encontrar indirectamente hechos desconocidos.

sus fenómenos á determinadas variantes de la cantidad. En todos estos casos un hecho tangible conocido, nos conduce á otro desconocido, por la mediación de una serie de deducciones cuantitativas, sin las cuales no habríamos podido alcanzar, de un modo directo, el fenómeno buscado.

CAPÍTULO V

DE LA DEMOSTRACIÓN Y DE LAS VERDADES NECESARIAS

No hay verdades necesarias: las matemáticas se fundan en hipótesis y expresan la concordancia de éstas con todas sus aserciones.

1. — Se dice á menudo que las matemáticas producen la certidumbre más completa, y que las matemáticas son ciencias deductivas; pero ya hemos dicho que sus deducciones derivan siempre de inducciones previas, ó bien, que sirven para ligar entre ellas varias inducciones, de suerte que: su fundamento es inductivo; aun cuando se afirma que sus verdades se derivan de axiomas, esto es inexacto, pues cada axioma como tal, sólo contiene una proposición verbal, y si algo se deriva del mismo es porque en él va implícito un postulado de existencia de aquello que se define; pero ¿cómo puede postularse la existencia de una línea, esto es, de una serie de puntos sin anchura, ó de un círculo, ó de cualquiera otra forma geométrica que ni en nuestras ideas pueden existir puesto que no pueden ser representadas por nuestra mente? porque en realidad lo que se hace es desentenderse de las variantes que existen entre los objetos tales como son y tales como están definidos, y sólo tener en cuenta esas variantes en caso de que sean de cierta imporcia, de este modo se simplifica y se facilita la obra científica. Así resulta, como dice Steward, que la certidumbre de la geometría depende de que se ponen de acuerdo sus aserciones con todas las hipótesis morfológicas que le sirven de base; y de un modo análogo podrían establecerse ciencias con igual certidumbre

poniendo de acuerdo sus aserciones con sus hipótesis fundamentales. En consecuencia, lejos de ser, como se ha afirmado, verdades necesarias las de la geometría, son verdades sólo fundadas en la falsa exactitud de una hipótesis.

Las hipótesis de las matemáticas no son arbitrarias.

2. — Mr Whewell ha discutido estas conclusiones; pero no ha demostrado que la geometría no se funde en hipótesis sino que ha demostrado nada más que las hipótesis en que se funda la geometría expresan parcialmente la verdad de los hechos, y no son de aquellas suposiciones que en ningún modo coinciden con ellos.

Entre los fundamentos de las ciencias no sólo hay postulados de existencia sino también axiomas indemostrables deductivamente.

3.— Mr Whewel ha puesto de relieve asimismo que no puede suministrarse demostración deductiva de cuertas principios, por ejemplo, de éste: que dos rectas no pueden encerrar un espacio; y que estos principios, que no son definiciones, sino axiomas, coinciden por completo con la verdad, sin necesidad de una hipótesis; lo mismo ocurre en todas las ciencias: por ejemplo, en la mecánica; así pasa con la ley de la persistencia del movimiento hasta que es detenido ó rechazado por alguna fuerza. Tales inducciones no necesitan como otras, hipótesis ningunas.

4. — ¿En qué se fundan los axiomas? todos aceptan que son sugeridos por la observación; no sabríamos, que dos rectas no pueden encerrar un espacio, si no hubiéramos observado siquiera una recta; pero la mayor parte de los lógicos dice que los axiomas no pueden ser demostrados por la observación y que tienen que ser admitidos *a priori*: sin embargo si se analiza cualquiera de ellos, por ejemplo, el relativo á que dos rectas no pueden encerrar un espacio, se verá que no hay demostración de que se haya creído en este axioma, antes de ver las dos rectas susodichas, y se verá también que este axioma queda corroborado por las innumerables veces en que vemos las dos rectas en cuestión.

5. — Los partidarios de que los axiomas tienen que aceptarse a priori dan no obstante en apoyo de su tesis dos razones: dicen que sobre todo los axiomas

geométricos son aceptados aun sin fundamentos que suministren los sentidos : así : pueden no haberse visto dos líneas rectas, y sin embargo, si se sabe lo que son líneas rectas, se reconocerá que no pueden encerrar un espacio : ¿cuál es la causa de que así pase? que nuestras representaciones mentales de las figuras geométricas corresponden genuinamente con la realidad, y representan también esa realidad; en toda experiencia los objetos con los que experimentamos representan asimismo á todos los de su especie; en materia de axiomas geométricos las experiencias se hacen con figuras pintadas por nuestra fantasía, pero siempre son experiencias; y aceptamos sus conclusiones porque la observación nos ha demostrado que las figuras geométricas imaginarias tienen las mismas cualidades que las reales. Se dice también que la experiencia no puede demostrarmos que dos líneas rectas que divergen, aun cuando se prolonguen hasta lo infinito, no vuelven á unirse; pero esto es inexacto : para que pudieran volverse á encontrar se necesitaría que : después de irse separando se fueran uniendo; ahora bien, si nos representamos mentalmente líneas que después de divergir se vayan uniendo, la figura que imaginemos nos hará ver que esas líneas no son rectas sino desviadas, y tendremos así las comprobación experimental de que dos rectas que divergen no vuelven á unirse, pues si se unen dejan de ser rectas.

Otro argumento para sostener que los axiomas no derivan de la experiencia.

6. — El otro argumento en favor de la precisión de aceptar como no fundados en la experiencia los axiomas, ha sido vigorosamente expuesto por Mr Whewell, que dice que la experiencia no nos da plena seguridad en cuanto á lo no observado, de suerte que los conocimientos que nos suministra ni son universales ni necesarios : así no podemos estar ciertos de que en algún lugar ó en algún tiempo aun no observados no llegue á descubrirse nieve negra, mientras que los conocimientos axiomáticos sí tienen un sello absoluto de universalidad y de necesidad; esto es : lo contrario de lo que afirman es inconcebible; por ejemplo, es inconcebible que dos y tres no sean cinco. Ahora bien, la inconcebibilidad de lo contrario que en definitiva es el criterio tomado por Whewell para distinguir las verdades axiomáticas como si tuvieran distinto origen, no es suficiente para declarar que en efecto lo que es inconcebible no existe y que por tanto sólo exista lo que puede concebirse : basta para que algo sea inconcebible que lo que le sea contradictorio haya sido siempre concebido; pues entonces respecto de los fenómenos concebidos juntos se forma una indestructible asociación de ideas, aun cuando tales fenómenos que se conciben juntos no coincidan con la realidad. Así Leibnitz no podía concebir el movimiento de los cuerpos celestes tal como fué explicado por Newton, y como hoy lo explica la ciencia, y por tanto lo rechazó como imposible; Newton mismo no podía concebir la atracción universal sin un éter intermediario que no está demostrado que exista, y de un modo análogo los físicos actuales no conciben que el sol ilumine á la tierra sin un éter intermediario aun no comprobado.

Cómo se llega á tener ideas inconcebibles.

No hay nada extraño en que nos parezca inconcebible lo contrario de aquello respecto de lo cual nunca hemos visto ni levemente un cambio : así no hay nada extraño en que nos parezca inconcebible que el espacio ó el tiempo tengan fin : todas nuestras experiencias nos los presentan sin fin, y las asociaciones de ideas que tales experiencias hacen surgir se vuelven inquebrantables.

El mismo Mr Whewell dice : que ahora nos parece inconcebible que se haya rebatido el principio de la diversa refrangibilidad de los rayos luminosos, en tanto que los que rebatían esa diversa refrangibilidad creían inconcebible que tal variación en la refrangibilidad existiera; y esta cita de Whewell demuestra que la inconcebibilidad depende nada más, de la propia historia de cada uno, que lo hace tener ciertas asociaciones de ideas indestructibles.

Por ser contrario á la común experiencia creíase imposible que un cuerpo una vez en movimiento debiera continuar moviéndose en la misma dirección y con igual velocidad, á menos que obrara sobre él una nueva fuerza; sin embargo, establecida esta afirmación se ha ido robusteciendo la correspondiente asociación de ideas, y hoy es inconcebible que la referida ley del movimiento no sea cierta; si esto ha sucedido con esa ley de la que existen tantas aparentes violaciones ¿cómo no afirmaremos que han tenido igual origen las verdades axiomáticas en cuanto á las que no hay ni aparentes excepciones?

La inconcebibilidad de lo contrario puede referirse á conocimientos experimentales.

El mismo Mr Whewell manifiesta que la ley química de que las sustancias se combinan de un modo definido, tanto por lo que se refiere á su especie como á su cantidad es una verdad descubierta experimentalmente y agrega en seguida que es inconcebible lo contrario: con eso sólo basta para ver que la inconcebibilidad de lo contrario puede coexistir con el origen experimental de los conocimientos y sólo depende de que se formen indestructibles asociaciones de ideas[1].

CAPÍTULO VI

CONTINUACIÓN DEL MISMO ASUNTO

Las ciencias deductivas tienen un fundamento inductivo.

1. — Lo que precede puede resumirse así: las ciencias deductivas presentan verdades necesariamente deducidas de sus axiomas y de sus definiciones; pero tales axiomas no son verdades necesarias sino generalizaciones fundadas en una experiencia obvia y super-

1. La Quarterly Review en Junio de 1841 ha sostenido vigorosamente contra Whewell la misma tesis y dice entre otras cosas que los siguientes axiomas de mecánica: que dos pesos exactamente iguales colocados en los extremos de una palanca hacen que ésta quede inmóvil; que la acción ejercida sobre un punto que sostiene un objeto es el resultado del peso total de dicho objeto, son axiomas que no se aceptarían si no tuviéramos en su apoyo una diaria é incesante serie de experiencias que nos ahorran el trabajo de volver á experimentar para ratificarlos. Las verdades necesarias y universales, por el hecho de tener esas cualidades, estarían corroboradas por la experiencia de suerte que tales verdades serían inductivas.

abundante: la tesis contraria á la nuestra no ha podido ser demostrada. Las definiciones son también el fruto de generalizaciones; pero en ellas establecemos que ciertos objetos tienen determinadas cualidades y á la par hacemos la hipótesis de que tales objetos no tienen otras ciertas cualidades; de aquí resulta que las ciencias deductivas son ciencias hipotéticas, puesto que muchas de sus afirmaciones descansan en las suposiciones que sus definiciones inplican; pero para establecer que las ciencias deductivas tienen los caracteres ya expresados y deben su particular certidumbre á que descansan en hipótesis, es necesario comprobarlo en cuanto á la aritmética y el álgebra, y rechazar una teoría opuesta por los metafísicos á este respecto durante mucho tiempo.

La aritmética y el álgebra no descansan en proposiciones verbales sino reales.

2. — Esa teoría ha consistido en declarar que la aritmética y el álgebra no hacen más que traducir unas proposiciones por otras, gracias á proposiciones equivalentes que pueden considerarse como definiciones; así: dos y tres son cinco sería la definición del 5; pero esta teoría no explica el hecho de que se obtengan nuevos teoremas en virtud de los antiguos; sin embargo, se ha sostenido vigorosamente, debido á que en el procedimiento algebraico lo único que tenemos en la imaginación son símbolos, y éstos no corresponden á ninguna otra cosa, de suerte que por eso se dice que en el razonamiento respectivo no hay también otra cosa que símbolos; no obstante, esto no es exacto: cada número corresponde siempre á objetos cualesquiera que sean y puede predicarse en seguida de dichos objetos; y en el álgebra á su turno cada símbolo corresponde á números cualesquiera que éstos sean; tanto en el razonamiento aritmético como en el algebraico nos servimos constantemente de verdades referentes á las cosas mismas: por ejemplo, cosas iguales agregadas ó quitadas á cosas iguales, producen cosas también iguales; las inferencias, en consecuencia, que son obtenidas sucesivamente, son inferencias concernientes á las cosas, no á los símbolos. Hay otra

Las proposiciones á menudo empleadas en la aritmética y el álgebra presentan identidades pero no son proposiciones verbales porque la identidad no es perfecta.

circunstancia que da plausibilidad á la afirmación de que son verbales las proposiciones usadas en aritmética y álgebra : esa circunstancia consiste en que dichas proposiciones manifiestan identidades : por ejemplo : dos manzanas y una manzana son tres manzanas; sin embargo, tal identidad no existe : en efecto, la primera parte de la proposición presenta dividido en dos partes lo que la segunda presenta en un solo grupo; si nosotros afirmamos la igualdad de ambos miembros de la proposición, eso se debe á que experimental é inductivamente, por nuestros ojos y nuestros dedos, hemos comprobado que cualquier número dado de objetos : diez bolas por ejemplo, pueden, por separaciones y arreglos, presentar á nuestros sentidos todos los diferentes números cuya suma sea igual á diez; y sólo en virtud de tales experiencias puede enseñarse racionalmente la aritmética. Llámense si se quiere á las verdades de la aritmética axiomas; pero son axiomas como los de geometría : postulan la existencia de hechos, y de sus postulados es de lo que nacen sus conclusiones : queda así comprobado que las verdades aritméticas y algebraicas derivan de la inducción, puesto que derivan de hechos obtenidos por experiencias y manifestados sintéticamente en los postulados correspondientes.

Otra hipótesis existente al aplicar las verdades de la aritmética.

3. — Las verdades formuladas por la aritmética suponen también una hipótesis, es á saber, la de que los elementos que constituyen cada unidad de aquellas que se comparan sean iguales : esta hipótesis puede no coincidir con la realidad; y esto acontece cuando por ejemplo se comparan dos libras de peso, la primera y la segunda pueden de hecho ser distintas y una balanza muy exacta descubriría la diferencia : la hipótesis desaparece cuando se trata de números sin referirlos á objetos determinados, y entonces adquiere la aritmética su mayor exactitud.

El método de las ciencias deductivas es hipotético.

4. — Resulta pues que : *el método de todas las ciencias deductivas es el hipotético :* construyen una serie de proposiciones rigurosamente ciertas dentro de la hipótesis correspondiente, y llegado el caso de la aplicación concreta no hay más que corregir por los datos concretos las conclusiones primitivas : la serie de deducciones construídas en las ciencias hipotéticas pudiera formularse así : supongamos que *a* fuera marca característica de *b*, *b* de *c*, y *c* de *d*, *a* debería ser una marca de *d*. Puede también utilizarse una serie de deducciones incluyendo una que supongamos cierta y que nos conduzca á un absurdo fácilmente perceptible : entonces por tal *reducción al absurdo*, vendremos en conocimiento de que lo que habíamos supuesto cierto es falso : así por ejemplo : *a* es una marca característica de *b* y *b* de *c*; si *c* fuera también una marca de *d*, *a* debería ser una marca de *d;* pero sabemos bien que *a* marca la ausencia de *d*, en consecuencia *c* no es la marca de *d*.

Causa de la certeza producida por las deducciones.

5. — Hay quienes aseguran que la razón de la certeza producida por las deducciones consiste en que para no aceptar sus resultados sería preciso no aceptar las premisas; pero como éstas se han aceptado ya, se pondría uno en contradicción consigo mismo, de suerte que la verdad de la conclusión se probaría por reducción al absurdo; en realidad lo único que se haría sería infringir el axioma fundamental del silogismo si de ciertas premisas no se llegara á la conclusión correspondiente.

La continuación de esta obra mostrará de nuevo la deducción como un modo de inducción, en el lugar adecuado, al trazar la teoría de la misma inducción.