.* Qué es razon de igualdad, de mayor y de menor desigualdad.

R. Se llama la razon de igualdad, cuando el antecedente es igual al consecuente: de mayor desigualdad, cuando el antecedente es mayor que el consecuente; y de menor desigualdad cuando el antecedente es menor que el consecuente.