paralelógramo $OEHS_1$, y en su virtud, se podrá decir que el movimiento relativo $OH$ es el movimiento resultante del movimiento real $OS_1$ y de un movimiento $OE$ igual al de que arrastra al cuerpo $OS$. Por consiguiente, si se conoce el movimiento real y el de arrastramiento de un móvil, la regla hace conocer su movimiento relativo.

43. Definicion del movimiento resultante de muchos movimientos. — *El movimiento resultante de muchos movimientos dados* se define así : compónense primero dos movimientos entre sí, en seguida el movimiento resultante con un tercero, y acto continuo el nuevo movimiento resultante con un cuarto y así sucesivamente. El último movimiento resultante obtenido de esta manera es el *movimiento resultante del sistema.*

Esta definicion conduce por sí sola, una vez instruido en los principios explicados y aplicados en esta primera parte, á construir los paralelógramos que demuestran esta regla, que desenvolveremos cuando apliquemos estos principios á las máquinas.

---

# CAPITULO VII

## De la composicion y descomposicion de las velocidades.

44. Definicion de la velocidad resultante de dos velocidades dadas. — Consideremos dos movimientos cualesquiera y sus respectivas velocidades en un mismo instante $t$ (fig. 8), formemos una

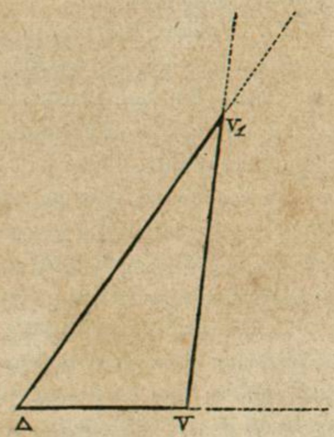


Fig. 8.

recta igual y paralela á la primera, esto es, una recta $\Delta V$, cuya longitud mida la intensidad de esta velocidad y cuya direccion sea la de la tangente á la trayectoria : conduzcamos en seguida, por su extremidad $V$, una recta $VV_1$ igual y paralela á la segunda, y unamos $\Delta V_1$. La velocidad representada en grandeza y en direccion por la recta $\Delta V_1$, se llama *resultante* de las dos velocidades dadas, y estas son las componentes de la velocidad $A V_1$.

Hecho cargo de la precedente definicion, deberá proponerse y resolverse el siguiente teorema fundamental.

45. *La velocidad del movimiento resultante de dos movimientos dados, es la resultante de las velocidades de los movimientos compuestos.*

Así, si $\Delta V$ y $V V_1$ representan en magnitud y direccion las velocidades de dos movimientos componentes, la recta $A V_1$ que cierra el triángulo representa en grandeza y en direccion la velocidad del movimiento resultante.

Debe tenerse en cuenta, para no errar la operacion y obtener el resultado que se busca, que las velocidades de los dos movimientos *se componen* como estos mismos movimientos, es decir, que la velocidad del movimiento resultante es la resultante de la velocidad de los movimientos compuestos, pues así como se verá en el siguiente ejemplo de la *composicion de las velocidades*, la velocidad de un movimiento real de un cuerpo es la resul-



tante del movimiento de arrastramiento y del movimiento relativo, del mismo modo la velocidad del movimiento relativo es la resultante de la velocidad del movimiento real y de una velocidad igual y contraria á la del movimiento de arrastramiento.

46. Ejemplo de la composicion de las velocidades. — Aunque los mecánicos modernos no niegan que en ciertos casos un cuerpo posee alguna vez en el mismo instante muchos movimientos simultáneos ó muchas velocidades simultáneas, y calificando estas locuciones de viciosas, han tratado de desembarazar de ellas el lenguaje mecánico; sin embargo, nosotros, aunque seguimos fielmente esta opinion, vamos á presentar el presente ejemplo excepcional.

Efectivamente, queda uno sorprendido á primera vista al oir que dos velocidades diversas pueden animar á la vez á un mismo cuerpo. Mas, tan luego como se demuestra esta verdad, las dudas se desvanecen y la luz ilustra las inteligencias prevenidas que los negaban.

Hagamos, pues, la experiencia sobre un barco que marcha recta y uniformemente por un rio (fig. 9); póngase sobre el punto $A$ una bola; esta bola participará al instante del movimiento del barco, y seguirá, sin variar de sitio y de una manera uniforme, la línea recta $A B$. Si se la hace rodar con movimiento uniforme por la línea $A C$, entonces se hallará animada de dos movimientos al mismo tiempo, el suyo propio con relacion al buque, y el particular de este. Sea, pues, para mayor inteligencia *AD* el espacio recorrido por la bola en el tiempo de un segundo á consecuencia de la velocidad del primer movimiento, el cual es absolutamente el mismo que el del barco. Sea tambien *A E* la velocidad de la bola en su marcha sobre el puente. Pues bien, al cabo de un segundo, el barco habrá navegado una cantidad equivalente á *A D*. La línea *AC* que la bola describe, y que debe suponerse trazada sobre el puente, como se indica en la figura que la representa, se habrá transportado paralelamente á sí misma á la posicion *DF*; mas al propio tiempo la bola habrá recorrido de esta línea un espacio igual á *AE*, y como el punto se habrá transportado á *G*, describiendo la línea *E G*, paralela á *AD*, la bola se encontrará en *G* al final del segundo que consideramos.

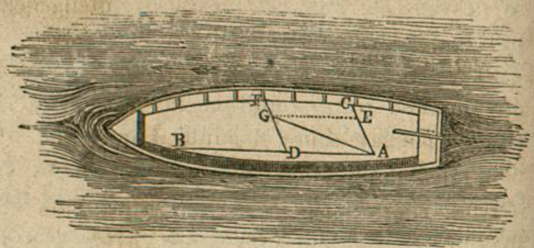


Fig. 9.



Al principiar el segundo expresado, la bola estaba en el punto *A*, y al terminarse se encontrará en el punto *G*; por consiguiente, durante este segundo la bola ha recorrido con movimiento uniforme la línea *A G*. Si en vista de esta explicacion se desea observar el punto en que se hallaba la bola al fin de medio segundo ó de un cuarto de segundo, se verá que estaba situado sobre la citada línea *A G*, en la mitad ó cuarta parte de la misma, principiando á calcular por el punto de partida *A*. Así, supuesto esto, la bola, animada simultáneamente de las velocidades *A D* y *A E*, cuyas direcciones son diversas, se encuentra solamente con una velocidad representada en cantidad y direccion por la diagonal del paralelógramo construido sobre las velocidades *A D* y *A E*.

De aqui se infiere la analogía existente entre la composicion de las velocidades que animan á un mismo cuerpo, y las fuerzas aplicadas á un mismo punto siguiendo diferentes direcciones. Finalmente, en razon de esta analogía se usan de las palabras componentes y resultantes, segun ya queda demostrado, así para expresar las velocidades como para significar las fuerzas.

47. Paralelógramo de las velocidades. — El teorema propuesto en el párrafo 45 puede traducirse tambien por la regla del paralelógramo de las velocidades.

Si se conducen por un mismo punto dos rectas cuyas longitudes midan la intensidad respectiva de las velocidades en dos movimientos dados, cuyas direcciones sean las de las velocidades, y construyendo un paralelógramo sobre los dos lados adyacentes, la velocidad del movimiento resultante será representada en grandeza y direccion por la de las diagonales del paralelógramo que sale del mismo punto.

De aquí resulta la *descomposicion de una velocidad en dos velocidades*, de modo que cuando un movimiento tiene lugar en un plano, puede mirarse siempre su velocidad, en un momento dado, como resultante de dos velocidades dirigidas, segun los dos ejes que se suponen situados sobre dicho plano. Tambien pueden considerarse las intensidades de dos componentes como si estuvieran ya conocidas en magnitud y en direccion, y, por fin, imaginar las intensidades de dos componentes, y buscar, en su virtud, sus direcciones. Para cada uno de estos casos, hay necesidad de construir un triángulo con datos y suposiciones indispensables á la claridad y buen éxito de la operacion.

48. Caso particular. — Si las dos velocidades componentes son paralelas, la velocidad del movimiento resultante es igual á su suma ó á su diferencia, segun que son de un sentido igual ó contrario.

49. Relaciones analíticas entre dos velocidades y su resultante. — Cuando se quiere calcular la composicion de dos velocidades, es necesario incluir en las fórmulas la composicion de estas dos velocidades $v$, $v_1$, su resultante $V$ y los ángulos que forman sus direcciones. Algunas veces se presentan dificultades para saber definir dichos ángulos con exactitud, y á fin de obviar este inconveniente debe imaginarse que se trazan, partiendo de un punto fijo, las rectas paralelas á las velocidades consideradas, las cuales no deben prolongarse sino en el sentido de cada movimiento. Segun esta regla, (triángulo $A V V_1$ de la figura 8) donde $A V = v$, $V V_1 = v_1$, y $A V_1 = V$, el ángulo de la resultante $V$ con $v$, y que se designa ó nota $(V, v)$, es el ángulo $V_1 A V$; el ángulo $(V, v_1)$ es igual á $A V_1 V$ como opuesto por la vértice y el $(v, v_1)$ es el suplemento de $A V V_1$.



Así, aplicando á este triángulo las fórmulas de la trigonometría rectilínea, al punto se obtendrán estas dos fórmulas que resuelven en todos los casos el doble problema que acabamos de exponer.

$$\frac{v}{\text{seno}\,(v_1, V)} = \frac{v_1}{\text{seno}\,(v, V)} = \frac{V}{\text{seno}\,(v, v_1)}$$

$$V^2 = v^2 + v_1^2 + 2 v v_1 \cos\,(v, v_1)$$

La primera de estas dos fórmulas demuestran que, en el caso general, *cada una de las tres* velocidades es proporcional al seno del ángulo que forman las direcciones de las otras dos.

50. Composicion de muchas velocidades. — Para

hacer esta operacion es necesario trazar un polígono y formar una despues de otra rectas iguales y paralelas á las velocidades dadas, y así hecho, se verá que la recta que cierra el polígono es en magnitud y direccion la *resultante* de estas velocidades, y esta resultante la velocidad del movimiento resultante.

Mas, debe observarse que la grandeza y direccion de la resultante no dependen del órden bajo el cual se trazan los lados del polígono.

51. Construccion gráfica de la resultante. — El polígono de las velocidades es comunmente izquierdo, y no se puede construir sino con el auxilio de los procederes de la geometría descriptiva. Pues, como dos rectas iguales y paralelas tienen por proyecciones sobre un mismo plano otras dos rectas y paralelas, la proyeccion del polígono es otro polígono cuyos lados son las proyecciones de las velocidades componentes y de la resultante.

*Por consiguiente, la proyeccion de la resultante sobre un plano cualquiera es la resultante de las proyecciones de las componentes.* Esta observacion nos da la idea, ó nos facilita inmediatamente la construccion del polígono que debe ejecutarse para obtener en el caso general la grandeza y direccion de la expresada resultante.

Finalmente, para ver las relaciones analíticas que existen entre las velocidades y sus resultantes, debemos imaginar tres ejes rectangulares en el espacio; hecho esto se descompondrá cada una de las velocidades en otras tres dirigidas paralelamente á dichos ejes: en seguida se compondrá con ellas por medio de una adicion algébrica, todas las componentes dirigidas paralelamente al mismo eje, y por fin se compondrán las tres resultantes parciales en una sola, la cual será, sin error alguno, la resultante que se busca.