

se haya añadido una misma cantidad, ni haber observado que en tales casos eran iguales las sumas. Tampoco es necesario que se busque un principio que legitime la elevacion al hecho general en vista de los casos particulares observados. Bastará haber percibido los objetos necesarios para formar los conceptos de *cantidad, igual, adición y suma*; y la inteligencia podrá contemplar los objetos abstractos de cantidades iguales y adición de otra igual, y en ellos verá la igualdad de las sumas. El que se dedique al estudio de las matemáticas, asentirá á este axioma porque lo verá, aún cuando no haya observado dos casos en que se verifique.

En tercer lugar, los axiomas tienen un valor absoluto, se han de verificar en todos los órdenes de cosas reales y posibles, y no tan sólo en el orden actual. El mencionado axioma matemático se verifica en el mundo de que nosotros formamos parte, y se verificaría en otros mundos, cualesquiera que fuesen sus condiciones, porque la igualdad de las sumas está envuelta en la igualdad de las cantidades y en la de las adiciones. Verificándose estas dos cosas, se ha de verificar el axioma, cualquiera que sea la naturaleza y la constitucion del mundo. El principio de contradicción se verifica en el orden de cosas actual, y se verificaría en cualesquiera otros, por más que fuesen diferentes las propiedades y las relaciones de los seres. En el sér está contenida la exclusion del no sér y el principio de contradicción; y por lo tanto habrá aquella exclusion y se verificará este principio donde quiera que haya sér. Al reves de los axiomas, las verdades generales en cuanto son conocidas por la induccion, tienen un valor relativo, se verifican en el orden actual de cosas, pero pueden no verificarse en otros órdenes. Que todos los hombres sean mortales, se verifica en el orden actual de la humanidad; pero, segun dijimos, podría existir otro orden en el cual el hombre no estuviera sujeto á la muerte. Que todos los cuerpos se atraigan en razon directa de sus masas y en razon inversa del cuadrado de sus distancias, se verifica ahora en el mundo actual; pero podría dejar de verificarse con cierta intervencion de una fuerza superior. Una fuerza infinita puede dominar y sujetar un cuerpo, impidiendo que la potencia atractiva de éste ejerza su acto natural.

En cuarto lugar, los axiomas no sólo se verifican de hecho, sino que se han de verificar en la suposicion de que exista el objeto en el cual están contenidos, y en este sentido son verdades necesarias. Pero hay verdades generales conocidas por la induccion, que pueden dejar de verificarse aún cuando exista el objeto á que se refieran. Si existe un todo, ha de ser por precision superior á cada una de las partes; si hay una causa, será necesariamente superior á su efecto. Pero podría existir el sér racional y sensitivo llamado hombre sin que fuese mortal; podría haber un cuerpo que no atrajera á otro del modo que lo hace ahora. El fundamento de esta cuarta diferencia, como tambien el de la tercera, consiste en que los axiomas espresan el contenido de un objeto abstracto, de un objeto en el cual se prescinde de las determinaciones que puede tener, del orden actual y de otros á los cuales pueda estar sometido. De aquí es que donde quiera que se encuentre dicho objeto, se encontrará su contenido, y se verificará el axioma. Y ha de verificarse por precision, porque de otra suerte habría el absurdo de existir la cosa que incluye otra y no existir la incluida. Por esto sucede que los axiomas tienen un valor absoluto y son necesarios. No sucede otro tanto con las verdades generales inductivas. Éstas han sido conocidas en virtud de la constancia de ciertos fenómenos observados en el orden actual de cosas. En el orden actual tiene lugar esta constancia y el carácter esencial envuelto en la misma; y en el orden actual se verifica la verdad general inductiva derivada por nosotros de aquel carácter esencial. De ahí proviene el valor relativo de las verdades generales inductivas. Además, es posible que dicho carácter esencial no lo sea en sentido constitutivo, es decir, que el atributo de que se trate no constituya parte ni la totalidad de la esencia del objeto. Si se tratara de un atributo esencial constitutivo, donde quiera que se encontrase el objeto, habría de encontrarse necesariamente el atributo. Pero si se trata de un atributo esencial en otro sentido, no es absolutamente necesario que exista existiendo el objeto. Si existe un hombre, ha de tener por precision el sér racional; pero aún existiendo un cuerpo y su fuerza atractiva, no es absolutamente necesario que se verifique el acto de

la atraccion. Por esto es que, conocida una verdad general inductiva, no se le puede atribuir el carácter necesario que tienen los axiomas.

Stuart Mill, aún cuando cree que á sus adversarios les incumbe probar el carácter no inductivo de los axiomas, sin embargo, hace algunas consideraciones que parecen un esfuerzo encaminado á probar el carácter inductivo de los mismos. Despues pasa á impugnar algunas de las razones aducidas por sus adversarios. Examinaremos brevemente una y otra de estas dos cosas.

Hablando del principio matemático que dice: *dos líneas rectas no pueden cerrar el espacio*, Stuart Mill hace las reflexiones siguientes: «La prueba espermental se nos ofrece con una profusion infinita, y sin ningun caso que pueda hacer sospechar una escepcion de la regla, de manera que para asentir á este axioma, aún como verdad empírica, pronto tenemos mayor motivo que para asentir casi á cualquiera otra verdad general conocida, segun nuestra propia confesion, mediante las percepciones de nuestros sentidos. Independientemente de una evidencia *a priori*, sin duda asentiríamos á él con mayor firmeza que á cualquiera verdad física ordinaria; y esto precisamente mucho ántes de la época de la cual datamos generalmente nuestra ciencia, y mucho ántes de admitir en nosotros un recuerdo de la historia de nuestras operaciones intelectuales en aquella época. ¿Qué necesidad hay de pretender que el conocimiento de estas verdades tiene un origen diferente del de las otras, si su existencia se esplica perfectamente atribuyéndoles un mismo origen? ¿si las causas que producen el asenso en todos los otros casos, existen tambien en éste, y en un grado y con una fuerza tan superior como lo es el asenso mis mo? (1).»

(1) Experimental proof crowds in upon us in such endless profusion, and without one instance in which there can be even a suspicion of an exception to the rule, that we should soon have stronger ground for believing the axiom, even as experimental truth, than we have for almost any of the general truths which we confessedly learn from the evidence of our senses. Independently of *a priori* evidence, we should certainly believe it with an intensity of conviction far greater than we accord to any ordinary physical truth: and this too at a time of life much earlier than that from which we date almost any part of our acquired

Si no estamos equivocados, dos cosas pretende Stuart Mill en el pasaje citado: 1.º, que podemos asentir firmemente á los axiomas por la sola esperiencia; 2.º, que podemos asentir aún ántes de haber adquirido conocimientos científicos. Con todo lo que aduce Stuart Mill está léjos de haber dado un fundamento sólido á su opinion: se fija en la parte subjetiva de los axiomas, y no en lo objetivo de los mismos. Aún cuando llegáramos por la esperiencia y mediante una induccion á conocer un axioma cualquiera, éste con semejante procedimiento no tendría valor absoluto y necesario en el sentido que dejamos espuesto. Si á fuerza de observar causas y compararlas con sus efectos, hiciéramos la induccion de que la causa es superior al efecto, conoceríamos un hecho general del orden actual de cosas, é ignoraríamos si el enlace de esta superioridad y de la causa es de tal manera esencial que absolutamente no pueda encontrarse jamas causa alguna sin dicha superioridad. Pero esta misma verdad, dado el conocimiento metafísico, tiene un valor absoluto y necesario, porque en la causa en general hemos visto contenida la superioridad en orden al efecto, y así sabemos que es imposible encontrar en ningun orden de cosas una causa sin la mencionada superioridad.—Para hacer algunas abstracciones y ver algun axioma en los objetos abstractos, no se necesita ser un sabio. Hasta personas rústicas, prescindiendo de la esperiencia, y fijándose en lo que es una causa, conocen el axioma de que la causa es superior al efecto, aunque no lo espresen en una forma científica. Y sea de esto lo que quiera, los que conociesen un axioma por la sola esperiencia, sin haber hecho la correspondiente abstraccion y visto el contenido del objeto abstracto, no lo conocerían con su valor absoluto y necesario.

knowledge, and much too early to admit of our retaining any recollection of the history of our intellectual operations at that period. Where then is the necessity for assuming that our recognition of these truths has a different origin from the rest of our knowledge, when its existence is perfectly accounted for by supposing its origin to be the same? when the causes which produce belief in all other instances, exist in this instance, and in a degree of strength as much superior to what exists in other cases, as the intensity of the belief itself is superior? (*A System of Logic*: vol. I, pág. 267, ed. cit.)

Por lo que hemos referido al tratar del principio de la induccion, podemos presumir el modo cómo Stuart Mill trataría de solventar la primera de las razones aducidas por nosotros á favor del carácter metafísico de los axiomas. Pero así como la esplicacion de Stuart Mill no basta para probar que sea primero aquello que no lo es, tampoco bastaría para hacer bambolear la primera de nuestras consideraciones.

Á una razon semejante á la que nosotros hemos espuesto en segundo lugar, responde Stuart Mill fijándose «en una de las propiedades características de las formas geométricas, en la capacidad de ser representadas en la imaginacion con una distincion igual á la realidad, es decir, en la perfecta semejanza de las ideas que tenemos de las formas con las sensaciones que nos las sugieren (1).» De esto quisiera deducirse que, dada la perfecta semejanza de nuestras representaciones subjetivas con las formas reales, lo mismo fuera conocer los axiomas con el pensamiento que conocerlos mediante los sentidos.—Á esta consideracion de Stuart Mill oponemos lo siguiente: 1.º, es verdad que la imaginacion puede tener representaciones exactas de los objetos sensibles; pero tambien lo es que puede combinar estas representaciones formando un todo al cual no corresponda la realidad; 2.º, no todos los principios generales son verdades geométricas que puedan representarse imaginariamente, como una línea, un ángulo ó un círculo; 3.º, no es la imaginacion, sinó la inteligencia la que ve los axiomas; 4.º, la inteligencia no los ve observando una multitud de hechos variados, conociendo un principio general, y haciendo de aquí una deduccion, segun es necesario en las verdades inductivas, sinó contemplando el objeto abstracto y conociendo su contenido.

Stuart Mill aduce tambien una esplicacion parecida á la suya, y escogitada por el profesor Bain. Consiste ésa en decir que «podemos conocer los axiomas por medio de las ideas sin referirlos á los hechos, porque al adquirir las ideas hemos

(1) ...To one of the characteristic properties of geometrical forms—their capacity of being painted in the imagination with a distinctness equal to reality; in other words, the exact resemblance of our ideas of form to the sensations which suggest them. (Ibid., pág. 269).

aprendido ya los hechos... Para llegar á la nocion de todo y de parte, dice Mr. Bain, necesitamos primeramente alguna experiencia concreta; pero esta nocion, una vez adquirida, implica ya que el todo es mayor. No podríamos tener esta nocion sin una experiencia equivalente á la conclusion (1).»—Despues de lo que hemos dicho, no es difícil dar una respuesta satisfactoria á la esplicacion del profesor Bain. En primer lugar, si bien no es posible conocer ningun axioma sin haber precedido alguna percepcion, es posible conocerlo sin haber percibido el hecho consignado en el axioma. Haciendo la abstraccion, contemplando el objeto abstracto, y viendo su contenido, se llega al conocimiento del axioma, aun cuando no se hayan observado hechos en que éste se realice. Así, segun decíamos, sin haber observado hechos en los que se verificara que añadiendo una misma cantidad á dos cantidades iguales, las sumas fueran iguales tambien; sin esta observacion puede conocerse el axioma matemático que espresa este hecho general. En segundo lugar, aunque se haya percibido el hecho espresado en el axioma, éste no se afirma por percibido, sinó por visto de la inteligencia en el objeto abstracto. Afirmamos que la causa es superior al efecto, porque en el objeto abstracto *causa* vemos esta superioridad; y si hemos de defender nuestra afirmacion, aducimos el contenido del objeto *causa*. En tercer lugar, los hechos percibidos son particulares, el axioma es general, y por lo tanto no basta aquella percepcion, sinó que es necesario un acto de la inteligencia que alcance un objeto más amplio que los hechos percibidos.

Stuart Mill ha contestado á una razon del doctor Whewell semejante á las que nosotros hemos aducido en tercero y cuarto lugar. Stuart Mill hubiera debido probar una de estas dos cosas: ó bien que los axiomas no tienen valor absoluto

(1) ...May be learnt from the idea only without referring to the fact, is that in the process of acquiring the idea we have learnt the fact... «We required, says Mr. Bain, concrete experience in the first instance, to attain to the notion of whole and part; but the notion, once arrived at implies that the whole is greater. In fact, we could not have the notion without an experience tantamount to this conclusion...» (Ibid., pág. 272).

y carácter necesario en el sentido que hemos espuesto; ó bien que con la sola esperiencia, mediante la induccion, llegamos al conocimiento de verdades generales dotadas de estas dos propiedades. No ha hecho ni lo uno ni lo otro; pero sí se ha entendido en refutar la nocion de necesario dada por Whewell, la cual consiste en que es necesario aquello cuya negacion es inconcebible. Ni para la esplicacion, ni para la defensa de nuestra doctrina es necesario ocuparnos en las esplicaciones de Stuart Mill sobre este particular.

De lo dicho hasta aquí resulta que la induccion se hace mediante un principio metafísico, y que por lo tanto es una clase de deduccion, y que todas las ciencias inductivas son tambien deductivas.

CAPITULO XXIII

Clases de la deduccion

Analogía

I

Hasta aquí hemos tratado de la primera de las dos deducciones compuestas; trataremos ahora de la segunda, ó sea de la analogía.

Por analogía se entiende una deduccion compuesta en la que se parte de la semejanza de varios objetos, y se llega á inferir que uno de ellos tiene el atributo observado ó conocido en el otro. La fórmula de esta deduccion puede ser la siguiente:

Cosas semejantes tienen atributos semejantes;
A es semejante á *B, C, D*;
 Luego *A* tendrá atributos semejantes á los de *B, C, D*;

B, C, D producen el efecto *Z*;

Luego *A* producirá tambien el efecto *Z*.

Tocante á la analogía podemos considerar el principio que se aplica á los objetos semejantes, la certeza ó probabilidad de esta clase de deduccion, y la medida de esta probabilidad.

El principio empleado en la analogía es la primera proposicion de la fórmula anterior: Cosas semejantes tienen atributos semejantes. Aquí la palabra atributo se toma en un sentido amplio, en cuanto significa todo aquello que conviene á un sér, ora sea fuerza, ora acto, propiedad, etc. La verdad de este principio es manifiesta, porque atributos desemejantes constituirían desemejantes á las cosas mismas que los tuvieran. Además de que los atributos son conformes al sér: siendo semejantes los seres, tambien han de ser semejantes los atributos.

Dada la verdad de este principio y la semejanza de varios objetos, es legítima y cierta la primera deduccion de la analogía. Pero no puede decirse lo mismo de la segunda deduccion: en ésta no hay certeza, sinó tan sólo mayor ó menor probabilidad. La causa de eso está en la vaguedad del principio, y en la consiguiente vaguedad de la primera conclusion. La semejanza de dos cosas es susceptible de mucha latitud: puede tener lugar bajo muchos ó pocos aspectos. Lo propio sucede tocante á la semejanza de atributos, toda vez que ésta corresponde á la semejanza de las cosas mismas. De ahí proviene que aún cuando sea cierto que *A* y *B, C, D* tienen atributos semejantes, como tambien que *B, C* y *D* producen el efecto *Z*, no es cierto que entre aquellos atributos se encuentre el de producir el efecto *Z*. Por esto es que semejante produccion no puede atribuirse con certeza al objeto *A*. Para que haya certeza en la deduccion es preciso que la haya en las dos premisas y en su enlace (V. pág. 168): la certeza relativa al enlace es la que falta á la segunda parte de la analogía.—De la vaguedad de la semejanza de las cosas y de los atributos resulta que es fácil estender más de lo justo la semejanza en los atributos, é inferir que uno de los objetos semejantes tiene un atributo que realmente no le conviene. De que los astros, por razon de estar dotados de movimiento, son semejantes á los animales, infir-