

netrare in hæc arcana, aut intrare possit. Corpora non novimus; qui sint situs partium, quam vim quæquæ pars habeat, ignoramus." (Tul. in Lucul. c. 39.) Quare meam ignorantiam professus, quid alii sentiant, breviter exponam. Peripatetici in peculiarem partium texturam, figuram, quam non definiunt, verbo qualitatem occultam, refundunt; quod aliis verbis idem est ac dicere, corpora esse elastica, quia elastica sunt. Cartesius cum agmine suo in materiam subtilem elasticitatem refundit: in salicis ramo ex. gr. violenter inflexo ejus pori violenter distenduntur à parte convexa, à concava autem angustiores fiunt: subtilis igitur materia quantitate majore per apertiores poros irrupens violenter concutit contractiores: ad hos autem cum pervenit predicta materia per apertiores illos introlata; corpus violenter inflexum in pristinum statum restituit, dum resistentia major non opponitur. Hæc sane explicatio mechanica est, et prima specie nondum solvere videtur; quemadmodum minimi illi vortices à Pauliano excogitati: rem tamen supponunt, quam prius statuere opus est, nimirum materiam illam subtilem vorticillos, motum illum in materia subtili, ac vorticibus assertum; quod nisi præstiterint, ædificium sine fundamentis erigitur sua mole ruiturum. Alii à particulis flexibilibus et duris; flexibilibus ut queant recedere; duris, ut fractioni resistent, ac restituantur in pristinum statum: hoc tamen ferè cum peripateticorum sententia convenit, plura dicens, nihil explicans. Elasti-

citatis causa, ut Para, esse videtur magna suorum elementorum adhæsiō et quorundam fluidorum interjectorum actio: quam adhæsiōnem à lege affinitatis desumit, seu peculiari attractione ad quam ferè recurrunt Newtoniani, ut pleraque exponant phænomena. Denique ab æthere alii, alii ab aere intra corpora latente elasticitatis originem derivant: sed hoc quæstionem quæstione solvere est: unde aeris, aut ætheris elasticitas proveniat. Alia infra dabimus, ubi de lege affinitatis sermo recurret.

CAPUT SEPTIMUM.

De collisione corporum, seu Dynamica.

128 Precedenti capite collisionem corporum mobilis et immobilis consideravimus: nunc obstaculum mobile ponimus, in quod incurrit corpus motum; idque etiam figura spherica donatum, quemadmodum incurrens hactenus posuimus, in quibus clariùs omnia concipiuntur, quin tot exceptionibus ab irregularitate figuræ subjecta sint. Globos etiam ex perfectè molli aut perfectè elastica materia conflatos fingimus, quales in rebus fortassè nulli inveniuntur, eosque veluti si in vacuo moverentur, nulla resistentia aut affricu mediorum interpositis concipimus, quod minimè unquam obtineri posse manifestum est. Verum hæc omnia ita juvat comminisci, ut theoria clarior ac simplicior evadat in casu abstracto; quum cætera pro rerum circumstantiis æstimari debeant, quæ

dum infinitè propemodum variant, inutilem reddunt tractationem. Nec juvat innumeros penè conflictuum casus examinare, quibus dilucidandis nonnulli auctores nimium prolixè insudarum; experimento enim comperimus, mentem hujusmodi complicatione nimium onerari, ac dum facilè generalior theoria retineri posset; implicatis casibus omnia confunduntur, ac dilucidiora principia, ex quibus benè perceptis cætera possent minori negotio derivari, multiplicitate casuum penitus delentur, certè opprimuntur in mente. Quare tres casus tantum perpendemus, 1. corporis in aliud quiescens incurrentis; 2. ejusdem in aliud minore celeritate motum eadem directione offendentis: 3. duorum corporum oppositis directionibus invicem congregientium: qui congressus, seu virium pagna nomen *Dynamica* apud aliquos auctores huic tractationi conciliavit.

129 Theor. I. "Si corpus perfectè durum, aut perfectè molle in aliud ejusdem naturæ corpus quiescens, ac motui liberum incurrat: in ictu quantitas motus, quæ ante erat in percussente, ita inter utrumque distribuetur, ut ambo juxta percussentis directionem pari velocitate incedant, ea motus quantitate, quæ sit uniuscujusque massæ proportionalis." *Dem.* Esto A percussens, B percussus: quoniam ambo sunt impenetrabilia, in occursum alterum alteri erit impedimento ne in suo statu perseveret. Debet itaque in occursum status corporum immutari; sed præcisè tantum, quantum requiritur, ne alterum alteri sit amplius impedimen-

to; inertia enim, qua unumquodque corpus in suo statu perseverat, non sinit status mutationem majorem esse illa, qua posita desinit unum corpus esse alteri impedimento. Jam vero evidens est, corpus B desinere esse impedimento corpori A, simul ac incipiat B moveri juxta directionem corporis A eadem velocitate, qua A illud insequitur. Post ictum itaque ambo corpora progredientur simul juncta, quasi unum essent corpus, juxta directionem, qua movebatur ante ictum corpus A. Quanam autem, inquires, motus quantitate? Haud dubium, inquam, quin illa ipsa motus quantitate, qua ferebatur ante ictum corpus A: neque enim est unde ullus novus motus accedere possit corporibus, quum hic solam in ipsis impenetrabilitatem et inertiam consideremus; neque ulla pars motus in eis interire potest, quoniam quidquid motus interit in A, B communicatur (99). Restat igitur, ut quantitas motus corporis A ita in congressu inter utrumque corpus distribuatur, ut ambo pari velocitate juxta directionem corporis A post ictum ferantur. Posita autem eadem in utroque velocitate, eorum motus quantitates massæ proportionales sint, oportebit. Quare si per A et B intelligantur expressæ massæ corporum, et per C velocitas corporis A ante congressum erit quidem $A \times C$ hujus quantitas motus (87): quæ quum post ictum perseverat inter ambo corpora distributa, sequitur ut $\frac{AC}{A+B}$ sit eorum communis velocitas. Hæc autem ducta in massam unius-

cujusque, dabit quantitatem motus cujusque propriam post ictum. Ex quo id etiam eruitur, quod si corpus B non liberum, sed omnino impeditum, ac immobile fingatur, perinde erit, ac si ejus massa infinita ponatur, et redibit casus art. 121. At si B sit quantitas infinita, velocitas post ictum $\frac{AC}{A+B}$ fit nulla ob numeratorem finitum et denominatorem infinitum: ergo corpus A in ictu sistitur: contra ac Monteiro placet.

130 Theor. II. "Si corpus perfectè durum, aut perfectè molle aliud ejusdem naturæ corpus in eadem directione, sed minore velocitate percitum assequatur, in ictu quantitas motus, quæ antea in utroque corpore residebat, ita inter ipsa distribuitur, ut ambo eadem directione procedant pari velocitate, ac proinde unumquodque ea motus quantitate, quæ sit suæ massæ proportionalis." Hujus theorematis eadem est ac præcedentis demonstratio. Hinc si per A et B denotentur massæ, per C velocitas primi, per V velocitas alterius corporis, erit quidem ante ictum A C motus quantitas primi, B V motus quantitas alterius. Quare quum in ictu quidquid motus amittit A, idem acquirat B, erit post ictum in utroque corpore, quasi in corpore uno, motus quantitas AC+BV, quæ, si per massam amborum simul corporum dividatur, communis eorum post ictum velocitas erit $\frac{AC+BV}{A+B}$. Ex quo facillè eruitur motus quantitas cujusque corporis propria.

131 Theor. III. "Duo corpora perfectè dura, aut perfectè mollia directionibus ex diametro oppositis congregientia, si massas et velocitates æquales habuerint, aut massas et velocitates reciprocè proportionales, in ictu consistent. Quod si massæ ac velocitates inæquales sint, differentia inter eorum motus quantitates post ictum ita inter utrumque distribuetur, ut ambo juxta directionem ejus, cujus major erat motus quantitas, pari velocitate incedant: quantitas autem motus cujusque propria erit suæ massæ proportionalis." Prima theorematis pars ex eo perspicua fit, quod nequeant esse massæ et velocitates æquales, aut reciprocè proportionales, quin motus quantitates sint etiam æquales (87): atque adeo, quum sint etiam ex diametro oppositæ, se mutuò destruere debent. Pars altera sic ostenditur. Si massæ non fuerint æquales aut velocitatibus reciprocè proportionales, erit motus quantitas in uno corpore major quam in altero: illa quæ major est, veluti duabus constans partibus concipi potest, quarum una æqualis sit quantitati motus, quæ est in altero corpore, et quæ in conflictu per primam hujus theor. partem debet extinguì, extincto pariter omni motu in altero corpore confligente. Quare sola relinquitur pars altera motus, nempe differentia inter motus quantitates, quæ ante ictum obtinebant. Jam itaque incidimus in casum theor. I, in quo motus quantitas ita debet in conflictu inter utrumque distribui, ut ambo incedant directione præpollentis, quæ est tertia hujus theor. pars.

132 Corol. Si ergo exprinant A et B massas, C et V respondententes ante ictum velocitates; erunt AC, BV respondententes ante ictum motus quantitates. Ponamus AC majorem esse, quam BV: erit AC—BV motus quantitas residua post conflictum. Ergo $\frac{AC-BV}{A+B}$ communis

est post ictum velocitas. Hæc ducta in massam cujusque corporis, exhibebit motus quantitatem cuilibet respondentem. Ex quo etiam deducere licet, quod si fuerit A : B :: V : C, erit AC=BV, ideoque AC—BV=0: nempe nulla erit velocitas corporum post ictum, si massæ fuerint velocitatibus reciproce proportionales, ut in prima theor. parte enuntiatum est.

133 Schol. 1. Ex hactenus dictis liquet, quomodo, dato corporum statu ante conflictum, eruatur status eorum post ictum. Quod si motus quantitas cujusque corporis post ictum cum ea conferatur, quam habebat idem corpus ante conflictum, facile eruatur quantitas motus amissa, vel acquisita post ictum. Summa omnium motuum sive amissorum, sive acquisitorum in collisione, solet ab autoribus *vis ictus* appellari: quæ quidem dimidia ad unum corpus pertinet, dimidia ad alterum. Quantum enim motus unum corpus acquirit in ictu, tantundem alterum amittit; idque non in casu solum primi et secundi theor. verum etiam in casu tertii: nam corpus, quod ante collisionem minore motus quantitate ciebatur, censendum est in percussione acquisivisse, non solum eum motum, quo movetur post ictum; sed juxta

directionem hujus ejusdem motus illum etiam, quo ferebatur ante ictum, quique ab ictu destructus est.

134 Schol. 2. Corpora perfecte mollia dum motum inter se communicant in collisione, se mutuo etiam comprimunt. Est autem compressio tanta, quanta *vis ictus*: nam eatenus comprimuntur corpora, quatenus colliduntur: collisio vero tanta est, quanta *vis actus*. Neque enim ad collisionem potest ullo modo pertinere vis illa, qua corpora post ictum moventur; quandoquidem vis hæc parem in utrumque corpus velocitatem inducit; neque collisio ulla concipi potest inter duo corpora, quæ pari velocitate ferantur.

135 Theor. IV. "Ad perfecti elasticorum corporum directionem et velocitatem post collisionem inveniendam, opus est cum illa communi velocitate, quam post ictum habent, si perfecte dura, aut perfecte mollia essent, componere in unoquoque corpore velocitatem respondente dimidiæ vi ictus, et agentem corpus in plagam ab altero corpore aversam." Corpora enim perfecte elastica æque ac perfecte mollia obnoxia sunt compressioni. Itaque in collisione perinde se habent, ac corpora perfecte mollia; atque in omnibus cum ipsis convenirent, nisi peracta compressione, et absumpta tota *vis ictus* praxto esset elasticitas, qua ad pristinam figuram restituuntur vi tanta, quanta compressa fuerant; atque adeo vi tanta, quanta fuit *vis ictus*: ponimus enim elasticitatem esse perfectam. Jam verò evidens est,

non posse corpora ad pristinam redire figuram, postquam comprimuntur, nisi se mutuò in contrarias partes disjiciant. Quare ut eorum status post conflictum dignoscatur, opus est in unoquoque corpore illam velocitatem componere, quæ in ipsum inducit dimidia *vis ictus*, qua ab altero corpore in adversam plagam projicitur, cum illa communi velocitate, qua se movissent post ictum, si perfectè mollia fuissent (129 et seq.).

136 Corol. 1. Hinc si per A et B massæ corporum conredientium exprimentur; per M dimidia *vis ictus* (133); per K communis velocitas, qua se movissent ambo corpora post ictum, si perfectè dura aut perfectè mollia fuissent, erit $\frac{M}{A}$ velocitas, quam corpus A recipit à corpore B tempore suæ ad pristinam figuram restitutionis post conflictum; et $\frac{M}{B}$ velocitas quam B ab A eodem tempore acquirit. Quare si corpus A ponatur majore motus quantitate percitum ante ictum quam B, erit post ictum $K - \frac{M}{A}$ velocitas A, et $K + \frac{M}{B}$ velocitas corporis B. Hinc corpus A, quod ante ictum majore motus quantitate ciebatur, post ictum pergere debet juxta pristinam directionem, si fuerit $K > \frac{M}{A}$; sisti verò in ictu, si fuerit $K = \frac{M}{A}$; denique regredi, si fuerit K

$> \frac{M}{A}$ Quod ad corpus B attinet, sive ante ictum quiesceret, sive eadem atque corpus A directione moveretur, semper pergere debet post ictum juxta directionem secundum quam movebatur corpus A: at regredi semper, si ante ictum in contrariam ageretur plagam. Tunc enim tam velocitas illa communis K post conflictum, quam velocitas $\frac{M}{B}$, quam recipit à corpore A, est in partem contrariam illi, versus quam ante ictum agebatur.

137 Corol. 2. Velocitas illa communis, quam modò per K expressimus, est $\frac{AC+BV}{A+B}$ ut patet ex art. 132; qua quidem in formula fit $V=0$, si corpus B ante ictum quieverit, quoniam nullam habet velocitatem corpus quiescens, termino autem BV adhibendum est signum positivum + aut negativum -, pout corpora ante ictum in eadem, aut in contraria directionem movebantur. Jam verò si corporum massæ fuerint æquales, claritatis gratia rin formula pro B substituetur A, aut vicissim, fiet que $K = \frac{A \mp CAV}{A+C} = \frac{C \mp V}{2}$. Ducta igitur hac velocitate in massam A, erit quantitas motus corporis A propria post ictum $= \frac{AC \mp AV}{2}$, si corpora perfectè dura, aut perfectè mollia fuerint. Sed ante ictum hujusmodi quantitas mo-

tus erat AC (129): ergo corpus A in ictu amisit

motus quantitatem $AC \frac{AC \mp AV}{2} = \frac{AC \mp AV}{2}$;

quæ est dimidia *vis ictus*, quam expressam intelligimus per M. Translata igitur hac formula ad corpora elastica, erit per præc. corol. veloci-

tas, qua post ictum movetur corpus $A = K - \frac{M}{A}$
 $= \frac{C \pm V}{2} - \frac{AC \pm AV}{2A} = C \frac{\pm}{2} V - C \frac{\pm}{2} V = \pm V$,

quæ erat velocitas corporis B ante conflictum. Velocitas autem, qua post percussionem movetur cor-

pus B, erit per idem corol. $= K + \frac{M}{B} = \frac{C + V}{2}$
 $+ \frac{AC \mp AV}{2B}$; id est $= \frac{C \pm V}{2} + \frac{AC \mp AV}{2A}$ (poni-

mus enim $B = A$), seu $\frac{C \pm V + C \pm V}{2} = C$, quæ

erat, velocitas corporis A ante collisionem. Quare in corporibus perfectè elasticis, quotiescumque massæ fuerint æquales, post ictum corpora feruntur velocitatibus permutatis. In casu autem, quo huiusmodi corpora sibi mutuò occurrant directionibus contrariis, si quantitatis motus habuerint æquales, eo quod eorum massæ et velocitates æquales sint aut massæ velocitatibus reciproçè proportionales, post ictum unumquodque regredietur eadem velocitate, qua ante ictum movebatur. Tota enim in conflictu

extinguitur motus quantitas, qua congregiuntur per theor. 3; unde *vis ictus* æqualis est quantitati motus ante ictum; idèoque, si elastica non forent, in collisione sisterentur. A perfecta tamen elasticitate fit, ut corpora in ictu compresa, tanta vi restituantur, quanta fuit *vis ictus*: ergo corpora perfectè elastica in sua restitutione propelluntur in contrarias plagas tanta vi, quanta ante ictum se mutuò petebant. Itaque unumquodque regredietur eadem motus quantitate instructum, qua ante ictum agebatur; ergo et eadem velocitate.

138 Schol. Quod si omissis formulis traditam doctrinam velis singulari casu applicare, esto exemplum: globus elasticus A impingat in B quiescentem æqualis massæ, putà 2 celeritate = 8. Si ejusmodi globi materia non elastica constarent, post conflictionem velocitate = 4 moverentur per theor. 1.; amississet itaque A dimidium suæ celeritatis = 4; globus autem B velocitatem = 4 obtinisset. Jam ob theor. 4 motus utriusque duplicetur, percusso in sensu positivo $4 + 4 = 8$: percutiente in sensu negativo $4 - 4 = 0$. Corpus igitur A quiescet, B autem 8 celeritatis gradibus progredietur. Quod si è regione contraria prædicti globi sibi occurrant æquali velocitate; si essent moles, uterque cessaret in conflictu per theor. 3; verum ab elasticitate æqualem amissæ celeritatem acquirunt directione opposita: ergo uterque recedet 8 celeritatis gradibus. Varientur massæ et celeritates, ac sit corpus $A = 3$, quod celeritate = 8 feratur in $B = 1$, quod velocitate =

12 cum ipso congreditur: si elasticitate carent, post conflictum quantitas motus esset excessus majoris motus supra minorem. Motus autem est factus massa in celeritatem; globus igitur A motum habet = 24, B autem = 12; adeoque excessus = 12. Dividatur hic per summam massarum = 4; quotus dabit velocitatem 3 communem utrique juxta directionem corporis A, qua ambo moverentur post conflictum. Quod si elastica ponantur, ob elasticitatem totidem gradus acquirunt, quod amiserunt: ita tamen ut B celeritatem, qua primum ferebatur, in contrariam mutet ex theor. 4; movebatur autem celeritate = 12; additis igitur aliis 6 gradibus, movebitur celeritate = 18: A verò celeritate $10 - 8 = 2$.

139 Schol. Ex permutatione celeritatum in corporibus elasticis æquales massas habentibus, provenit phenomenon plurium globorum ejusdem diametri ac materiæ in eadem directione positorum, aut etiam filo suspensorum; quorum si primus impingat in reliquos, ultimus tantum resilit; si duo primi; duo ultimi moventur etc. Idem enim est, ac si nullis intermediis primus in ultimum quiescentem impingeret; quum interjacentium globorum motus ab elasticitate utrinque re agente extinguatur; quod in extremo non evenit, qui à nullo in sensum contrarium impellitur. Motus ergo per intermedios sine mutatione loci eorundem propagatus in ultimum perveniens, effectum edit, quem percussio immediata peperisset. Quod si duo sint globi demissi, dum secundus qui pri-

mus incurrit in quiescentes, ac motum per interjacentes propagat in ultimum; ipse à primo novum ictum accipit, quem velut si semper immotus fuisset, in reliquos promovet, usque ad penultimum, qui ab ultimo jam in motu posito non retinetur; perget igitur eadem directione post ipsum, perinde ac si ultimo loco fuisset. Idem pariter diceretur, si series plurium esset globorum, ac percussio tribus, quatuor etc. exerceretur, tot numero resiliunt ex ultimis, quod ex primis demitterentur.

140 Ne penitus intactam percussione obliquæ tractationem relinquamus, è singulari casu theoriam quamdam generalem ostendam cuilibet directioni applicabilem. Sunto duo globi æquales (fig. 5) A et B, ex quibus A in B immotum incurrat directione aA , quorum centra in percussione jaceant in recta CD, ad quam demittatur perpendicularis aF . Vis sive directio obliqua, ut sæpius diximus, in duas resolvitur potest aF , FA ; ex quibus aF nihil in conflictum influit, quippe quæ parallela est plano corpora tangenti in loco, in quo se ipsa mutuò contingunt. Conflictus igitur vi FA , quæ directum ictum imprimit, efficitur. Corpus itaque B eadem directione BD agetur, non secus, ac si globus A vi FA æquali in illud impigisset. Quod ad corpus A spectat, reliquum viæ conficiet residua parte motus, qui ex vi aF , quæ in conflictu nullo modo influit, et vi qua cum B reliquum viæ confecisset, si ipsum directè vi FA percussisset, componitur.

Fingamus utrumque globum esse perfectè elasticum: ex theor. 4 globus A post conflictionem celeritatem FA respondentem amittet illam B communicando, quare ei tantum remanet vis aF , quæ illæsa manet in conflictu: B igitur spatium $BN = FA$; A verò spatium $AK = aF$ conficiet. Practicè hanc legem sequuntur lusores trucidulorum, ut ictus obliquos dirigant. Fac in K alium globum existere, quem post emissum B directionem BD globo a attingere velis: in eadem BD sume partem aA æqualem semidiametro globi a , deinde illum directione aA in alterum impelle; ex dictis globum B per foramen N in abaco trucidulari expellet; globumque deinde in K existentem continget.

DISSERTATIO I.

DE VIRIBUS CORPORUM.

Ineptum fortassè videbitur post declaratam omnimodam corporum inertiam, de eorumdem viribus sermonem instituere. Quid enim? Vires habent corpora? inertia itaque non sunt. Vires siquidem sine activitate concipi non possunt: quemadmodum nec inertia cum actione conjungi, quæ ab intrinseca proveniat aptitudine se movendi. Hoc viderint alii, si qui sunt, qui hujusmodi vires ab intima materiæ natura provenire decernant. Ad nos quod attinet, vires qua philosophi corporibus accensuerunt, aut ex inertiae indole deducimus, aut ad legem à naturæ Auctore dictatam, ac materiæ prorsus extraneam referimus, ut in decursu hujus disquisitionis planum fiet: in qua vim inertiae, resistantiam, gravitatem, attractionem, repulsionem examinare intendimus, in nullius magistri verba jurantes.

CAPUT PRIMUM.

DE VI INERTIÆ.

141 **M**irum est, ferè omnes physicos agentes de vi inertiae in diversas abire sententias, ita ut vix duos plenè consentientes invenias in explicanda tum notione, quum etiam