CAPITULO IV

Del movimiento rectilíneo variado, bajo el punto de vista de su aceleracion.

29. En los capítulos precedentes hemos supuesto que la trayectoria del punto material era una curva cualquiera. Ahora suponemos que el movimiento es rectilíneo á fin de salvar las dificultades que pudieran ofrecerse, y al efecto daremos á la nocion de la aceleracion una extension análoga á la que ha generalizado la nocion de la velocidad, segun puede verse en el párrafo 19.

30. Definicion. — La aceleracion de un punto material que se mueve en línea recta, es, en un instante dado, el límite de la relacion de la variacion de la velocidad al aumento del tiempo, esto es, la *derivada de la velocidad considerada como funcion de tiempo.*

En prueba de ello, supongamos que v es la velocidad del móvil al fin del tiempo t sobre su trayectoria rectilínea; designemos con Δv la variacion positiva ó negativa de esta velocidad durante el tiempo Δt, suponiendo este tiempo bastante corto para que la velocidad no haya cesado de variar en el mismo sentido durante todo este intérvalo. Si el movimiento era uniformemente variado, sábese ya que $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ representaria la aceleracion constante de este movimiento, segun puede verse en el párrafo 22. Por consiguiente, esta relacion es una especie de *aceleracion media*. Cuando Δt disminuye indefinidamente, lo mismo sucederá á Δv, y la relacion, variando sin cesar de representar la aceleracion media, converje hácia un límite determinado que se llama la aceleracion al fin del tiempo t.

31. Expresion analítica de la aceleracion. — Representado el espacio recorrido por el móvil con la fórmula

$$e=f(t),$$

la primera derivada dará la velocidad

$$v=f(t),$$

y por consiguiente la aceleracion derivada de la velocidad será la segunda derivada del espacio, ó

$$y=f''(t).$$

Así, siempre que se conozca la expresion analítica del espacio ó de la velocidad en funcion del tiempo, se podrá encontrar, por el cálculo de las

derivadas, la exacta aceleracion que llevan los cuerpos en cada uno de los casos dados.

32. Observacion.—Si como dejamos explicado en el párrafo 22, el intérvalo Δt es bastante corto para que pueda mirarse el movimiento del móvil como uniformemente variado, nos dará:

$$\Delta v=\gamma\Delta t, \text{ luego } \gamma=\frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Hé ahí lo que se expresa cuando se dice que la aceleracion en un movimiento variado rectilíneo, en un instante dado, es el *cociente producido por la division de la variacion infinitamente pequeña de la velocidad de este movimiento por el tiempo infinitamente pequeño consumido para producir dicha variacion.*

Mas, debe tenerse en cuenta que la aceleracion γ es una longitud que depende, así como la velocidad, de la unidad del espacio y de la del tiempo á la vez. Así, cuando la unidad de tiempo resulta n veces mas grande, Δv y Δt deben reemplazarse por $n\Delta v$ y $\frac{\Delta t}{n}$ segun puede verse al fin del párrafo 24 al tratar de la homogeneidad de las fórmulas. Por consecuencia, la aceleracion se mide por un número n^2 veces mayor. Empero, la aceleracion puede ser positiva ó negativa; y el movimiento es *acelerado* cuando la velocidad y la aceleracion son del mismo signo, y *retardado* cuando son de signo contrario.

33. **Determinacion analítica de las velocidades por las aceleraciones y de los espacios por las velocidades.** — Cuando la ecuacion $e=f\ (t)$ que enlaza los espacios al tiempo se conoce, la regla del cálculo de las derivadas permiten en todos los casos de encontrar las fórmulas ya indicadas $v=f'\ (t)$ é $\gamma=f''\ (t)$ que nos dan las expresiones analíticas de la velocidad y de la aceleracion. Pero el problema inverso que consiste de pasar de la expresion de la aceleracion á la de la velocidad y de esta á la del espacio recorrido, es muchas veces insoluble porque los métodos ordinarios nos conducen á operaciones muy complicadas; y en este concepto su adopcion seria poco ventajosa por no decir inútil. Efectivamente, dichos métodos no pueden ser aceptables máxime cuando en vez de $\gamma=\varphi\ (t)$ entre el tiempo y la aceleracion, no se podrá contar mas que con una tabla de cierto número de valores correspondientes á estas dos variables.

Es verdad, sin embargo, que en este último caso en que $(n+1)$, sistemas de los valores de γ y de t, son conocidos, se podria calcular con el auxilio de las fórmulas de interpelacion la funcion entera y del grado n verificada por estos sistemas, y sustituir esta funcion á la relacion desconocida entre γ y t. Entonces obtendríamos por ejemplo :

$$\gamma = at^{n} + bt^{n-1} + ct^{n2} + \dots + kt + l;$$

y en este caso, el cálculo inverso de las derivadas daria inmediatamente

$$v=\frac{a}{n+1}t^{n+1}+\frac{b}{n}\ +\frac{c}{n-1}t^{n-1}\dots+\frac{k}{2}t^{2}+\frac{l}{1}\ t+v_{0},$$

$$e=\frac{a}{(n+1)\ (n+2)}t^{n+2}+\frac{b}{n\ (n+1)}t^{n+1}+\frac{c}{(n+1)\ n}t^{n}+\dots$$

$$+\frac{k}{2.3}t^{3}+\frac{l}{1.2}t^{2}+v_{0}\,t+e_{0}.$$

v_0 y e_0 cantidades supuestas conocidas con anticipacion, son la velocidad inicial y el espacio recorrido al orígen del tiempo.

Mas, como las fórmulas de interpelacion son sumamente fastidiosas y difíciles de aplicar, no estará de mas que establezcamos un método gráfico con que podamos suplir ventajosamente la insuficiencia de los análisis ó la prolongacion de la operacion. Hé aquí dicho método :

34. **Lema.** — Refiriéndose á los dos ejes rectangulares OX, OY (fig. 4), la curva representada por la ecuacion $y=f\ (x)$ y construyéndose las ordenadas $AB=y_0$ y $MP=y$ correspondiente á una separacion dada $OA+x_0$ y á otra separacion cualquiera $OP=x$, el área del trapecio mistilíneo $ABMP$ comprendido entre la curva, el eje de las separaciones y las ordenadas y_0 é y, tienen por derivada la ordenada del extremo y, considerada como funcion de x. Efectivamente, cuando la separacion x aumenta de una cantidad $PP=\Delta x$, la ordenada y varía de una cantidad $KM_1=\Delta y$, y el

área σ crece de otra $PMM^1P_1=\Delta\sigma$. La derivada del área, es, pues, el límite de la relacion $\frac{\Delta\sigma}{\Delta x}$, cuando Δx converje hácia el cero. Así, puede suponerse Δx bastante pequeño para que pasando de la posicion

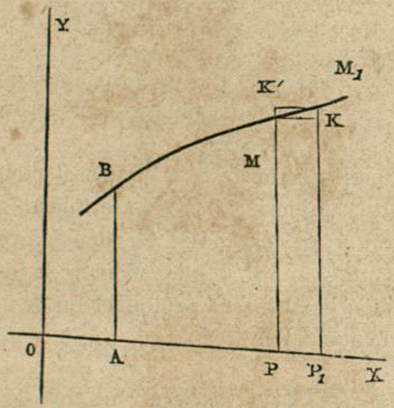

Fig. 4.

MP á la de M_1P_1 la ordenada no haya cesado de aumentar ó disminuir. En su virtud el área $\Delta\sigma$ está comprendida entre los rectángulos $y\Delta x$, é $(y+\Delta y)$ é x, y la relacion $\frac{\Delta\sigma}{\Delta x}$ entre y é $y+\Delta y$. Como estos dos límites se reducen á y cuando $\Delta x=o$, resulta el lím. $\frac{\Delta\sigma}{\Delta x}=y$, que se queria demostrar.

Puede obtenerse el mismo resultado, notando que el trapecio elemental $PMM_1P_1=\Delta\sigma$ se compone

del rectángulo $PMKP_1=y\Delta x$ y del triángulo $MKM_1=\frac{1}{2}\Delta x\Delta y$, de todo lo cual se deduce

$$y=\frac{\Delta\sigma}{\Delta x}.$$

La aplicacion de este lema es fácil de comprender. Si la curva BM es la curva de las aceleraciones, esto es, una curva que tiene por separacion los tiempos y por ordenada las aceleraciones, AB siendo una aceleracion inicial y MP siendo así mismo una aceleracion en la época t, el área $ABMP$ de esta curva y la velocidad v á la época t tendrán ambas por derivada el valor de la aceleracion en este instante, sin otra diferencia que la de una constante. De este modo resultará

$$v=\text{área } ABMP+\text{const.}$$

A priori esta constante es arbitraria, puesto que la derivada del área es la misma, cualquiera que sea la posicion de la ordenada inicial AB; para determinarla es necesario conocer un valor particular de la velocidad, por ejemplo, la que corresponde al tiempo OA. Si v_o es este valor deberá tenerse á la vez, $v=v_o$, y el área $ABMP=o$, de donde se concluye: constant.$=v_o$; y la fórmula completamente determinada es:

$$v=v_o+\text{área } ABMP.$$

Por consiguiente, para evaluar los valores de la velocidad á las diferentes épocas, basta con elevar la curva de las aceleraciones y de medir las áreas correspondientes á dichas épocas.

35. Observacion. — Debe notarse que si la curva BM corta el eje de los tiempos (fig. 5) de manera

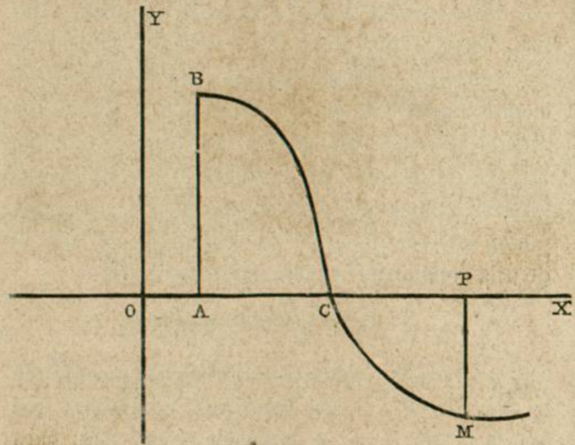

Fig. 5.

que las ordenadas extremas AB y MP sean de signo contrario, el área colocado debajo del eje deberá considerarse como negativa, y en este caso se tendrá por expresion de la velocidad en la época t,

$$v = v_0 + \text{área } ABC - \text{área } CMP.$$

Porque la velocidad á la época OC, segun lo que precede, es $v_0 + $área ABC. Desde este momento la

aceleracion, haciéndose negativa, disminuye la velocidad de una cantidad variable que, á la época t, se mide por el área CMP; por supuesto, siguiendo las mismas condiciones aplicadas en la presente operacion. Por consecuencia, la velocidad final está bien medida con la fórmula precedente $v = v_0 + $área, etc., así en cuanto á su magnitud como respecto al signo.

36. Fijacion de los espacios por medio de las velocidades. — Del mismo modo, si la curva BM (fig. 5) representa la curva de las velocidades, construida, ya sea directamente con auxilio de su ecuacion, ya indirectamente con ayuda de la de las aceleraciones y de la fórmula $v = v_0 + $área, $ABC - $área CMP, el área $ABMP$ y el espacio recorrido en la época t tendrán la misma derivada, esto es, la misma velocidad en este instante, de manera que solo se diferenciarán de una constante, dando por resultado en su virtud

$$e = \text{área } ABMP + const.$$

Esta constante será determinada desde luego, conociendo el valor particular de e, por ejemplo, la que corresponde al tiempo OA. Así, suponiendo e este valor, resultará

$$e = e_0 + \text{área } ABMP.$$

Por consiguiente, las áreas de la curva de las velocidades nos darán los espacios recorridos por el punto material.

No hay necesidad de añadir que, si la curva corta el eje de los tiempos (fig. 5), se deberán considerar como negativos los espacios medidos por las áreas situadas bajo del eje, y en este caso se adoptará la fórmula

$$e = e_0 + \text{área } ABC \text{ área} - \text{área } CMP.$$

Resulta de las reglas y explicaciones precedentes que la investigacion de los espacios con ayuda de las velocidades, y la de las velocidades con la de las aceleraciones, son problemas de la misma especie cuya solucion depende de una *cuadratura*.

37. MÉTODO PARA HACER LA CUADRATURA. — Existen varios métodos de cuadratura aproximativa. El llamado DE LOS TRAPECIOS consiste en reemplazar la curva por un polígono, y en calcular el área comprendida en él; pero este método no ofrece mas que una aproximacion insuficiente, á no ser que se agrupen considerablemente las ordenadas, lo cual haria las operaciones muy prolijas y laboriosas.

Mr. GAUSS ha perfeccionado el método indicado por *Newton* y desenvuelto por *Cotes*; fundado en las fórmulas de interpelacion, presenta los cálculos mas cortos, ofreciendo por consiguiente aproximaciones mas exactas. Pero como necesita consagrarle muchas páginas, necesarias para desarrollar materias mas importantes, remitimos á nuestros lectores al famoso artículo sobre las cuadraturas, inserto en los NUEVOS ANALES DE MATEMÁTICAS, octubre de 1855.

Tambien se conocen y están en uso los métodos de MM. Poncelet y Simpson. El de Mr. Simpson, anterior al de Poncelet, no es tan sencillo ni da los mismos resultados que el de aquel: sin embargo, ambos exigen que la distancia de las ordenadas extremas sea dividida en un número par de partes iguales; fundándose en que siempre se puede hacer pasar por tres puntos dados, no en línea recta, un arco de parábola, cuyo eje sea paralelo á una direccion dada.

CAPITULO V

De la proyeccion de las velocidades.

34. Proyeccion de un móvil sobre un eje fijo. — Supongamos un móvil puesto en movimiento sobre su trayectoria $A\ B$ (fig. 6) y M su posicion en la época t. Supongamos tambien OX un eje fijo dado : y á cada instante podrá proyectar el punto M sobre el eje, paralelamente al plan dado y OZ (conduciendo sucesivamente MP paralelo á OZ; PG paralelo á OG y uniéndose á MG). El punto G, proyeccion del punto M, puede ser considerado á su vez como un cuerpo en movimiento sobre el eje OX; y estos dos movimientos serán enlazados por una relacion que es necesario determinar aquí. El teorema siguiente expresa este enlace ó union.

35. *La velocidad de la proyeccion de un punto móvil sobre un eje fijo es igual á la proyeccion de la velocidad del móvil sobre el mismo eje.*

Efectivamente, sea $MM_1 = \Delta e$ el espacio recorrido durante el tiempo Δt por el móvil sobre su trayectoria y $GG_1 = \Delta x$ su proyeccion sobre el eje OX; Δx el espacio recorrido por el punto G durante el tiempo Δt: por consecuencia, las velocidades res-

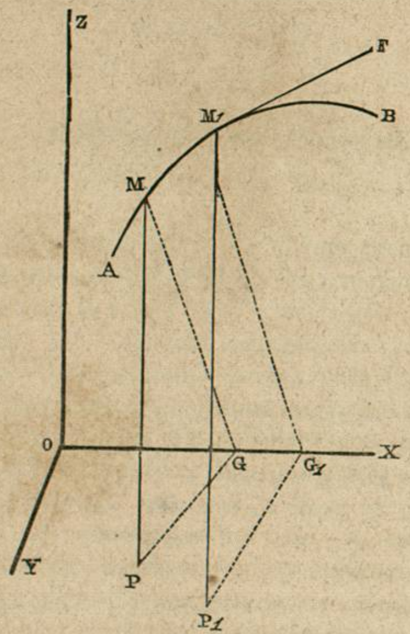

Fig. 6.

pectivas del punto M y de su proyeccion G en la época t (velocidades que designamos con v y v_x) son los límites de las relaciones $\frac{\Delta e}{\Delta t}$, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$. Así, si

se conduce la cuerda MM_1, y se sabe que existe entre esta cuerda y su proyeccion GG_1 una relacion que depende del ángulo de dicha cuerda con el eje OX y de la direccion del plano y OZ, resultará GG_1 ó $\Delta x = K$ cuerda MM_1, igualdad que puede escribirse del modo siguiente:

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = K \times \frac{\text{cuerda } MM_1}{\Delta e} \times \frac{\Delta e}{\Delta t}$$

Cuando se pasa al límite, la relacion de la cuerda al arco es igual á 1; las relaciones $\frac{\Delta e}{\Delta t}$, $\frac{\Delta x}{\Delta t}$, se convierten en v y vx; el número K varía hasta cierto límite l dependiente de los ángulos de la tangente MT, en M, y converje hácia la curva (direccion de la velocidad v) con el eje OX y con el plano YOZ; así la relacion precedente se hará

$$v_x = lv.$$

Por consiguiente, si una longitud cualquiera, dirigida segun la tangente MT, proyecta sobre OX paralelamente al plano y OZ, la relacion de la proyeccion á la longitud es, como ya se sabe, el número constante l: luego lv es la proyeccion de la velocidad v sobre su propio eje.

Mas, debe observarse que si el tiempo Δt es infinitamente pequeño, el arco recorrido Δe es una línea recta infinitamente pequeña, cuya direccion es la de la tangente MT al punto M. En este caso la geometría da inmediatamente

$$\Delta x = l\ \Delta e, \text{ ó } \frac{\Delta x}{\Delta t} = l, \frac{\Delta e}{\Delta t}, \text{ ó } v_x = lv.$$

35. Caso particular en que el movimiento es rectilíneo. — Si el movimiento en el espacio es rectilíneo, se aplicará igualmente la misma demostracion sin necesidad de recurrir á los infinitamente pequeños; pues cualquiera que sea el espacio e recorrido en el tiempo t por el punto M, su trayectoria rectilínea, y el espacio h recorrido en el mismo tiempo por su proyeccion G sobre el eje OX, existirá siempre entre estas dos longitudes la relacion constante

$$h = l$$

deduciendo de ella $\frac{h}{t} = l\frac{e}{f}$,

y pasando al límite, $vx = lv$.

Con el fin de explicar en toda su extension el movimiento rectilíneo, estableceremos el siguiente *teorema* sobre las aceleraciones de dicho movimiento rectilíneo.

36. Vése asímismo que en el caso del movimiento rectilíneo antes expresado, las aceleraciones γ é γ_x de los puntos MG se hallan enlazados por la misma relacion. Efectivamente, supóngase v y v_x su velocidad en la época t, Δv y Δv^x las variaciones de estas velocidades durante el tiempo t; $\Delta v + \Delta v^x$ y $v_x + \Delta v_x$ serán las velocidades en la época $t + \Delta t$. Por consiguiente, resultará segun la presente demostracion :

$$v_x = lv,\ v_x + \Delta v_x = l\ (v + \Delta v)$$

porque la relacion l es invariable en este caso. Así, se deduce tambien por sustraccion,

$$\Delta v^x = l\Delta v;\ \text{y en seguida}\ \frac{\Delta v^x}{\Delta t} = l\ \frac{\Delta v}{\Delta t},$$

y pasando á los límites, se obtiene la fórmula

$$\gamma^x = l\gamma.$$

Así, debe observarse que en el movimiento rectilíneo los espacios recorridos, las velocidades y aceleraciones tienen, con sus respectivas proyecciones sobre un eje fijo, la misma relacion indicada por las tres ecuaciones precedentes. Pero cuando el movimiento en el espacio es curvilíneo, si las velocidades verifican la relacion $v_x = lv$, no sucede lo mismo, por cierto, con los espacios recorridos que no describen líneas rectas.

37. Proyecciones perpendiculares. — La geometría enseña que, en estas proyecciones, la relacion l es el coseno del ángulo que forma la direccion de la velocidad v con el eje OX. En su virtud, designando este ángulo con (v, x), la relacion $v_x = lv$, antes expresada, se escribirá :

$$v_x = v\ \text{coseno}\ (v, x).$$

En este caso, la velocidad v^x se denomina *la velocidad del móvil*, estimada conforme al eje OX. Siendo el movimiento rectilíneo, como queda explicado al principio del presente capítulo, nos daria así mismo :

$$e^x = e\ \text{coseno}\ (e, x),\ \text{y}\ \gamma^x = \gamma\ \text{coseno}\ (\gamma, x).$$

Mas, suponiendo rectangulares los ejes OX, OY, OZ (fig. 6), y designando con v_x, v_y, v_z estas proyecciones de la velocidad v sobre estos ejes, obtendráse, en virtud de lo expuesto al principio de este párrafo 37,

$$v_x = v \cos. (v, x),\ v_y = e \cos. (v, y),\ v_z = v \cos. (v, z);$$

y añadiendo los cuadrados de estas tres fórmulas resultará, por fin, en su mas breve significacion, esta nueva fórmula

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2,$$

pues ya se sabe que coseno$^2 (v, x)$ + coseno$^2 (v, y)$, + coseno$^2 (v, z) = 1$.

Esta fórmula y la anterior á esta hacen descubrir la intensidad y direccion de la velocidad v del móvil en el espacio, cuando se conocen las velocidades de sus proyecciones sobre tres ejes rectangulares, y demuestran que esta velocidad es, en magnitud y en direccion, la diagonal del paralelipípedo construido sobre tres puntos contiguos, llevados por M paralelamente á los ejes, é iguales en longitud á las velocidades v_x, v_y, v_z.

Si la trayectoria es plana, en este caso puede tomarse su plano por los de xy, y entonces las dos precedentes fórmulas, y $v_z = 0$, se reducen á

$$v_x = v \cos. (v, x),\ v_y = v \cos. (v, y),$$
$$v^2 = v_x^2 + v_y^2,$$

resultando así que la velocidad v es, en grandeza y direccion, la diagonal del rectángulo construido sobre dos rectas paralelas á los ejes, é iguales en longitud á las velocidades v_x y v_y.

CAPITULO VI

De la composicion y descomposicion de los movimientos.

Antes de abordar la cuestion, tenemos precision de declarar que casi todo este capítulo lo hemos tomado de los brillantes cursos explicados últimamente por Mr. Bertrand en el liceo Napoleon; y por cierto sentimos que los límites de este MANUAL *nos hayan impedido el insertar todo cuanto hemos hallado en ellos de útil y ventajoso.*

38. DEFINICION. — Llámase movimiento simultáneo el que tienen dos cuerpos que realizan sus movimientos respectivos en el mismo tiempo. Segun esto, el de un móvil en el espacio, y el de su proyeccion sobre un eje fijo, son dos movimientos simultáneos (1).

39. DEFINICION DE LOS MOVIMIENTOS IDÉNTICOS.—

(1) Véase el capítulo V, donde se habla del movimiento de proyeccion sobre un eje fijo.

Movimientos idénticos son los que tienen dos cuerpos cuando las cuerdas que unen sus puntos de salida á los de llegada son constantemente iguales y paralelos durante todo un tiempo dado (sea este grande ó pequeño). Así, una vez conocido el movimiento de un punto material ó de un cuerpo, entonces ya puede imprimirse un movimiento idéntico á otro punto material ó cuerpo que salga de un punto determinado.

40. Definicion del movimiento resultante de dos movimientos. — Establecido esto, supongamos tres móviles ó cuerpos C, C_1, C_2 en movimiento del modo siguiente. El primero C parte del punto O en un instante dado y se encuentra en S al fin del tiempo t, de tal suerte que la derecha que une el punto de salida al de llegada (fig. 7) sea igual á OS. El segundo y tercero C_1 y C_2 parten asimismo, el uno del punto O_1 y el otro del de O_2 á la vez, sin diferenciarse en nada, y se hallarán en la época t, de manera que las rectas que unen su punto de salida al de llegada son O_1S_1 y O_2S_2. Al efecto, se conducirá al punto S una recta SS_1 igual y paralela á O_1S_2, y por el punto O una recta OS_2 igual y paralela á O_2S_2. Si sucede que esta última recta OS_2 cierra el triángulo formado por OS y SS_1 y se llena esta condicion en todas las épocas del movimiento, en este caso se dirá que el movimiento del cuerpo C_2 es el *resultante* de los movimientos de dichos móviles C y C_1; estos movimientos se lla-

man compuestos de los del móvil C_2. Se ve así que en la época t el móvil C_2 se encuentra en el mismo

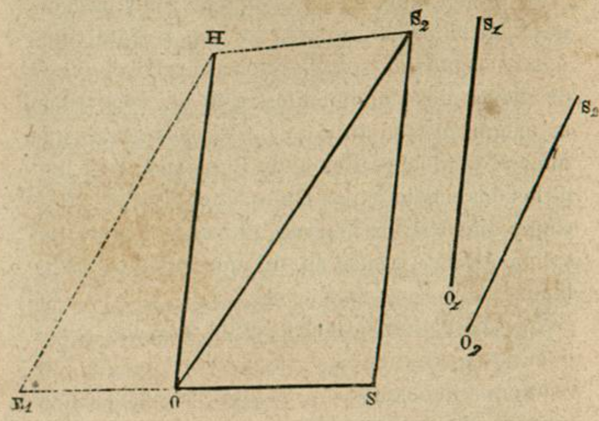

Fig. 7.

punto que si hubiera poseido sucesivamente dos movimientos idénticos á los de los cuerpos ó puntos materiales C y C_1. Hé ahí explicado como el primer movimiento resulta de los otros dos.

41. Movimiento relativo. — Dícese asimismo que el movimiento del segundo punto ó cuerpo C_1 es el movimiento relativo de C_2 con relacion al del móvil C; y creyendo inmóvil el cuerpo C_2, tendrá, en apariencia, el movimiento que posee en realidad el punto material ó el móvil C_1.

Esta definicion se verá explicada luego que se trate de la *composicion de los caminos y velocidades*.

42. Composicion de dos movimientos y descomposicion de un movimiento en dos. — Para componer dos movimientos basta encontrar el *resultante* de dichos dos movimientos, esto es, conociendo en magnitud y en direccion las líneas rectas que unen el punto de salida al de llegada de cada uno de los dos movimientos dados, encontrar la extension y direccion de la recta que une el punto de salida al de llegada en un movimiento resultante.

No estará de mas que digamos que los movimientos en cuestion no son rectilíneos, y que las rectas que indicamos son las cuerdas de los conos descritos por los móviles.

Todas las definiciones precedentes conducen inmediatamente á las reglas que deben seguirse para componer dos movimientos. Nótase, como puede verse, que OH, siendo igual y paralelo á SS_2, la figura OSS_2H es un paralelógramo, y OS_2 una de sus diagonales. En su virtud, puede establecerse la siguiente enunciacion :

Si se conduce por un mismo punto O dos rectas iguales y paralelas á las que unen el punto de salida al de llegada en cada uno de los dos movimientos componentes, y si se construye un paralelógramo sobre estos dos lados adyacentes, la diagonal que parte en este paralelógramo del

punto O es igual y paralela á la recta que une el punto de salida al de llegada en el movimiento resultante.

En suma, la enunciacion de este paralelógramo puede reducirse á estas palabras que sin duda lo harán comprender mejor; basta, pues, decir que *el movimiento resultante es en extension y direccion la diagonal del paralelógramo construido sobre los movimientos componentes*. Esta expresion es lo que se llama *paralelógramo de los movimientos*.

De la composicion de dos movimientos resulta su contradictoria, que llamaremos, como dejamos dicho, *descomposicion de un movimiento en dos*. Puede considerarse siempre un movimiento cualquiera en un plano como resultante de dos movimientos efectuados, siguiendo dos rectas dadas en dicho plano : y la razon es porque se puede construir un paralelógramo, conociendo la longitud y direccion de su diagonal (que representa el movimiento dado) y las direcciones de los dos lados que parten de uno de sus extremos. Esta operacion, pues, se llama *descomposicion del movimiento*.

Mas, debe observarse con sumo cuidado dos cosas, á saber : 1.° Conociendo el movimiento que arrastra al cuerpo y el relativo de un móvil, la regla de la composicion de los movimientos hace conocer el movimiento resultante, esto es, el movimiento real en el espacio. 2.° Si se prolonga OS (fig. 7) de una longitud igual OE, y que se une EH, OH será, y es efectivamente, la diagonal del paralelógramo $OEHS_1$, y en su virtud, se podrá decir que el movimiento relativo OH es el movimiento resultante del movimiento real OS_1 y de un movimiento OE igual al de que arrastra al cuerpo OS. Por consiguiente, si se conoce el movimiento real y el de arrastramiento de un móvil, la regla hace conocer su movimiento relativo.

43. Definicion del movimiento resultante de muchos movimientos. — *El movimiento resultante de muchos movimientos dados* se define así : compónense primero dos movimientos entre sí, en seguida el movimiento resultante con un tercero, y acto continuo el nuevo movimiento resultante con un cuarto y así sucesivamente. El último movimiento resultante obtenido de esta manera es el *movimiento resultante del sistema.*

Esta definicion conduce por sí sola, una vez instruido en los principios explicados y aplicados en esta primera parte, á construir los paralelógramos que demuestran esta regla, que desenvolveremos cuando apliquemos estos principios á las máquinas.

CAPITULO VII

De la composicion y descomposicion de las velocidades.

44. Definicion de la velocidad resultante de dos velocidades dadas. — Consideremos dos movimientos cualesquiera y sus respectivas velocidades en un mismo instante t (fig. 8), formemos una

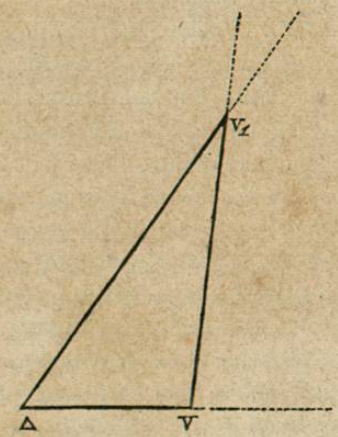

Fig. 8.