diculàriter dimissus è centro in chordam FD *eam bifariàm dividit, et arcum ab ipsa subtensum. Dem.* Punctum B, quum sit in centro, æquè distat à punctis F, D in circumferentia positis (275): deindè quum recta BG sit perpendicularis FD, omnia ejus puncta æquè distabunt à prædictis punctis FD (294): aliter enim aut perpendicularis non esset, aut punctum B in centro positum non æquè distaret à punctis F, D in circumferentia sitis, contra id quod in theor. ponitur; erunt igitur tam linea FD, quam arcus FGD bifariàm secti.

304 Corol. 1. Recta quælibet per centrum transiens, et chordam æqualiter dividens, eamdem perpendiculariter secat. Nam omnia ejus puncta æquè utrinque distant ab extremitatibus chordæ; erit itaque ipsi perpendicularis (294). Similiter si recta super chordam perpendiculariter cadens, bifariàm dividit, transibit per centrum. Quum enim in æquales partes eam secet, duo illius extrema puncta æquè distabunt à puncto intersectionis; et quum sit ipsi perpendicularis, omnia ejus puncta utrinque ad alterius punctis æquè debent distare: transibit ergo per centrum, quod est unum ex punctis à prædictis circumferentiæ æquè distans.

305 Corol. 2. In eodem, aut æqualibus circulis, chordæ æquales respondent arcubus æqualibus; et viceversa arcus æquales chordas habent æquales: inæquales verò dant tam chordas, quam arcus inæquales. Insuper æquales cordæ æquè distant à centro; inæquales verò inæqualiter.

306 Corol. 3. In eodem, aut æqualibus semicirculis majores chordæ proximiores sunt centro, atque eo majores, vel minores sunt arcus, quo majores, aut minores sunt chordæ, et viceversa.

307 Corol. 4. Chorda diametro parallela intercipit arcus hinc illinc æquales inter ipsam et diametrum comprehensos: hoc ex natura parallelarum, quæ ubiquæ distare debent æqualiter, satis manifestum est. Quod pariter de quacumque circuli portione à parallelis utrinque intercepta dicendum erit.

308 Probl. 1. *Per tria data puncta, non in directum posita, circulum describere.* Solut. Sumantur (fig. 4) tria quælibet puncta A, D, F, quæ duabus rectis AD, FD conjungantur: hæ erunt chordæ circuli describendi. Jam bifariàm dividantur (297): et ex puncto B concursus utriusque lineæ BM, BG bifariàm chordas dividentis, ducatur circulus ACFD; hic transibit per tria puncta data, ut est manifestum.

309 Probl. 2. *Datum arcum bifariàm dividere, sivè dati arcus centrum invenire.* Solut. Ducatur chorda arcum subtendens, eaque bifariàm dividatur per num. 297: recta perpendicularis dividens chordam, bifariàm dividet et arcum, ac per centrum circuli, cujus est arcus, trinsibit. Ut autem in recta punctum centro respondens inveniatur, aliud punctum à duobus diversum sumatur, atque ut in præced. probl. operandum.

310 Defin. angulus, cujus vertex in centro circuli est, vocatur *angulus ad centrum*: quod

si ad peripheriam vertex anguli jaceat à duabus chordis formatus, dicitur *angulus segmenti*, sivè *angulus inscriptus*; nihil tamen vetat quominus *angulus ad peripheriam* vocetur, uti frequentius audit.

311 Theor. 2. *Angulorum segmenti mensura est dimidius arcus, cui insistunt. Dem.* Sit diameter FB (fig. 6) cui ducatur chorda parallela ED. Deindè ducatur secans ACE, quæ cum parallela ED faciat angulum ad peripheriam AED: mensura anguli ACE, qui est ad centrum, erit arcus AB (289): sed angulus ACB æqualis est angulo FCE, utpotè ad verticem opposito (290); et angulus FCE æqualis angulo AED, quippè alterno; ergo omnes habent eamdem mensuram, arcum scilicet AB. Quod autem AB sit dimidium AD, sic demonstro. ED, FB sunt parallelæ per constructionem; ergo arcus BD=FE (307): at FE=AB, quum sit uterque æqualium angulorum mensura, ergo AB=BD; et totus AD duplus AB. Mensura igitur anguli AED ad peripheriam est dimidium arcus, cui insistit. 2. Ne tamen demonstratio singularis videatur ad casum, in quo per centrum transeat, ducantur aliæ rectæ HE, GE eodem intervallo AB, ita ut faciant angulum HEG duplum præcedentis AED. Jam quum mensura anguli AED sit dimidius arcus AD, ejus dupli mensura erit totus arcus AD: at ex constructione arcus HG est duplus ipsius AD; ergo mensura anguli HEG est dimidius arcus HG.

3. Pari methodo ostendam anguli DEG mensuram esse dimidium arcum GD; nam per constructionem DEG=HEA: at hujus mensura est dimidius arcus HA ex num. 1 hujus theor. quum linea ACE per centrum transeat; erit itaque dimidius DG mensura angul. DEG.

312 Corol. 1. Angulus ad centrum eidem arcui insistens, ac angulus ad peripheriam, hujus duplus est. Nam hujus mensura est dimidius, alterius integer arcus, cui insistit.

313 Corol. 2. Angulus diametro insistens rectus est: ejus enim mensura est quarta pars peripheriæ, quæ anguli recti est mensura (289). Angulus verò insistens arcui, semiperipheria majori, est obtusus; semicircumferentia minori, est acutus; ut ex ipsis terminis est manifestum.

314 Defin. Si diameter ACB (fig. 7) semper sibi parallelus ascendat ad extremitatem radii CF, qui ipsi perpendicularis sit, evadet *tangens* DE; quod ad quascumque lineas eodem modo supra radium collocatas extendi debet.

315 Corol. 1. Tangens extremitati radii perpendicularis est; in neutram enim partem inclinat. Deindè quum AB sit parallela DE per constructionem, et ACF, BCF recti sint, etiam DFC, EFC recti erunt.

316 Theor. 3. *Tangens in unico puncto circulum tangit. Dem.* Ducantur rectæ CD, CE, aut quæcumque alia inter ipsas, donec cum FC concurrant; reliquæ omnes sunt obliquæ respectu FC, quæ est perpendicularis; ergo majores ipsa; ac proindè extra circulum cadunt; ergo DE, FC solum in puncto F concurrunt; ac proindè unum tantum est punctum contactus.

317 Corol. 1. *Tangens* circulum non ingreditur: quum enim in puncto solum concurrant, ac veluti deosculentur, alia extra alium est. Hinc inferre licet globum perfectè rotundum, qui sphæra dicitur, si supra planum perfectum jaceat, ipsum in unico puncto contingere; quod hic insinuare suficiat, nondum præmissis notionibus plani, et sphæræ.

318 Corol. 2. Inter circulum, sivè sphæram, et tangentem infinitæ curvæ duci possunt. Hoc quod paradoxum videtur, exemplo ostendi potest. Nam supra tabulam, quæ perfectè plana sit, possunt superponi globi semper majores in infinitum, quin umquam cum plano tabulæ confundantur: globi autem impositi, et crescentes in infinitum, tot curvæ sunt inter primum globum et planum, seu tabulam ductæ, quæ veluti tangens, et circulus considerari possunt. Magis adhuc sapit paradoxon, angulum à tangente et peripheria factum, qui angulus contactus dicitur, minorem esse quovis minimo angulo rectilineo. Nulla enim recta duci potest inter circulum, et tangentem, ut est manifestum. Nam recta quæcumque ducta inter circulum secaret, adeòque extra angulum esset: hoc autem à singulari natura curvarum repeti debet.

319 Theor. 4. *Anguli à tangente, et chorda effecti mensura est dimidius arcus à chorda interceptus. Dem.* Sit tangens AB (fig. 8) quæ cum chorda CD faciat angulum BCD; dico hujus anguli mensuram esse dimidium arcus CD. Ducatur ED parallela tangenti AB. Angulus BCD

=CDE, nam alterni sunt: et anguli CDE mensura (311) est dimidius arcus CE=CD, utpotè à parallelis comprehensi (307): erit igitur dimidius arcus CD mensura anguli BCD.

2. Si angulus à tangente, et chorda effectus major esset recto, ut BCF, etiam ostendo illius mensuram esse dimidium arcum CDF. Nam anguli BCD mensura est dimidius arcus CD, ut prius demostratum est: anguli etiam DCF mensura est dimidius arcus DF (311); ergo totius BCF mensura erit dimidius arcus CDF.

320 Probl. 1. *Ad datum in peripheria punctum tangentem ducere.* Solut. Sit datum punctum F (fig. 7.); ducatur radius CF; huic radio ducatur perpendicularis DE (295), hæc erit tangens. Demonstratio deducitur ex num. 314.

321 Probl. 2. *A dato extra circulum puncto ipsi tangentem ducere.* Solut. Sit datus circulus FG (fig. 9.), cui ducenda sit tangens è puncto A. Ducatur à centro C ad punctum A recta AC, quæ bifariàm dividatur. (297) in E. Centro E duc alium circulum AC; hic alterum secabit in punctis F, G: per hæc puncta ducantur rectæ AB, AD; hæ erunt tangentes circuli, FG. *Dem.* Ducantur radii CF, CG; anguli AFC, AGC sunt recti, nam insistunt diametro AC (313): erunt igitur AB, AD perpendicularis radiis CE, CG: ergo et tangentes (315).

322 Theor. 5. *Anguli* A (fig. 10.), *qui fit extra centrum à duabus chordis* BE, CD *se invicem secantibus, mensura est dimidius arcus* BC, *plus dimidium arcus* DE. *Dem.* Ducatur EF parallela AC. Angulus A=E (299), quippe in-

ternus et externus ad eandem partem: at mensura anguli E et semisumma arcus BF; et semisumma hæc æqualis est dimidio arcui BC +CF: et substituendo pro CF æqualem DE (307), erit mensura anguli A, $\frac{1}{2}$BC+$\frac{1}{2}$ DE.

323 Theor. 6 *Anguli* A (fig. 11.), *à duabus chordis extra circulum effecti, mensura est dimidium arcus* BC, *minus dimidium arcus* DF. *Dem.* Ducatur DE parallela BF: angulus EDC =BAC; sunt enim internus, et externus ad eamdem partem inter secantem et parallelas (299): at quum anguli EDC mensura sit $\frac{1}{2}$ arcus EC (311), erit etiam mensura anguli BAC. Rursus $\frac{1}{2}$ EC=$\frac{1}{2}$ (BC—BE), et BE=FD. (307): ergo mensura anguli BAC est $\frac{1}{2}$ (BC—FD).

§. IV.

Linearum conjunctio in figuras.

324 Defin. 1. Lineæ extremitatibus conjunctæ figuram efficiunt. Hinc *figuram* dicimus spatium undique lineis clausum. Evidens autem est duas tantum lineas rectas spatium claudere non posse. Undè tres minimum lineæ ad figuram requiruntur, et hæc figura dicitur triangulum: quatuor habet *quadrilaterum*, quinque *pentagonum*, sex *hexagonum*, septem *heptagonum* etc. *Polygonum* nomen genericum est, quamvis figuram designans pluribus lateribus compositam. Circulum veluti polygonum infinitis lateribus constantem concipimus. In præsentia triangulum considerabimus, et quidem

rectilineum: hoc enim solum ad longimetriam pertinet.

325 Defin. 2. Basis trianguli frecuenter dicitur linea, quæ inferius est. Potest tamen ad libitum quodlibet latus pro basi assumi. Spatium lateribus comprehensum, *area* trianguli appellatur. Angulus basi oppositus *vertex* trianguli est. Linea autem normaliter ducta à vertice ad basim est mensura altitudinis trianguli. Potest etiam extra basim sumi, producta nimirum basi ut è vertice perpendicularis ducatur, quod in triangulis obliquis omninò fieri necesse est.

326 Defin. 3. Triangulum considerari potest vel in lateribus, vel in angulis. Et 1. quidem juxta triplicem diversitatem laterum triplex etiam nomen sortitur. Si latera omnia æqualia sint, dicitur *æquilaterum*: duobus tantum lateribus æqualibus constanti *isosceles* nomen inditum est: *scalenum* verò appellant, quod tria latera inæqualia habet. Ab angulis etiam triplex nomen emanavit. *Rectangulum* dicitur triangulum, quod uno recto constat: *obtusangulum*, quod obtuso: *acutangulum*, quod tres augulos acutos habet. Manifestum erit ex seq. theor. triangulum rectilineum unum tantum angulum rectum, aut obtusum habere posse.

327 Theor. 1. *Tres anguli cujuscumque trianguli æquantur duobus rectis: atque inde eorum mensura est semiperipheria circuli. Dem.* Cuilibet triangulo circumscribi potest circulus (308); adeòque omnes anguli erunt inscripti circulo, totamque peripheriam comprehendent:

at angulorum circulo inscriptorum mensura est dimidium arcus, cui insistunt (311, erit itaque dimidium circuli mensura trium angulorum. Semicircumferentia verò est summa duorum rectorum (289): ergo in omni triangulo angulorum summa æquatur duobus rectis.

328 Corol. 1. Datis duobus angulis in triangulo, tertius manifestè deducitur. Uno autem dato, summa duorum reliquorum est differentia inter datum, et duos rectos. Ideo ex 180 gradibus detracto valore dato, residuum erit valor unius, aut duorum simul angulorum, prout duo, aut unicus cogniti fuerint.

329 Corol 2. Angulus externus (fig. 12.) ABD æqualis est duobus internis oppositis ACB, CAB. Nam ABC cum ABD est duobus rectis æqualis (287): at etiam cum BAC, et ACB simul facit duos rectos: ergo A, et C simul æquantur ABD. Hæc demonstratio iterari potest cum quolibet angulo, producto extra triangulum latere.

330 Theor. 2. *In triangulo.* 1. *Si duo, aut omnia latera sunt æqualia, anguli his oppositi sunt æquales.* 2. *Si anguli sunt æquales, latera angulis opposita sunt æqualia.* 3. *Si inequales anguli, majori angulo majus latus opponitur.* *Dem.* Triangulo ABC (fig. 13) circumscribatur circulus. 1. Si latus AB=AC, arcus ab ipsis subtensi erunt æquales (305): ergo etiam anguli, qui ipsis insistunt erunt æquales, quum eorum mensura sit dimidium arcum æqualium. Si anguli sunt æquales, æqualibus arcubus insistunt: ac proindè latera, quæ sunt

cerdæ talium arcuum, erunt æqualia. 3. Major angulus majori arcui, minor minori insistere debent: ac proinde chordæ, seu latera, erunt respectivè majores, aut minores.

331 Corol. In triangulo æquilatero omnes anguli sunt inter se æquales; et viceversa, quum anguli sunt inter se æquales, triangulum est equilaterum. Nam si circulus eidem circumscribatur, æquales erunt arcus, quibus insistunt anguli, si chordæ sunt æquales; et contra, si anguli sunt æquales, debent insistere arcubus æqualibus, ac proindè eorum chordæ, seu latera trianguli erunt æqualia. In triangulo autem isoscele anguli lateribus æqualibus respondentes æquales sunt: ac ubi latera æqualia fuerint, anguli ipsis opositi æquales erunt, et triangulum isoscele.

332 Theor. 3. *Si in duobus triangulis latera æqualia sunt, omninò æqualia erunt.* *Dem.* Si cuilibet triangulo circumscribatur circulus (fig. 13 et 14), latera æqualia erunt chordæ æquales talium circulorum, ac proindè divident circulum in tria segmenta respectivè æqualia (305): ergo circuli circumscripti erunt æquales, et tota triangula æqualia.

333 Theor. 4. *Si duo triangula habuerint duo latera respectivè æqualia*, (quæ homologa dicuntur) *et angulum ab ipsis lateribus æqualibus comprehensum æqualem, tota triangula erunt æqualia.* *Dem.* Superimponantur trianguli latera æqualia AB super *ab* (fig. 13 et 14), ita ut punctum A incidat in *a*. et B in *b*. Quoniam anguli A, *a* sunt æquales, ccnversis

triangulis ad eamdem partem, latus AC incidet in *ac*, quum vero hæc duo latera ponantur æqualia, non poterit unum AC incidere in alterum *ac*, quin congruente jam puncto A cum *a*, etiam C congruat cum *c*: ergo tota triangula congruant necesse est; adeòque æqualia sunt.

334 Theor. 5. *Si in duobus triangulis* (fig. 13. et 14) ABC, *abc duo anguli sint respectivè æquales*, A=*a*, B=*b*, *et unum ex lateribus* AB *angulis respectivè æqualibus comprehensum*, *lateri alterius* ab *æquale*, *omnia pariter erunt æqualia. Dem.* Concipiatur latus AB superimponi lateri *ab*: quoniam æquales sunt, et anguli A=*a*, et B=*b*, alia duo latera AC, BC super *ac bc* cadere debent: si enim extra aut intra caderent, jam anguli non essent æquales: ergo in eodem puncto *c* sibi occurrent, atque adeò tota triangula debent congruere; sunt igitur æqualia.

335 Defin. Triangula similia (quod ad alias figuras extendi potest) ea dicuntur, quorum anguli homologi æquales sunt: latera verò diversam habent magnitudinem. Manifestum est, quamvis figuram augeri, aut minui posse; magnitudine tantum proportionaliter variata, quin cetera mutentur. Tunc figuræ erunt similes, non tamen æquales.

336 Theor. 6. *In triangulis similibus, si angulum angulo æquali imponas, latera, quæ his angulis opponuntur, erunt parallela. Dem.* Sint duo triangula (fig. 15) ABC, *ab*C æquiangula; superimponantur in angulo homologo C: lineæ, seu latera AC, *a*C, BC, *b*C perfectè congruent;

et angulus A=*a*, et B=*b*: erit igitur AB parallela *ab* (300). Nam anguli A, *a*, B, *b* sunt internus, et externus respectu linearum AB, *ab*. Eodem modo res procederet, si imponeretur *a* super A; latera BC, *b*C essent parallela; quia anguli B, *b* internus, et externus ad eamdem partem, facti à linea AB cadente super duas alias, essent æquales.

§. V.

Ratio Linearum, sivè Proportiones.

337 Defin. 1. Lineæ sunt proportionales quando prima est ad secundum ut tertia ad quartam, quemadmodum arts. 188, et seq. de numeris jam explicatum est. Hinc inter lineas proportionales productum extremorum æquale est producto mediorum; et vicissim, quum productum mediorum æquale est producto extremorum, inter ipsas invenitur proportio geometrica. Sic linea unius pedis est ad lineam 100 pedum, ut linea unius milliarii ad 100 milliaria.

338 Theor. 1. *Quum duo triangula sunt similia, latera homologa sunt proportionalia. Dem.* 1. Sit triangulum æquilaterum ABD (fig. 15.); basis BC bifariàm dividatur in *b*; atque à puncto bisectionis ducatur *ab* parallela AB. Triangula ABC, *ab*C sunt æquiangula; nam angulus A=*a* et B=*b* (299); ac tertius C utrique communis. Jam quum latus BC sit duplum *b*C, erit pariter AC duplum *a*C: sit BC=10 pedibus, aut lineis: erit *b*C=5. Quod

pariter tenet in alio latere AC respectu *a*C quum sit triangulum æquilaterum. Ecce in numeris latera expressa 10 : 5 : : 10 : 5, valores nimirum laterum AC : *a*C : : BC : *b*C. At numeri prædicti sunt evidenter proportionales, quia productum extremorum æquale producto mediorum: ergo etiam latera utriusque trianguli.

2. Fac triangulum non equilaterum sed scalenum esse, ut in fig. 16; et parallelam *ac* secare latera in quacumque ratione, putà 1 : 3; ita ut A*a*, C*c* sint tertia pars suorum laterum. Supponatur latus AB=27, et latus BC=18; (quivis numeri substitui possunt, qui trifariàm dividantur) erit 27 : 9 : : 18 : 6. At hi numeri sunt in proportione geometrica: ergo etiam latera parallela divisa sunt in eadem proportione. In hoc secundo casu proportionem transtulimus ad segmenta laterum, quæ à parallela proportionaliter etiam secantur, ut est demonstratum. Perspicuitati magis, quam rigori geometrico in hac demonstratione studuimus, ut sæpe alias, tironum utilitati cunsulentes. 3. Ceterum hoc etiam modo proportio inter latera homologa potest demonstrari, ne assumere videamur, quod probandum est. Quoniam triangula ABC, *a*B*c* ponuntur similia, erit angulus C=*c*, et A=*a*; adeòque AC, *ac* erunt parallelæ (300): ergo AB : BC : : *a*B : B*c*; quæ proportio etiam in reliquis homologis institui potest.

339 Schol. In demonstrationibus præjactis attullimus dimidiam et tertiam partes, ut proportionem genericè demonstraremus. Manifestum autem est cuicumque naturam mathematicarum demostrationum callenti, eas inniti ratione universali quæ ad casum particularem deducitur, ut minus abstracte, et confusè res percipiatur. Quarè ex theor. universim deducendum, in triangulis similibus latera proportionalia eam rationem inter se habere, ut si latus unum respectu alterius tot habeat partes aut *aliquotas*, aut *aliquantas*, scilicet quæ sine residuo, aut cum residuo latus dimetiantur; easdem in altero respectu sui consequentis debere reperiri. Sic triangulum à lineis visualibus ab oculo ad lunam, et solem directis formatum, tot habet partes majores in semidiametris ex g. terrestribus, quot parvulum triangulum, in charta astronomi ad normam alterius descriptum, in punctis minoribus continebit. Pariter in sectionibus à parallelis in eodem triangulo factis; ea ratio inter partes, seu segmenta trianguli invicem comparata reperitur, quæ in partibus proportionalibus totius trianguli invenietur. Exempla adducta satis superque id ostendunt.

340 Theor. 2. *Si triangula latera duo habuerint proportionalia et angulus à lateribus proportionalibus interceptus æqualis utrobique sit; triangula erunt similia.* **Dem.** Sint duo triangula ABC, *ab*C (fig. 15), ubi latera, AB, AC sint proportionalia lateribus *ab*, *a*C, et angulus A=*a*; erunt anguli in C et in *b* æquales, et bases BC, *b*C, proportionales: ac deindè tota triangula similia. Nam anguli in A et *a* ponuntur æquales: erunt igitur AB, *ab* parallela (300), quia angulos internum et externum ad eamdem

partem faciunt æquales, ergo etiam anguli in B, et *b* sunt æquales; atque adeò tertius tertio C æqualis utrobique erit (328), ac triangula erunt æquiangula, et similia, et omnia latera homologa proportionalia (338).

341 Corol. Si recta AD (fig. 17) angulum BAC in duos angulos æquales dividat; eamdem rectam BC, angulo A oppositam, dividet in partes BD, DC lateribus AB, AC proportionales: et si dividit in partes proportionales, angulum bifariàm dividit. Etenim producta A in E, ita ut fiat æqualis AC, ducatur EC. Quoniam in triangulo ACE duo latera sunt æqualia, erit isoscele, et anguli in E et C æquales, et angulus BAC, utpote externus, æquatur duobus E et C (329), et suponitur bifariàm divisus: sunt igitur anguli C=E=DAC=DAB; et AD; EC parallelæ (300): ergo AB: AE :: BD: DC: et quum AE=AC, erit etiam AB: AC :: BD: DC.

2. Si ponitur BD: DC :: AB: AC, quum AC=AE, erit etiam BD: DC :: AB: AE, atque AD, EC erunt parallelæ (338): erit igitur angulus BAD=E=C=CAD: ergo angulus BAD =CAD et totus BAC bifariàm divisus per AD.

342 Theor. 3. *Duæ chordæ* (fig. 18) *se mutuò secantes in circulo, habent segmenta reciprocè proportionalia.* Claritatis gratia permittendum est proportionem tum esse reciprocam seu inversam, quum duæ primæ quantitates, quæ cum aliis duabus comparantur, non sunt antecedens, et consequens primæ rationis, ut in proportione directa; sed aut extrema aut media proportionis: et similiter quan-

titates secundæ rationis extrema aut media sunt. In casu nostro, ut proportio esset directa, deberet esse AB : BC :: BD: BE; quum sit AB: BD :: BE: BC, in qua sunt BD, BE media proportionis, quæ in directa sunt antecedens et consequens secundæ rationis; et AB, BC extrema, quæ in directa erant antecedens et consequens primæ rationis. *Dem.* Ducatur AE et DC: triangula ABE, CBD sunt similia; nam anguli in B utpotè ad verticem oppositi æquales sunt (290): in C et E sunt etiam æquales, quum insistant arcui AD, quod pariter contingit in D et A, qui insistunt arcui CE (311): latera igitur homologa sunt proportionalia (338): et AB : BD :: BE: BC: et alternando AB : BE :: BD : BC.

343 Corol. 1. In circulo si chorda diametrum perpendiculariter secat, quodlibet segmentum chordæ est media proportionalis inter segmenta diametri. Nam (fig. 18) sit diameter AC: ducatur DE ipsi perpendicularis. Per theor. præced. AB : BD :: BE : BC. At quum BE=BD (303), ipsi substitui potest; ergo AB: BD :: BD : BC. Eadem demostratio in altero segmento BE instituit posset.

344 Corol. 2. Linea quævis, à peripheria in diametrum perpendiculariter demissa, est media proportionalis inter segmenta diametri. Est enim dimidium chordæ, diametrum perpendiculariter secantis, ut in præcedenti corol. Hæc linea dicitur *ordinata* ad circulum, ut BD (fig. 18): pars autem BC, dicitur *abscissa.* Hinc deducitur methodus mediam proportiona-

lem inter duas datas lineas inveniendi. Sint datæ lineæ AB, BC inter quas media proportionalis quæritur: jungantur, ut in unam AC coalescant; quæ bifariam divisa dabit centrum circuli ADCE; demum erigatur BD perpendicularis in puncto concursus (295) utriusque lineæ: hæc erit media proportionalis quæsita ex demonstratis.

345 Corol. 3. Quod si à puncto D peripheriæ ducantur DA, DC; duo triangula ADB, BDC erunt similia inter se, et majori triangulo ACD. Nam anguli in B et ADC (313), utpotè recti, æquales sunt: angulus CAD=CDE, quum arcus CE, CD, quibus insistunt, æquales sint (311); quod pariter extendi potest ad arcus AD, AE, quibus insistunt reliqui duo anguli: quamvis ex æqualitate aliorum homologorum satis deducatur reliquorum æqualitas. Hinc deducuntur sequentes proportiones (fig. 23), AD: AG:: AG: AI. Hoc est rectangulum AI×AD seu AB, æquale quadrato AFG. Atque etiam ID: GD:: GD : AD; scilicet rectangulum ID×AD, seu $DC=GD^2$: productum enim extremorum æquale est facto mediorum. Atque hæc est una ex demonstrationibus celeberrimæ prop. 47, lib. 1. Euclidis; nimirum in triangulo rectangulo quadratum sub hipothenusa AD, æquale esse quadratis laterum AG, DG. Jam enim ostensum est $AG^2+DG^2 = AI\times AB+DI\times DC=AD^2$.

346 Theor. 4. *Duæ secantes* AB, AC (fig. 19) *ex puncto* A *ductæ, sunt reciprocè proportionales suis segmentis* AG, AD. *Dem.* Ducantur BD, CG; triangula ABD, ACG sunt æquiangula; nam angulus in A communis, in B et C insistunt eidem arcui DG (311): tertius igitur tertio æqualis erit. Hinc laterum homologorum proportio resultat AB: AD :: AC: AC; et alterando AB : AC:: AD: AG.

347 Corol. Si recta AB sit secans, et AE tangens, erit AB: AE:: AE: AG; adeòque tangens est media proportionalis inter secantem et ejus segmentum. Etenim ductis BE, EG, triangula ABE, AEG sunt equiangula quum angulus A communis sit; et anguli in B atque E æquales (311, 319): resultat ergo proportio sequens AB: AE :: AE: AG. Ex hoc corollario deducitur etiam methodus inveniendi mediam proportionalem inter duas lineas datas, ut est manifestum.

348 Probl. 1. *Datam rectam, aut rectas in partes partibus alterius proportionales dividere.* (fig. 20). Solut. Sit F G ad cujus normam aliæ DE, BC dividendæ sint. Solut. Statuantur parallelæ prædictæ rectæ, ac per earum extremitates ducantur AF, AG, ita ut fiat triangulum AFG; deindè à partibus, in quas divisa est FG, ducantur rectæ ad punctum A: dico partes, in quas divisæ sunt DE, BC proportionales esse partibus in FG respondentibus. *Dem.* Triangula AB1, AD1, AF1 sunt similia: nam angulus in A est communis, in B, D, F sunt æquales (299): sunt igitur aquiangula, et latera homologa habent proportionalia; bases nimirum B1, D1, F1. Hæc demonstratio ad cætera ejusdem figuræ triangula communis est.