

## TERCERA PARTE

DE LAS FUERZAS APLICADAS A LOS CUERPOS SÓLIDOS.

---

### CAPITULO PRIMERO

Nociones sobre el organismo de los cuerpos.

113. En las dos partes precedentes hemos tratado del movimiento de un punto material, y si en diferentes casos hemos hablado y hecho mover los cuerpos, casi siempre hemos supuesto dichos móviles como reducidos á meros puntos materiales. Mas ahora salimos de aquel cuadro para abrazar otro mas general, y tratar de los movimientos de un sistema *de puntos materiales* indispensable para conocer la constitucion de los cuerpos, y abordar en seguida la explicacion de éstos principios elementales á las máquinas, ó *el estudio* de diversas máquinas con relacion á los principios establecidos, y que vayamos estableciendo hasta entonces.

116. ORGANIZACION DE LOS CUERPOS : FUERZAS MOLECULARES. — El estudio de los fenómenos físicos nos demuestra que los cuerpos se componen de moléculas de dimensiones imperceptibles, y cuyas distancias mútuas, aunque son tambien imperceptibles, á la simple vista, son sin embargo mucho mas considerables. Dichas moléculas ejercen unas sobre otras dos acciones diversas : las que se llaman fuerzas *atractivas*, las cuales dependen de las distancias, y las denominadas fuerzas *repulsivas*, dependientes de las distancias y del calor á la vez.

Las fuerzas moleculares disminuyen cuando la distancia aumenta, y se hacen nulas antes que esta distancia sea perceptible á los ojos del hombre ; y las *repulsivas* varían segun la distancia con mucha mas rapidez que las *atractivas*.

Finalmente, se admite tambien el principio de que la *reaccion es igual y contraria á la accion*, esto es, que si dos moléculas  $m$  y  $m'$  están en presencia, sus acciones recíprocas son dirigidas segun la recta  $mm'$ ; y que si  $m'$  recibe de  $m$  una accion  $f$ , dirigida de  $m'$  hácia  $m$ ,  $m$  recibe á su vez de  $m'$  una accion  $f$  dirigida de  $m$  hácia  $m'$ .

117. CUERPOS SÓLIDOS. — Cuerpo sólido es aquel que permanece estable ó en equilibrio permanente bajo la influencia de las fuerzas moleculares. \*

Cuando fuerzas exteriores obran sobre este cuerpo, inmediatamente las moléculas, que reci-

ben esta accion extraña, se acercan de las que están junto á ellas y se separan de las demás en la misma proporcion : esta aproximacion y alejamiento moleculares hacen variar sus fuerzas respectivas como fácilmente se comprende : variando de posicion las primeras, las inmediatas varían á su vez obligando á las otras con las cuales están en contacto á variar así mismo de lugar, de tal suerte que propagándose desde la primera hasta la última, este rápido movimiento, se establece un nuevo equilibrio entre las fuerzas exteriores y las nuevas intensidades de las acciones recíprocas.

118. ELASTICIDAD. — Las fuerzas moleculares vuelven al cuerpo á su forma primitiva, tan luego como cesan de recibir la accion de las fuerzas extrañas. Esta propiedad, pues, se llama *elasticidad*. Pero es necesario para que esta vuelta á su primitivo estado se produzca, que la deformacion no haya sido considerable ni alcanzado ciertos límites, variables con la naturaleza y la forma de los cuerpos. Cuando se traspasan estos límites, las moléculas se agregan de otra manera y se constituyen en un nuevo estado de equilibrio.

119. INVARIABILIDAD DE LAS DISTANCIAS MOLECULARES. — De lo expuesto se desprende que, propiamente hablando, no existen en la naturaleza verdaderos *cuerpos sólidos*, lo cual quiere decir, que no hay cuerpos cuyas moléculas están á distancias

recíprocas enteramente invariables. Empero, en el mayor número de casos la variacion de las distancias y la deformacion que de ella resulta, bajo de la accion de las fuerzas, son tan débiles, que pueden pasar como desapercibidas y considerar inalterables la forma de los cuerpos.

Los resultados que se obtendrán, admitiendo esta hipótesis, no serán por cierto rigurosos, pero se acercarán de la verdad tanto cuanto el cuerpo se acerque mas al estado de verdadero *sólido*.

Sin embargo, para mayor inteligencia y sencillez de las operaciones, nosotros admitiremos la invariabilidad de las distancias recíprocas de las moléculas en todos los cuerpos sólidos á que aplicaremos las fuerzas extrañas, cualesquiera que estas sean, y en su virtud supondremos que estas fuerzas no pueden deformar jamás el cuerpo de una manera sensible, y mucho menos romperlo. Y si en las aplicaciones prácticas de la mecánica se producen muchos cambios de esta naturaleza, en tal caso será conveniente y aun necesario tenerlos en cuenta; pero los resultados que nos diera dicha hipótesis ya no podrian aplicarse, porque entonces falsificarian todas nuestras operaciones.

## CAPITULO II

### Leyes y reglas relativas al cambio de posicion del punto del cuerpo donde se aplica una fuerza.

120. — No puede negarse que, sin cambiar el estado de movimiento ó de quietud de un cuerpo, se puede transportar el punto de aplicacion de una fuerza á otro cualquiera de su direccion, con tal que el segundo esté ó se suponga ligado al primero de una manera invariable. Esta regla puede comprobarse por medio del dinamómetro aplicado á los extremos de una cuerda ó de un palo que sostengan verticalmente á un cuerpo: ejecutándolo así, se verá que el trabajo de la fuerza transportada es tambien el mismo para todo otro cambio elemental de la recta de aplicacion.

121. AXIOMA. — *Dos fuerzas iguales y de sentido contrario aplicadas, siguiendo la misma recta, en dos puntos diversos de un cuerpo sólido, se hacen equilibrio.*

Esta proposicion es evidente y puede mirarse como consecuencia del principio antes establecido de la *igualdad de la accion y reaccion*, sobre todo

cuando ambos puntos de aplicacion están enlazados por una hilera rectilínea de moléculas, cuyas atracciones y repulsiones recíprocas transmitan sin alteracion los efectos de las fuerzas. Empero, no lo es si la recta que une los dos puntos de aplicacion no está contenida enteramente en el cuerpo.

Sin embargo, no nos esforzaremos en demostrar á priori la generalidad de este axioma, cuyas consecuencias y valor acredita la experiencia de todos los dias.

122. TEOREMA. — Sin cambiar el estado de quietud ó de movimiento de un cuerpo, se puede transportar el punto de aplicacion de una fuerza á otro punto cualquiera de su direccion, con tal que otro punto esté enlazado invariablemente al primero.

Puede admitirse el precedente teorema como principio experimental, porque es una consecuencia inmediata de la proposicion número 121. Efectivamente, supongamos una fuerza  $F$  (fig 34) aplicada en el punto  $A$  de un cuerpo sólido  $M$ . Tomemos en seguida sobre su direccion  $AF$  un punto  $B$ , interior ó exterior al cuerpo, pero enlazado invariablemente con él: luego apliquemos en sentido contrario á dicho punto dos fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  iguales y paralelas á  $F$ . El estado de reposo ó de movimiento del cuerpo no se altera en razon de que estas fuerzas  $F$  y  $F_2$  se destruyen, y en su virtud pueden suprimirse, de manera que solo queda la fuerza  $F_1$ , la cual puede mirarse como la fuerza  $F$  transpor-

tada del punto  $A$  al punto  $B$  paralelamente á sí misma.

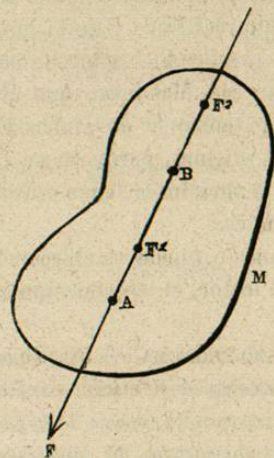


Fig. 34.

123. DINAMÓMETRO PARA VERIFICAR EL PRINCIPIO PRECEDENTE. — Puede comprobarse este principio por la experiencia. Hé aquí cómo: Adáptese un dinamómetro al extremo superior de una vara ó de una cuerda vertical y otro al inferior, y suspéndase libremente un peso á este último extremo, y se reconocerá, que cuando el equilibrio existe ambos instrumentos nos suministran las mismas indicaciones, y si anunciaran alguna diferencia, esta será únicamente la del peso de la vara ó de la cuerda interpuesta. Así, se demuestra que el peso

aplicado al dinamómetro ejerce la misma accion sobre ambas extremidades. La experiencia demuestra el mismo resultado cuando el sistema está en movimiento rectilíneo y uniforme, segun se vé siempre que se reproduce sobre un barco que desciende por un rio. Mas luego que el movimiento es variado, las tensiones de ambos dinamómetros ya no son las mismas, porque la aceleracion de la cuerda ó de la vara intervienen entonces para hacerlos desiguales.

De lo expuesto puede establecerse y dejar su aplicacion al lector, el teorema siguiente :

124. SEGUNDO TEOREMA. — *Luego que se transporta una fuerza paralela á sí misma para aplicarla á un punto de su direccion, el trabajo de la fuerza transportada es el mismo en todos los cambios elementales del punto en la recta de aplicacion.*

## CAPITULO III

### Del equilibrio y composicion de las fuerzas.

#### I. Equilibrio.

125. DEFINICION DEL EQUILIBRIO. — La experiencia de todos los dias está demostrando que muchas fuerzas ejercen su accion sobre uno ó muchos cuerpos reunidos, y que estas fuerzas se neutralizan de tal suerte que su resultado es tan nulo como si estas mismas fuerzas no obraran de manera alguna. Pues bien; entonces se dice que se hacen *equilibrio*, ó que el cuerpo ó el conjunto de los cuerpos sometidos á la accion de todas la expresadas fuerzas está *en equilibrio*.

Mas debe notarse que el *equilibrio* de las fuerzas aplicadas á un cuerpo no encierra la idea de la inmovilidad de dicho cuerpo; y que por consiguiente no turban la especie de movimiento que le imprimen.

126. EQUILIBRIO ESTABLE, É INSTABLE. — Equi-  
9.

librio *estable* es aquel que conserva ó vuelve á tomar un cuerpo tan luego como desaparece la causa que la habia perturbado. El *instable* es aquel que tiene instantáneamente un cuerpo cuando se le ha puesto en cierta posicion, que abandona inmediatamente bajo de la accion de la causa exterior mas insignificante. De manera que vulgarmente el equilibrio no es otro que el *instable*.

## II. Composicion de fuerzas concurrentes ó paralelas.

127. TEOREMA. — Si fuerzas en mayor ó menor número se aplican por diferentes puntos de un cuerpo sólido, de tal manera que sus direcciones concurren á un mismo punto, estas fuerzas se compondrán, segun las reglas establecidas para los casos designados, de un punto material aislado (número 102 y siguientes).

Efectivamente, si el punto de concurso pertenece al cuerpo, en este caso todas las fuerzas se agrupan en él, de suerte que pudiera decirse con razon que todas estaban aplicadas al mismo punto del cuerpo. Si, por el contrario, no pertenece al cuerpo, entonces debe suponerse que el punto de concurso está ligado invariablemente al cuerpo, y de este modo se encontrará el primer caso. Así, en todos los casos pueden aplicarse á estas fuerzas las reglas demostradas del *paralelógramo*, *paralelepípedo*, y *polígono*.

128. OBSERVACION. — Si, despues de haber construido la resultante con el auxilio de dichas reglas, se ve que esta fuerza encuentra el cuerpo, entonces puede tomarse uno de los puntos de encuentro por su punto de aplicacion, en razon que la citada modificacion no altera el estado del cuerpo. Pero si la direccion de la resultante está enteramente fuera del cuerpo, entonces debe considerársele como una fuerza ficticia; pues no hay fuerza única, realmente aplicada al cuerpo, que pueda reemplazar las fuerzas dadas. Con todo, aun en este caso puede imaginarse que el punto de aplicacion está unido invariablemente al cuerpo por un sistema de enlaces proporcionados, que permita á la fuerza de ejercer su accion sobre él, y conservar así teóricamente la intensidad y la direccion de la resultante, como concepcion útil para simplificar las operaciones.

Siempre es evidente, sin embargo, que las relaciones analíticas entre la resultante y sus componentes deben aplicarse sin modificacion alguna al caso actual, y que el trabajo de la resultante es igual á la suma algébrica de los trabajos de las componentes, puesto que transportando cada una de las fuerzas al punto de concurso no se altera el trabajo de las mismas.

129. EJEMPLO DE FUERZAS QUE EJERCEN SU ACCION SIGUIENDO UNA MISMA DIRECCION. — Si un cuerpo está sometido á la accion de cuatro fuerzas, una

de 2 kilogramos, otra de 6, otra de 3 y otra de 5 kilogramos, aplicadas al punto *B* (fig. 35), siguiendo la misma direccion *BC* y en el mismo sentido, este cuerpo se hallará bajo de las mismas condiciones que si la línea *BC* siendo vertical, los cuatro pesos expresados estuvieran suspendidos al punto *B*. Resultando, en definitiva, segun los principios establecidos en el curso de este MANUAL, que un peso único de 16 kilogramos (que compone la suma total de los guarismos 2, 6, 3 y 5), producirá el mismo efecto sobre el punto *B*.

Fig. 35.

Por consecuencia, cualquiera que sea el número de fuerzas aplicadas á un mismo punto en la misma direccion y en el mismo sentido, todas ellas tendrán una resultante igual á la suma total de fuerzas, obrando en la direccion y en el mismo sentido que las componentes.

### III. Fuerzas paralelas.

130. TEOREMA. — *Dos fuerzas paralelas aplicadas á un punto sólido tienen una resultante igual á su suma paralela á cada una de ellas, y cuyo punto de aplicacion divide la distancia de los puntos de aplicacion de las componentes en dos partes, que son inversamente proporcionales á las magnitudes de las componentes.*

Para demostrarlo prácticamente, nos serviremos de una barra prismática de madera *BC*, suspendida en su centro, segun lo demuestra la fig. 36. La

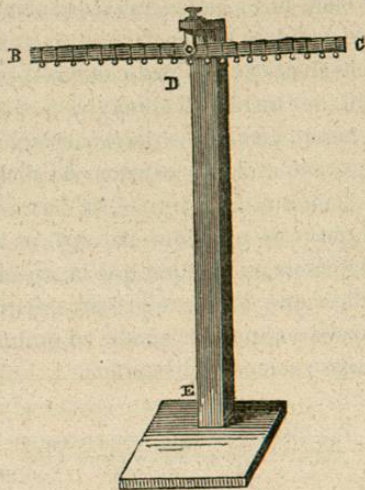


Fig. 36.

especie de cuchillo ó clavo que atraviesa dicha barra se apoya sobre dos chapitas de hierro adaptada, de manera que pueda moverse libremente, á la espiga tambien de madera *DE* que le sirve de sostenimiento. El frente anterior de esta barra lleva diez divisiones de igual longitud en cada uno de los lados del punto de suspension, y debajo de los puntos de division se hallan colocados otros

tantos anillos con el fin de colgar en ellos los cuerpos ó pesas, construidas en tal disposicion que sea fácil de suspender unas á otras como medio de hacer mas palpable la operacion que nos ocupa.

Ahora bien, supongamos que se suspende en dos puntos de igual distancia del centro una pesa de 500 gramos en cada uno, segun se ve en la fig. 37; pues bien, la barra permanecerá horizontal. Si ahora se toman ambos dos pesos y se colocan uno bajo del otro en el punto céntrico de dicha barra como lo demuestra la figura 38, la barra no cambiará tampoco de posicion. De aquí se deduce, sin la menor sombra de duda, que la especie de cuchillo ó clavo que mantiene la barra ejerce sobre ella la misma accion, sin añadir ni quitar, así en el primer caso como en el segundo.

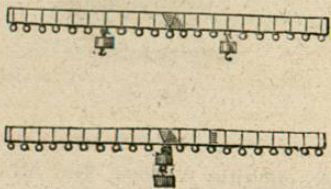


Fig. 37 y 38.

Esto mismo sucederia si se aumentasen los pesos en las mismas proporciones; y la razon es porque en el caso de la figura 37, la barra se halla sometida á dos fuerzas iguales ó paralelas, las cua-

les pueden ser reemplazadas por una sola fuerza componente todas las parciales, y aplicada al centro de la línea recta que reúne sus puntos de aplicacion.

Mas, no es esto solo: tomemos ahora nueve pesas de medio kilógramo y suspendámoslos en otros tantos anillos de la barra *BC*, (fig. 36) igualmente distante uno de otro, y que el del centro corresponda al punto de suspension de la misma, y veremos así mismo que la barra conservará siempre su posicion horizontal. Esta posicion tampoco variará si tomamos estos mismos pesos y los colocamos, suspendidos unos de otros formando una cadena, en el punto céntrico, dejando ver así que la barra *BC*, cargada de nueve pesos iguales repartidos en toda su longitud, se halla en las mismas condiciones que cuando estaba cargada de un peso único de cuatro kilógramos y medio suspendido en el punto mas céntrico.

Empero, volvamos á tomar diez pesos de un kilógramo y coloquemos siete en un anillo y tres en otro anillo, segun lo demuestra la figura 39, y la



Fig. 39.



barra se mantendrá aun en la misma posición horizontal. Resultando que un peso de 7 kilogramos enganchado en el primer anillo y otro de 3 suspendido en el segundo, producen el mismo efecto que un peso de diez kilogramos enganchado en el punto céntrico. Por consiguiente, observando que el segundo abraza tres divisiones de la barra mientras que el primero contiene siete, entonces no podrá menos de deducirse el teorema que hemos establecido al principio de este párrafo, y que ahora vamos á demostrar con los siguientes ejemplos.

131. EJEMPLO. — Imaginemos el cuerpo *C* (fig. 40)

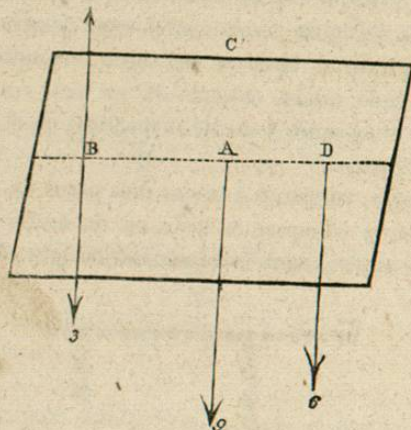


Fig. 40.

sometido á la acción de dos fuerzas paralelas y de

sentido contrario, una de 9 kilogramos aplicada al punto *A*, y la otra de 3 al punto *B*. Pues bien, para encontrar su resultante deberá procederse así: Se considerará la fuerza de 9 kilogramos como si proviniera de la fuerza 3 aplicada á *B* y de una fuerza de 6 aplicada en *D*; al efecto se prolongará *BA* y se tomará la distancia *AD* de manera que nos dé por resultado:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{3}{6}.$$

La fuerza de 9 kilogramos estando reemplazada por sus dos componentes, se tendrá en el punto *B* dos fuerzas de 3 kilogramos cada una y de sentido contrario que se destruyen en términos que solo quedará una fuerza de 6 kilogramos aplicada al punto *D*, que será la resultante de las fuerzas dadas.

132. EJEMPLO SEGUNDO. — Sometamos pues el cuerpo *C* á la acción de cuatro fuerzas paralelas, una de 3 kilogramos aplicada al punto *A*, otra de 5 aplicada al punto *D*, otra de 4 aplicada al punto *E*, y por fin otra de uno al punto *B*. Las dos fuerzas *A*, *D* pueden ser reemplazadas por una fuerza de ocho kilogramos aplicado al punto *O*; y en este caso se tendrá:

$$\frac{OA}{OD} = \frac{5}{3}.$$

La expresada fuerza de 8 kilogramos puede com-

ponerse con la aplicada al punto  $E$ , y entonces resultará una fuerza de 12 kilogramos aplicada al

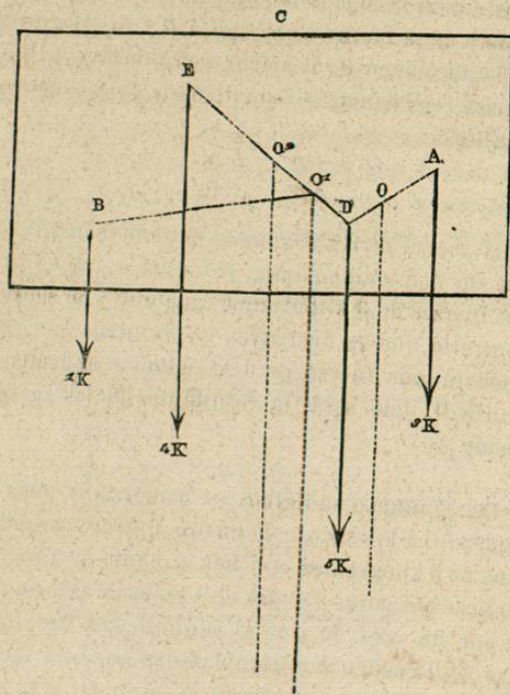


Fig. 41.

punto  $O'$ . Ultimamente, esta nueva resultante parcial se compondrá con la fuerza aplicada al punto  $B$ , y haciendo la operación algebraica se obtendrá en

definitiva una fuerza de 13 kilogramos aplicada al punto  $O'$ , que será la resultante de todas las fuerzas dadas.

Hé ahí el modo de componer en una sola las fuerzas paralelas de un mismo sentido, cualquiera que sea su número, pues en todos los casos que puedan imaginarse la resultante será siempre la suma de todas las componentes.

133. OBSERVACION. — Siempre que un cuerpo se someta á la acción de numerosas fuerzas paralelas, pero obrando en sentido contrario unas de otras, se buscará la resultante de las primeras, en seguida la de las últimas, y se obtendrá de esta manera las dos resultantes parciales, la una ejerciendo su acción en sentido contrario, y la otra en direcciones paralelas. Hecho esto, ya no queda más que componer entre sí las dos resultantes parciales, según lo hemos demostrado en el párrafo 131. Esta última composición podrá efectuarse siempre, al menos que las dos resultantes parciales no sean iguales y no obren siguiendo la misma recta. En este caso excepcional, las fuerzas dadas no tendrán resultante.

134. TRABAJO DE LAS FUERZAS PARALELAS. TEOREMA. — Cuando un sistema de fuerzas paralelas tiene una resultante, el trabajo elemental de esta fuerza es igual al de sus componentes.

135. OTRO TEOREMA. — Cuando las fuerzas paralelas se hacen equilibrio, la suma de sus trabajos es enteramente nula para el cambio de sitio del cuerpo ó cuerpos sometidos á su accion.

136. TRABAJO DE LAS FUERZAS. — Las proyecciones de los elementos del camino recorrido sobre las direcciones de las fuerzas y los términos de la igualdad, es lo que se llama trabajo de estas fuerzas. Tal es la igualdad que encierra el teorema precedente del trabajo de las fuerzas, que no demostramos prácticamente porque rigurosamente hablando queda ya explicado en los ejemplos expuestos en el presente capítulo.

## CAPITULO IV

### De los centros de gravedad de los cuerpos.

137. DEFINICION DEL CENTRO DE GRAVEDAD. — Ya hemos dicho en otro capítulo que un cuerpo sólido se compone del conjunto de numerosas moléculas reunidas mas ó menos compactamente en posiciones determinadas. Todas estas moléculas son graves y tienden siempre hácia su centro; pero como sus dimensiones son imperceptibles relativamente al radio del globo, debemos considerar el peso de todas estas moléculas como fuerzas paralelas de un mismo sentido, que tienen por consecuencia una resultante igual á la suma de todas ellas, dirigida, como las componentes, hácia el centro de la tierra. Esta resultante es lo que llamamos peso del cuerpo.

138. CENTRO DE GRAVEDAD DE UN SISTEMA DE CUERPOS. — La noción del centro de gravedad se extiende naturalmente á un sistema cualquiera de cuerpos ligados ó no los unos con los otros, y en-