pender el cuerpo que quiere pesarse, y otro anillo *D* unido á un peso *F* que puede moverse y colocarse en una de las divisiones practicadas desde *M B*. Una vez suspendido el cuerpo *P* en el gancho, se retira el anillo *D* hasta que la romana quede horizontal. De manera que viendo equilibrados el cuerpo *P* y el peso *F*, ya no hay mas que contar la línea que hay desde el punto *E* hasta donde se halla fijo el anillo *D*, y por ellas decir el peso total y exacto del cuerpo que acaba de pesarse.

Esta balanza tiene dos anillos de suspension segun puede verse en la figura 14. El mas inmediato al punto *M*, sirve para pesar los cuerpos mas pesados y voluminosos, y en este caso se vuelve el mecanismo, pues como se advierte, ambos anillos se hallan colocados en sentido contrario.

Esta romana se hallaba generalmente en uso en el comercio, pero hoy se ha sustituido en muchos establecimientos industriales con la balanza de *Quintenz*, como se verá en la parte especial consagrada á las máquinas.

CAPITULO II

Del efecto de una fuerza aplicada á un cuerpo aislado.

1. Axioma, teorema y casos diversos.

65. Axioma. — *El efecto de una fuerza sobre un cuerpo es independiente del movimiento adquirido anteriormente por este cuerpo.*

Efectivamente, cuando una fuerza ejerce su accion sobre un cuerpo en quietud, le comunica cierto movimiento que depende de su intensidad y direccion. Si el cuerpo está en movimiento en el instante en que la fuerza influye sobre él, el movimiento adquirido anteriormente se compone con el que la fuerza le comunicaria si estuviera en quietud, y el movimiento resultante es el movimiento real del cuerpo al instante considerado.

Cierto es que no puede demostrarse este principio *á priori*, pero admitido, se verifica siempre á *posteriori*, pues conduce á consecuencias notables, acreditadas por la experiencia mas inconcusa.

66. Si esta fuerza aplicada al cuerpo conservara en todos los instantes del movimiento la misma intensidad y direccion, en este caso dicha fuerza se llamará constante, pues se denominan así todas las que, variando solo de direccion, mantienen inalterable su intensidad. De esta regla puede establecerse el siguiente teorema.

67. TEOREMA. — *Una fuerza constante que ejerce su accion sobre un cuerpo libre y en quietud, le imprime un movimiento rectilíneo y uniformemente acelerado.*

Esta verdad se demuestra con facilidad. El cuerpo adquiere en el primer instante del tiempo Δt una velocidad elemental Δv, dirigida en el sentido de la misma fuerza. Durante el segundo instante Δt, el cuerpo conserva su velocidad adquirida Δv en virtud de la inercia, y adquiere otra igual en el mismo sentido, segun el axioma 65, visto que la fuerza es constante en grandeza y direccion. Así al fin del tiempo $2\Delta t$ posee el cuerpo una velocidad $2\Delta v$; y siguiendo á este paso al terminar el tercer instante poseerá, en el mismo sentido, la velocidad $3\Delta v$; pues generalmente la velocidad es proporcional al tiempo transcurrido, y dirigida siempre en un mismo sentido. Por consiguiente, el movimiento es rectilíneo y uniformemente acelerado.

68. CASOS DIVERSOS. — Si el cuerpo estuviera animado de la velocidad inicial v_0 dirigida en el sentido de la fuerza, esta velocidad se compondria á cada instante con la que le comunicaba la fuerza, y como son ambas del mismo sentido, se aumentaria en términos que la *velocidad* variable del móvil, en el presente caso, creceria de las cantidades proporcionales á los tiempos. Y aun así, como se desprende de esta sencilla enunciacion, el movimiento seria rectilíneo y uniformemente acelerado.

Mas, si la fuerza fuese comunicada en sentido contrario de la velocidad, ejerceria su accion como si el cuerpo sujeto á su influencia estuviera en quietud; pero como la velocidad que le comunica á cada instante es opuesta á la velocidad inicial, el movimiento rectilíneo será desde luego uniformemente retardado. Empero, en todos los casos el movimiento es rectilíneo y uniformemente variado. La aceleracion en este es la velocidad comunicada por la fuerza al fin de la unidad del tiempo.

69. TEOREMA RECÍPROCO. — *Si un cuerpo es animado de un movimiento rectilíneo uniformemente variado, entonces se halla sometido á la accion de una fuerza constante, dirigida siguiendo la recta misma de este movimiento.*

Fácil es demostrar esta verdad con los casos siguientes : 1.° El cuerpo es solicitado por una fuerza; no siendo así, su movimiento seria uniforme segun lo expuesto en el párrafo 50. 2.° Esta fuerza tiene la misma direccion que el movimiento; de lo contrario produciria, en un instante dado, una velocidad dirigida como ella, y la cual componiéndose con la velocidad adquirida, modificaria la direccion de esta última. 3.° Esta fuerza es constante; porque el movimiento siendo uniformemente variado, la velocidad variada de cantidades iguales, en tiempos iguales, y la fuerza que á cada instante Δt produce constantemente la misma variacion de velocidad, no pueden obrar sobre el móvil sino con una intensidad variable, la misma que si estuviera en quietud.

Finalmente, la fuerza es dirigida en el sentido del movimiento, si este es acelerado, y en sentido contrario si es retardado.

Debe notarse, sin embargo, que la accion de una fuerza cualquiera jamás puede determinar un movimiento rectilíneo y uniforme, y si, por cierto, algunos hechos que presenciamos parecen que contradicen este principio, siempre es fácil reconocer en los mismos la resistencia de fuerzas opuestas que se destruyen.

II. Aplicaciones relativas á la gravedad de los cuerpos.

70. Conforme lo acredita la experiencia y queda explicado en el párrafo 27, en el cual tratamos de los movimientos de los cuerpos en el vacío, el movimiento de un cuerpo pesado que cae en el vacío es uniformemente acelerado. Esto no necesita de-

mostracion; pues no hay quien ignore que el propio peso del cuerpo obra con una fuerza constante, fuerza vertical, dirigida de arriba abajo, y cuya velocidad se ha calculado ser $g = 9^{m}\ 8088$.

Ya se sabe que una fuerza ejerce su accion sobre un punto material puesto en movimiento de la misma manera que si estuviera en quietud, y por lo tanto debe admitirse que la velocidad es la misma en el movimiento ascendente como en el descendente, segun queda indicado en el capítulo III de la primera parte, y lo demostraremos prácticamente con el auxilio de la preciosa máquina inventada al efecto por el muy célebre físico británico *Atwood*.

Mas, como para medir las velocidades fuera necesario valerse de las oscilaciones pendulares, parécenos conveniente el hablar antes detalladamente del péndulo y de sus cualidades, á fin que, una vez conocido, podamos emplearlo en los casos que así lo requieran.

III. Del péndulo.

70. Definicion. — Un cuerpo pesado de figura esférica, por lo general suspendido al extremo inferior de un hilo de hierro ó de laton, y fijado el superior verticalmente en un punto, es lo que se llama péndulo. El cuerpo C (figura 15) estará en equilibrio cuando el hilo permanezca en posicion

vertical, pues en este caso su peso queda contrabalanzado por la tension ó tirantez del hilo. Mas, si el cuerpo *C* varía de posicion y se coloca segun se demuestra en la figura 16, desde este momento se rompe el equilibrio, y el peso del cuerpo se divide en dos fuerzas diferentes, de las cuales una, la que se dirige por donde el hilo se prolonga, será destruida, quedando solo la que sigue perpendicularmente al hilo, por cuanto esta tiende siempre á volver al cuerpo al estado de equilibrio que antes tenia. Así, puesto en movimiento el cuerpo *C*, este no

Fig. 15.

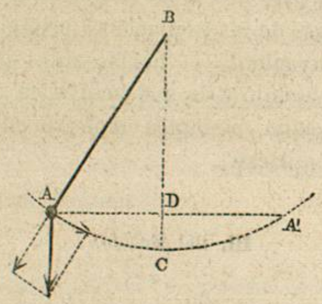

Fig. 16.

saldrá de modo alguno de la línea circular que tiene su centro en *B* y el radio en *B A C* hasta que quede otra vez en equilibrio. Pero mientras no, el cuerpo descenderá con velocidad cada

vez mayor hácia el punto *C*, donde, tan luego como llega, adquiere la rapidez proporcional á la altura vertical *D C* y sube, otra vez impelido por esta nueva fuerza, al punto *A'*, situado al nivel del de *A*, del cual desciende inmediatamente para volver al punto *A* que acababa de dejar, para continuar el mismo movimiento hasta que no recobre el equilibrio. En su marcha, el péndulo redobla sus oscilaciones entre los puntos *A B* y *B A'*, de tal suerte que conservaria indefinidamente su movimiento, si ninguna causa viniera á modificarlo y extinguirlo. Estas causas son generalmente la resistencia del aire y las que ofrece siempre el punto de suspension, pues cualquiera que sea el que se imagine y en que se ejecute la expresada suspension, la experiencia ha demostrado que el ángulo *A B A'*, llamado *amplitud* de las oscilaciones, disminuye gradualmente hasta que al cabo de algun tiempo el péndulo vuelve á su estado de equilibrio.

71. Duracion de la oscilacion. — Llámase *duracion* de una oscilacion los instantes ó segundos que gasta el péndulo en ir de *B A* á *B A'*. Pero debe saberse que cuando la amplitud varía, varía tambien la duracion del tiempo; con todo, si la amplitud es pequeña, los cambios que experimenta no influyen de una manera sensible en la duracion de las oscilaciones. Mas para establecer, en mecánica racional, la fórmula que patentize la duracion especialmente de las pequeñas oscilaciones de un

péndulo, es necesario suponer que el hilo no es pesado y que el cuerpo suspendido en él se reduce á un punto material, es decir, es menester suponer un péndulo ideal que se llama *péndulo simple*, cuyo hilo no debe ser mas largo que la letra l, que es la fórmula empleada para designar la longitud del mismo; pues no siendo así, y por ténues y ligeros que sean el hilo y el cuerpo de un péndulo, si este excede de la letra l ya no será *péndulo simple* ó *ideal*, así como no lo son los que regularizan el movimiento de los relojes que son péndulos compuestos.

En los péndulos compuestos, todas sus moléculas oscilan de la misma manera, y todas las oscilaciones duran el mismo tiempo. Pero si fuera dable el hacer péndulos con estas moléculas separadas de manera que cada una oscilase aisladamente, en este caso al paso que se formarian tantos *péndulos simples* como moléculas tuviese, resultaria que la duracion de las oscilaciones variarian en proporcion de la diversa distancia que medie entre molécula y molécula, la cual se denomina *longitud del péndulo*; la de los simples es equivalente á la de los compuestos respecto á la duracion de las oscilaciones.

72. Observacion. — Cuando un péndulo se forma de una bala y de un hilo terso, la longitud del péndulo simple, que como dejamos dicho es equivalente á la del compuesto, solo dista de una

cantidad imperceptible del punto de suspension al centro de la bala. Por consiguiente, cuando haya uno de servirse de la fórmula que da la duracion de una oscilacion pequeña, como se verá en el siguiente ejemplo, entonces deberá adoptarse esta distancia por la longitud del péndulo segun lo enseña la mecánica racional. De modo que si se desea saber con exactitud la duracion de una oscilacion pendular grande ó pequeña, es necesario contar el número de las que efectúa el péndulo en sesenta segundos y dividir el guarismo 60 por el número de oscilaciones contadas; pero si se determina para mayor precision el valor del péndulo simple equivalente, fácilmente se encontrará, con asombrosa exactitud, el valor que se busca, como puede verse por las siguientes demostraciones.

73. Longitud del péndulo. — Designemos desde luego por l la longitud del péndulo que expresaremos por metros; por π la relacion de la circunferencia de un círculo con su diámetro, que puede ser igual á $3\frac{1}{7}$, ó con mayor exactitud á $\frac{355}{113}$ por g, el guarismo 9,8088, y por t la duracion de una oscilacion pequeña expresada con segundos. Adoptada esta regla nos dará, aplicándola con escrupulosa precision, la duracion de una oscilacion pequeña, segun demuestra la fórmula que á continuacion se expresa:

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

74. Significacion de la fórmula. — Dicha fórmula demuestra que si la longitud del péndulo varía tambien, segun ya lo dejamos expuesto, la duracion de las oscilaciones varía como la raíz cuadrada de esta longitud; de suerte que para tener péndulos cuyas duraciones oscilatorias sean entre sí como los guarismos 1, 2, 3, es indispensable darles longitudes proporcionadas á los números 1, 4, 9.

75. Aplicacion de esta ley. — Esta ley se aplicará del modo siguiente. Tomaranse dos péndulos, cuidando de que el uno sea cuatro veces mas corto que el otro, y se suspenderá el primero detras del segundo en dos puntos situados en la misma línea horizontal. Poniendo en movimiento por un mismo lado y con igual cantidad de fuerza ambos péndulos, tomarán sucesivamente las posiciones relativas que representan las figuras 17, 18, 19, 20.

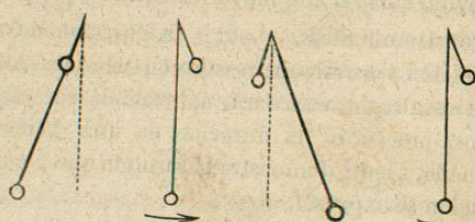

Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19. Fig. 20.

Mientras que el péndulo mas pequeño habrá hecho una oscilacion completa, el grande hará media solamente (fig. 17); y cuando este haya acabado su oscilacion, el otro volverá al punto de salida (fig. 18). Luego que el péndulo mayor habrá hecho media oscilacion en direccion opuesta, el pequeño concluirá la tercera (fig. 19). Ultimamente, cuando aquel haya regresado á su primera posicion, este se hallará igualmente de vuelta, de manera que se encontrarán otra vez como lo estaban en el acto de ponerse en movimiento (fig. 20). Por consecuencia, el péndulo pequeño ejecuta dos oscilaciones mientras que el grande hace una sola.

En segundo lugar, si se adopta la fórmula precedente, se elevan al cuadrado ambos miembros de la igualdad y se resuelve luego con relacion á g. Resultará que es

$$g = \frac{\pi l^2}{t^2}$$

lo cual enseñará la manera de calcular el valor de π l y t. Así es como se ha podido encontrar que g es igual á 9 metros 8008 segun queda expresado anteriormente.

76. Observacion. — Además, si se desea saber la longitud de un péndulo de una oscilacion por segundo, podrá adoptarse la misma fórmula, pero bajo la forma expresada á continuacion, porque

de este modo sirve para encontrar la longitud de los de oscilaciones ya conocidas

$$l = \frac{gt^2}{\pi^2};$$

pero en esta operacion deberá substituirse t con 1, g con 9, 8088, π con $\frac{355}{113}$, y se hallará 0 metro 994 por la longitud que se busca. Esta longitud deberá anotarse para servirse de ella cuando la necesidad lo exija. En efecto, en cualquiera circunstancia y en cualquier punto que el hombre se halle, es fácil de hacer un péndulo cuya distancia, desde el punto de suspension al centro del cuerpo ó bola, sea de 0 metro, 994. Las oscilaciones de este péndulo, una vez puesto en movimiento, facilitarán el medio de medir con exactitud la duracion de un fenómeno, siempre que dicha duracion no sea demasiado larga. Si, por ejemplo, se desea saber el número de segundos que una piedra emplea para caer desde el orificio de un pozo hasta su fondo, con el fin de medir la profundidad del mismo, entonces se ejecutará la operacion segun queda expresado. Mas si hubiera necesidad, en ciertos y determinados casos, de un péndulo que produzca cada una de sus oscilaciones en medio segundo, al efecto no hay mas que disminuir la longitud, y dejarla cuatro veces mas pequeña, esto es, de 0 m., 248.

IV. Máquina de Atwood.

77. El distinguido físico británico, con el fin de observar y precisar las leyes de la caida de los cuerpos, ha inventado una máquina que ha dejado atras el plan inclinado de Galileo, de que hablaremos en la parte IV de este MANUAL.

Consiste esta en el conjunto de partes que se notan en la fig. 21 que la representa. Un cordon de seda muy terso pasa por el orificio de la polea sumamente móvil que se ve en la parte superior de la máquina; esta polea mantiene dos cuerpos iguales en peso y magnitud, aunque la identidad en la magnitud no sea rigurosamente necesario, como en efecto no la es. Débese la movilidad extremada de la polea á que su eje descansa sobre la circunferencia de cuatro ruedas colocadas dos delante y dos atras, y como tienen el mismo peso los dos cuerpos ligados á los extremos del cordon de seda, la polea queda inmóvil por causa del equilibrio de las fuerzas que influyen sobre ella. Mas tan luego como se rompe el equilibrio, el cordon, puesto en movimiento, hará dar vueltas á la polea.

78. DEMOSTRACION. — Supongamos, por ejemplo, á fin de comprender la funciones de la máquina y de poder fijar, por consecuencia, nuestras ideas, que los dos cuerpos suspendidos pesan cada uno

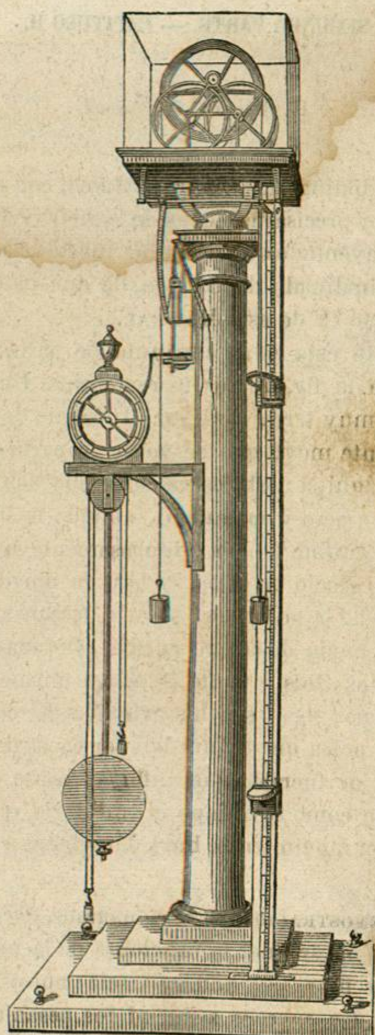

Fig. 21.

cuatro gramos y que el peso añadido para producir el movimiento le sea de uno. Como las fuerzas de los dos primeros cuerpos se neutralizan siempre, ora estén en estado de movimiento, ora en el de equilibrio, resulta que la fuerza de un gramo produce solamente el movimiento de los tres cuerpos que pesan reunidos nueve gramos. En este caso, pues, se ve que el movimiento determinado es el mismo que tendrian los tres cuerpos, cayendo libremente, y que la intensidad se ha hecho nueve veces mas pequeña.

Empero, si los pesos de los dos cuerpos, suspendidos á los extremos del cordon, fueran cada uno de treinta y nueve y medio gramos y que el adicional tuviera siempre uno, se observaria así mismo que el movimiento producido seria igual al de los tres cuerpos cayendo libremente, y que la intensidad de la gravedad se habia hecho ochenta veces mas pequeña.

Para observar mejor las leyes que rigen el movimiento producido por el gramo añadido, ó por el peso adicional, se ha puesto al lado de la línea descrita por uno de los cuerpos que descienden, una regla vertical dividida por centímetros con abrazaderas ó correderas que pueden fijarse en cualesquiera de sus puntos por medio de un tornillo de presion. La representada en la figura 22 tiene un disco destinado á contener el movimiento del cuerpo que desciende. La otra, representada por la figura 23, lleva un anillo para dejar paso al ex-