

plum esto globus aureus aquam permeans: gravitatis specificæ auri puri et aquæ invicem comparatæ sunt ut 192;81: 10000; unde dimidium sui motus amittit globus aureus, qui per aquam percurrit spatium seu lineam $51 + \frac{1}{3}$ vicibus suam diametrum continentem.

III Schol. Hactenus figuram sphericam in exemplum adduximus, in qua facilius intelligitur, atque ad calculos reduciur instituta comparatio inter solida et fluida, quæ ab ipsis permeantur. Ceterum planum est, pro varietate superficierum majorem aut minorem resistantiam à fluido opponi debere; ab ipsa enim quantitas major aut minor fluidi promovendi determinatur. Cubum siquidem minorem offendit resistantiam dum ab angulis, quam dum per latera fluidum separat; quia ab angulis feriens minorem, à latere majorem superficiem in fluidum immergit. Posuimus etiam corpora moveri per fluida quiescentia, quæ resistantiam ab inertia vi, atque à cohesione partium ortam tantum opponunt. Quod si fluidum moveatur, ut aquæ in flumine, perspicuum est eo majorem resistantiam opponere, quo velocior est motus, et corpus directione magis, aut minus ipsi opposita moveatur: tum enim quantitas motus fluidi est astimanda simul cum directione ipsius motus. Porro si corpus moveatur directione ex diametro opposita directioni fluidi, maximam inveniet resistantiam: si moveatur alia directione, tanto minor erit resistantia, quanto minor sit angulus inter corpus et fluidum interceptus. Quod si moveatur eadem directio-

ne cum fluido, magnoperè adjuvabitur ab ipso fluidi motu, quemadmodum in cymbis, aut navibus secundo flumine vectis animadvertimus. Verum hæc satis dicta sint pro generali theoria resistantiæ mediorum.

CAPUT QUINTUM.

De motu refracto.

112 Motum capite superiore per fluidum homogeneum consideravimus: nunc ab uno ad aliud diversæ densitatis medium corpus transiens, effectusque, qui in motu producuntur in hac resistantiarum variatione expendamus, oportet. Esto XZ (fig. 1) superficies aquæ quiescentis cui atmosphæra XAZ incumbat: AV sit perpendicularis ad superficiem aquæ, è cujus positione anguli incidentiæ et refractionis comparantur. Porro angulus incidentiæ dicitur is, quem corpus C cum superficie XZ, in quam incidit, format, è quocumque loco decidat; ut in casu modo figurato est CRZ. Angulus refractionis est, DRV, quem perpendicularis RV format cum linea directionis RD, per quam mobile, postquam superficiem XZ attingit, moveri pergit. Mobilem enim C, si fluidum XZ esset homogeneum, suam directionem continuaret per CS; densiorem autem superficiem irrumpens, ab RS ad RD sensim recedit, ut mox statuemus, dum casum obliquum corporis C exponemus: isque dicitur motus refractus.

113 Assertio I. "Corpus in medium magis minusve densum perpendiculariter incurrens, directionem non mutat, sed perpendiculariter moveri pergit: atque adeo nullam patitur refractionem sui morus." *Dem.* Decidat corpus ex puncto A (fig. 1.) in superficiem XZ, seu ex aere levioze per aquam aere densiorem irrupens; adhuc perpendicularem directionem AV non deseret: ascendat etiam ex puncto V, directione VA ex aqua in ærem transiens, pariter eandem lineam describet postquam à superficie XZ emerit. Hoc quod experientia tentaminibus factis physicis monstravit, cuique etiam persuadere potest, si globum in aquam perpendiculariter demittat. Ratio pariter ostendit, aliter evenire non posse: nam corpus verticaliter decidens, æqualem undique pressionem exercet in fluidum, ab eoque in ipsum similis actio exercetur: nulla igitur est ratio, cur in unam potius, quam in alteram partem deflectat, ut statim in descensu obliquo ostendemus evenire: quamobrem eandem viam seu directionem insistere debet.

114 Assertio II. "Mobile alia quacumque à perpendiculari directione in fluidum densius incurrens, ut C (fig. 1), directione CR à priorè semita deflectens RS, aliam RD affectat à perpendiculari AV, sive RV remotiorem." *Dem.* Corpus C, quod directione CR movetur, concipi potest duabus directionibus CA, CZ impulsus ut postea, ubi de motu composito, exponemus. Directio CA est parallela superficiæ XZ: nulla ergo ab hac directione resistentia est.

Quare tota resistentia nascitur à perpendiculari CZ, à qua proinde recedere debet corpus C, quum vix ingredi cœperit in fluidum densius, atque in fluidi superficiem deflectet, ubi nulla opponitur ipsi resistentia. Et hinc est, quod intra fluidum densius non describet rectam RS, sed obliquè cadat in RD. Hæc quidem demonstratio geometriam citius, quam physicam sapit. En igitur, à natura ipsarum desumptam rationem. Globus PN (fig. 2) directione ST actus, dum fluidi superficiem in R contingit, insistit aquæ puncto tantum sui hemisphærii inferioris R, cui aqua opponit resistentiam juxta directionem ST; quum adhuc tota sphaera in aere sit, à quo nongenties minorem resistentiam subit; quod quidem per totum tempus immersionis evenit, in quo resistentiam majorem secundum centri M ad R directionem semper offendit. Si enim æqualis pressio circa partes *non* efficit, ut centrum *m* semper rectam lineam affectet, ut in theor. præced. ostensum est, inæqualitas pressionis, seu resistentiæ directionem mutabit. Dum ergo punctum R aquam attingit, majorem resistentiam, quam punctum Q sentiet, cui ab aere tantum resistitur. Dempto igitur pressionum æquilibrio inter partes ORP et NQO, centrum globi curvam OV describet, cujus ultimum elementum desinet, quum partes omnes globi penitus immersæ fuerint in fluido; tunc per rectam VX insistet.

115 Corol. I. Eò major est refractionis, quò angulus incidentiæ CRZ (fig. 1.) minor est, sive

quo magis obliquè superficiem fluidi mobile premit; ita ut refraction nulla sit in puncto perpendicularis incidentiæ; ab eoque magis ac magis augeatur in ratione obliquitatis anguli CRZ. Hoc ex præced. theor. sponte fuit. Hinc sæpe observamus in summa obliquitate anguli incidentiæ, corpora in fluidum non immergi, sed resilere, quemadmodum in percussione obliqua contra planum horizontale semper evenit. Tum enim resistentia fluidi vices gerit obstaculi solidi, cujus resistentia major est, quam vis respondens directioni CZ, seu RV, quæ in percussione nimium obliqua evanescit cum resistentia fluidi comparata.

116 Corol. 2. Major etiam refraction pro-venit à densitate majore fluidi, in quod mobile transit; aut etiam à superficie majore corporis in ipsum irruentis; ita ut, cæteris paribus, majorem angulum efficiat mobile in densius medium irruens aut majore superficie donatum, quàm in rarius aut minore volumine per ipsum pertransiens. Densius quippe majorem resistentiam opponit (104); idem etiam fluidum majore quantitate à superficie majore, quàm à minore est propulsandum (105); unde ab hac majore in utroque casu resistentia et major angulus refractionis oriri debet.

117 Assertio III. "Quando autem mobile è medio densiore in alterum rarius immergitur, aut emergit directione obliqua, contra eventum, ac in theor. præc. ostensum est; ad perpendicularem nimirum accedit conditionibus modo expositis." *Dem.* Ratio eadem persuadet in sen-

su contrario contrarium effectum obtineri debere: ergo si è rariore in densius medium transiens à perpendiculari recedit, ex hoc in illud emergens ad perpendicularem accedat, oportet. Equidem PN (fig. 2.) dum per lineam XV movetur in fluido, tempore emersionis superius hemisphærium VQ minorem resistentiam offendit, quàm inferius RV adhuc demersum; atque adeo centrum O per curvam OV agi debet, donec in M penitus emersum, atque adeo æquam pressionem undique sentiens, per rectam Mm feratur, ut priùs.

118 Schol. Hactenus expositæ leges, quamvis omnino generales sint in natura, ac proinde in luce etiam obtinere debeant; effectus tamen in ea specie quidem contrarii animadvertentur, quamquam reipsa contrarii non sint. Profecto aer ex gr. etiamsi rarior sit aquam, à luce facilius hæc, quàm ille permeatur. Aer etiam crassior atmosphære proximioris terræ penetrabilior est luci, quàm rarissimus ille à terra remotior. Ex quo illud efficitur, lucem ab aere in aquam permeantem ad perpendicularem accedere; ab aqua in aerem transeuntem, ab ipsa recedere. Hoc nunc satis sit animadvertere, ne perperam principia refractionis tradita luci applicentur: ceterum in physica particulari phænomena ab hac lucis proprietate derivantia, quæ dioptrica fundamentum sunt, commodiùs exponemus.

CAPUT SEXTUM.

De motu reflexo.

119 Antequam motum reflexum consideremus diversas corporum species distinguere oportet, à quibus ejus theoria prorsus dependet. Corpus perfectè durum est illud, cuius partes ictibus non cedunt, sed diffringuntur potius, quam introrsum comprimantur; ut comprimitur corpus molle, quod quum percusseris, partes ejus recedunt interius, in eodemque statu jugiter manens. Elastica corpora ex molli et duro participant, quatenus compressa, interius recedunt; ut mollia; statim tamen ad pristinum statum eisdem viribus, quibus compressa fuerunt, restituuntur. Planum est, talia esse aliis duriora, elasticiora, molliora: inde divisio in *perfectè dura*, *mollia*, ac *elastica*; et *imperfectè* talia, ut sunt pleraque, in quibus experimenta capere licet. Ad leges tamen motus reflexi omnia corpora, de quibus sermo est, perfectè dura, aut elastica finguntur, quamvis non liqueat, utrum aliquod sit in rerum universitate corpus perfectè durum, elasticum, aut molle, si aerem, ac lucem excipias, quæ perfectè elastica ad sensum saltem apparent.

120 *Angulus incidentiæ*, ut diximus in motu refracto, est quem linea directionis mobilis cum plano, in quod incidit, describit, ut ABE (fig. 3): angulus verò reflexionis est, quem linea altera à corpore resiliente descripta PC

cum plano BF format ad partem alteram. Quod si superficies, in quam incidit corpus, non plana sed curva concipiatur, anguli reflexionis et incidentiæ in plano, quod per punctum contactus superficiæ curvæ transiret, accipiendi sunt; ut si punctum B incidentiæ esset punctum globi sphaerici, anguli incidentiæ et reflexionis in plano EF cum tangente ad punctum B concipiendi essent. En jam motus reflexi leges, quarum theoria planum perfectè durum, aut elasticum supponit, in quod corpus duritie, aut elaterio perfectò pollens intelligitur incurrere.

121 Lex prima. "Si globus non elasticus incurrat in planum immobile EBF (fig. 3) directione perpendiculari AE, totam suam celeritatem amittit, adeoque quiescit, seu immobilis perseverat." Nam quum resistentia obstaculi ex diametro ejus directioni opponatur, eamque superare non possit, quoniam immobile illud ponimus, neque aliam directionem affectare, nec retrorsum abire potest: quia totum suum motum consumpsit, quem nec à plano perfectè duro, nec à semet ob eandem rationem reasumere valet: ergo extincto motu, quiescet. Scio Monteirum aliter sentire, qui corpus perfecte durum resilire contraria directione debere asserit; quam litem, ut dirimat, quum ab experimento dirimi non possit, quoniam corpus non existit perfectè durum, rationem in auxilium advocat, inquit: tale corpus motuum suum plano non communicare, quippe immobile ponitur: debet igitur ab

eadem quantitate motus retenta, mutata directione in oppositam partem resilire. Respondeo, motum omnem in casu figurato aut perditum omnino, aut communicatum iri plano immobili. Impossibile non est, Monteiro ipso fatente, quod motus extinguatur; nec enim Cartesianis annuit dicentibus, motus quantitatem eandem semper in natura conservari ab uno ad alterum corpus translata. Quod si casus extinctionis motus possibilis est, non video, cur in figurato casu extinguere non debeat. Demus autem non extinguere; poterit per totam massam tum plani, tum etiam reliquorum corporum, quibus planum incumbit, insensibiliter propagari, quin hoc immobilitati plani officiat, cujus motus esset prorsus insensibilis, utpote per massam immensam diffusus, adeoque infinitissimus. Sanè si, quod doctus Auctor existimat, eveniret nulla diversitas inter corpora perfectè dura et elastica intercederet; quum effectus ubique iidem essent. Neque ratio ulla sufficiens apparet, quæ directionem motus in contrariam convertat: non à plano perfectè duro hæc mutatio haberi potest, in quo præter impenetrabilitatem seu resistantiam, ut ulterius progrediatur, nihil aliud concipitur, à quo hæc directio imprimi queat. Eadem autem ratio in mobili valet, quæ à sua duritiè nullas vires acquirit, ut in contrariam partem recedat: imò oppositum ex notione duritiè videtur deduci. Quiescit igitur post ictum.

122 Lex II. "Si corpus perfectè durum in planum æquè durum oblique incurrat, ex di-

rectione AB (fig. 4) excurret versus E per spatium CE; quod erit ad AC, ut cosinus incidentiæ ad radium (*Math* 448)." Nam corpus obliquè incidens in planum duabus directionibus actum concipi potest, ut de motu refracto diximus, quæ in casu essent AD, AF. Si solum directione perpendiculari AD ferretur, in obstaculum inextuperabile impingeret, à quo ejus motus elideretur; dum tamen altera directione parallela AF nullum offendit impedimentum, per eandem moveri perget quantitate motus $AF=CE$; abstractione tamen facta ab affricu, ceterisque motus impedimentis. Jam si AC tamquam radio, centro C distribueretur circulus, AD esset sinus rectus anguli incidentiæ ACD (*Matth.* 443); DC ejus cosinus (*ibid.* 448); est igitur DC ad AC, ut cosinus ad radium: est autem $DC=AF=CE$ (*Math.* 351): ergo CE ad AC, ut cosinus inclinationis ad radium.

123 Lex III. "Si corpus perfectè elasticum in planum, aut perfectè elasticum, aut perfectè durum perpendiculariter incurrat, per eandem directionem ad locum, unde discessit, restituitur." Hoc theorema ex natura elaterii, et motus perpendicularis demonstratur. Ea siquidem est proprietas corporis elastici, ut reactione, quæ compressioni sit æqualis, ad pristinum statum redeat; compressio autem fit tota quantitate motus perpendicularis per AE (fig. 3) designatam: ergo pari vi eodem, unde discessit, restitui debet: neque enim ulla adest causa motum extinguens, ut in lege I in casu simili dictum est de corpore duro.

124 Lex IV. "Corpus perfectè elasticum in præcedente lege consideratum, ictu obliquo AB (fig. 3) in planum incidens, per directionem ejusdem obliquitatis ex altera parte BC ad eandem altitudinem evehitur in C, angulum reflexionis angulo incidentiæ parem describens." Demonstratio hujus propositionis præcedentibus innititur. Equidem obliquos ictus AB duabus directionibus AE, AD in planum incurrit: si sola directione perpendiculari impingeret, per eandem ad pristinum locum, undè discessit, se restitueret; attamen per AD etiam actus, motum suum ad utramque componere debet tam in descensu per AB, quam in motu retrogrado lineam describens mediam inter latera parallelogrammi BDCF; quemadmodum diagonalem AB parallelogrammi ADBE descendens affectavit. Si enim corpus esset perfectè durum, per BF excurreret, extincto motu perpendiculari AE; atqui in corpore elastico hic motus non deperditur, sed in oppositam directionem mutatur; mobile itaque in B directione BD ac BF agitatum per diagonalem BC debet ascendere. Quod autem anguli ABE, CBF æquales sint, constat ex Geom. art. 355.

125 Lex V. "Si corpus imperfectè elasticum perpendiculariter incidat in planum immobile, ut ex F in C (fig. 4); parte celeritatis amissa, juxta vires elaterii se restituet eadem directione ex C in f." Nam ex leg. 3 si perfectè elasticum ponatur, integris viribus ad eandem altitudinem resiliret: ergo parte virium amissa, ob imperfectam elasticitatem spatium Cf suis

viribus proportionale tantum recurrèt.

126 Lex VI. "Quod si idem corpus directione obliqua agatur per AC, vi quadam resilient elaterio proportionali, angulum reflexionis minorem angulo incidentiæ efficiens, ut Cb." Neque enim in corpore imperfectè elastico vis æqualis amissa in percussione acquiritur, quæ si restitueretur, ut in lege 4, per CB ascenderet; imminuta autem ob debilius elaterium utraque vi fC, CE, aliam Cb directionem sequi debet, quæ nimirum per diagonalem Cb parallelogrammi fCFb repræsentatur, ut ex præcedentibus articulis sponte fluit. Atque hic est casus, qui ferè in natura ubique observatur ob imperfectum elaterium omnium corporum; si lucem excipias, in qua constanter angulus incidentiæ reflexionis angulo ubique par observatur. Ceterum in aliis corporibus, experientia teste, theoria hactenus exposita constanter animadvertitur, ut obvium cuique erit, periculum facienti globo eburneo obliquè in planum projecto: quod quidem non solum ab imperfecta eboris elasticitate, verum etiam à gravitate corporum deorsum omnia corpora versus terræ centrum propulsante, ab aeris resistentia, ac si qua sunt alia motus impedimenta proveniat, oportet.

127 Schol. Hic obiter, quid de elasticitatis origine sentiam, exponere satius judicavi. Neque enim longa est oratio, quæ prolixis doctrinis amplificari debeat. "Latent ista omnia crassis occultata, et circumfusa tenebris, ut nulla acies humani ingenii tanta sit, quæ pe-

netrare in hæc arcana, aut intrare possit. Corpora non novimus; qui sint situs partium, quam vim quæquæ pars habeat, ignoramus." (Tul. in Lucul. c. 39.) Quare meam ignorantiam professus, quid alii sentiant, breviter exponam. Peripatetici in peculiarem partium texturam, figuram, quam non definiunt, verbo qualitatem occultam, refundunt; quod aliis verbis idem est ac dicere, corpora esse elastica, quia elastica sunt. Cartesius cum agmine suo in materiam subtilem elasticitatem refundit: in salicis ramo ex. gr. violenter inflexo ejus pori violenter distenduntur à parte convexa, à concava autem angustiores fiunt: subtilis igitur materia quantitate majore per apertiores poros irrupens violenter concutit contractiores: ad hos autem cum pervenit predicta materia per apertiores illos introlata; corpus violenter inflexum in pristinum statum restituit, dum resistentia major non opponitur. Hæc sane explicatio mechanica est, et prima specie nondum solvere videtur; quemadmodum minimi illi vortices à Pauliano excogitati: rem tamen supponunt, quam prius statuere opus est, nimirum materiam illam subtilem vorticillos, motum illum in materia subtili, ac vorticibus assertum; quod nisi præstiterint, ædificium sine fundamentis erigitur sua mole ruiturum. Alii à particulis flexibilibus et duris; flexibilibus ut queant recedere; duris, ut fractioni resistent, ac restituantur in pristinum statum: hoc tamen ferè cum peripateticorum sententia convenit, plura dicens, nihil explicans. Elasti-

citatis causa, ut Para, esse videtur magna suorum elementorum adhæsiō et quorundam fluidorum interjectorum actio: quam adhæsiōnem à lege affinitatis desumit, seu peculiari attractione ad quam ferè recurrunt Newtoniani, ut pleraque exponant phænomena. Denique ab æthere alii, alii ab aere intra corpora latente elasticitatis originem derivant: sed hoc quæstionem quæstione solvere est: unde aeris, aut ætheris elasticitas proveniat. Alia infra dabimus, ubi de lege affinitatis sermo recurret.

CAPUT SEPTIMUM.

De collisione corporum, seu Dynamica.

128 Precedenti capite collisionem corporum mobilis et immobilis consideravimus: nunc obstaculum mobile ponimus, in quod incurrit corpus motum; idque etiam figura spherica donatum, quemadmodum incurrens hactenus posuimus, in quibus clariùs omnia concipiuntur, quin tot exceptionibus ab irregularitate figuræ subjecta sint. Globos etiam ex perfectè molli aut perfectè elastica materia conflatos fingimus, quales in rebus fortassè nulli inveniuntur, eosque veluti si in vacuo moverentur, nulla resistentia aut affricu mediorum interpositis concipimus, quod minimè unquam obtineri posse manifestum est. Verum hæc omnia ita juvat comminisci, ut theoria clarior ac simplicior evadat in casu abstracto; quum cætera pro rerum circumstantiis æstimari debeant, quæ