versam illam erigere placuerit: opus esset priùs ab effectis illius tenorem investigare, regulasque constantes, quibus dirigitur, ostendere; velut in vi centripeta et centrifuga factum videmus, ut tuto pede incedere possimus. Dum hæc Physica non præstet, satiùs duco ignorantiam meam candidè aperire, ne pruritus omnia explicandi tamquam naturæ interpres, in scopulos ac syrtes impingat; qui pruritos devios plerumque agit eos, qui à Minerva doctos se existimant, ut nihil in natura ipsos lateat. "Incerta hæc si postules, ratione certa facere, nihilo plus agas, quàm si des operam, ut cum ratione insanias." Experimento enim quotidiano satis edocemur, quàm scitè dictum fuerit à Salomone. "Vidi afflictionem, quam dedit Deus filiis hominum, ut distendantur in ea. Cuncta fecit bona in tempore suo, et mundum tradidit disputationi eorum, ut non inveniat homo opus, quod operatus est Deus ab initio usque ad finem." Ecclesiastes c. 3, v. 10.

CAPUT QUARTUM.

§. I.

De virium compositione.

177 Quando diversæ vires corpori applicantur, quibus se præstare singillatim non potest, eo quod directiones insociabiles, sive ut ajunt, *incompatibiles* sunt; motus ex his viribus proveniens, quicumque tandem ille sit,

dicitur *motus compositus:* motiones autem, quæ singillatim agentes, ipsum corpus alia directione impellerent, *motus componentes* dici solent. Vis etiam, qua corpus à motu composito agitur, *vis composita;* quemadmodum vires ipsum ad motum compositum adigentes, *vires componentes* audiunt. Solent etiam vim compositam *resultantem* aut *æquivalentem*, et vires componentes *resolventes* appellare.

178 Planum est, quod si vires omnes componentes corpus agerent eadem directione, vim compositam æqualem fore summæ omnium componentium; ac si componentes duæ tantum essent, quæ directionibus ex diametro oppositis corpus impellerent, ipsum directione præpollentis motum iri, vi æquali excessui vis majoris supra minorem: ita ut si ambæ æquales forent, corpus immotum permaneret (131).

179 Sunto duæ rectæ, HAB, KAC (fig. 6) invicem perpendiculares in A, quo in puncto sit corpus motui liberum, cui applicentur vires, ex quibus altera ipsum ab A in B directione AB, altera ab A in C directione AC impellat; ita tamen ut prima sine consortio alterius corpus per spatium AB dato tempore ageret, seu ipsum per intervallum AB ab AC removeret; quod pariter altera præstaret, corpus eodem tempore per spatium AC transferens, sive eodem intervallo ab AB disjungens: quod idem est ac statuere, velocitates virium singillatim agentium esse, ut AB, AC. Quoniam autem earum directiones perpendiculares ponuntur, perspicuum est alteram alterius vim

nec augere, nec minuere posse, nec enim ulla est ratio sufficiens, cur vis, quæ corpus per AC impellit, motum per AB potiùs, quàm per oppositam directionem AH possit producere: quod pariter de altera directione AB dicendum venit. Corpus itaque dato tempore à vi impellente per AB quantitate = AB disterminabitur ab AC; et à vi per AC ipsum agente ab AB per intervallum = AC removebitur. Constructo igitur rectangulo ACDB, corpus in D invenietur. Et quoniam diagonalis cujusvis rectanguli, cujus latera A*b*, A*c* proportionalia sint lateribus AB, AC rectanguli ABDC, cum diagonali AD hujusce rectanguli congruit, liquet corpus, quum in D pervenerit, diagonalem AD motu composito descriptum ire. Porrò diagonalis AD viribus compositis decursa, eodem tempore describetur, quo singulum latus AB, AC à viribus componentibus singillatim agentibus decriberetur. Hinc velocitas motus compositi se habet ad velocitatem cujusvis motus componentis, ut diagonalis ad respondens latus rectanguli.

180 Quando igitur corpori A duæ vires agentes directionibus invicem perpendicularibus applicantur, si fiat rectangulum, cujus latera directionibus, ambarum virium congruat, eisque sint proportionalia, perindè erit, ac si vires applicatæ concipiantur, aut vis una utrique æqualis secundum directionem hujus rectanguli agens intelligatur, quæ ad utramlibet se habeat, ut diagonalis ad respectivum latus. Idcircò hujusmodi vis *æquivalens* meritò appellatur, quoniam una hæc eumdem effectum in corpus producit, qui à duabus simul agentibus obtineretur.

181 Et versa vice prædictæ duæ vires uni illi dici possunt *æquivalentes*, quæ ab ambabus composita, in illas resolvi potest: ita ut si corpori A (fig. 6) vis applicetur, quæ per spatium AD directione AD dato tempore ipsum agat, et rectangulum quodcumque ABDC, cujus diagonalis AD, construatur; loco prædictæ vis concipi possunt applicatæ duæ vires juxta directionem AB, AC simul agentes, et quæ ad ipsam eamdem proportionem habeant, ac latera AB, AC ad diagonalem AD observant: quoniam hujusmodi vires simul agentes eumdem effectum obtinent, ac altera ipsis æquivalens.

182 His præmissis pronum est deducere, quod, quicumque sit angulus CAB factus à directionibus virium in corpus A conjunctim agentium (ut in fig. 7 tres casus describuntur, in quibus notabilis varietas in angulis observatur), si secundum has directiones sumantur partes AB, AC eisdem viribus proportionales compleaturque parallelogramum ABDC; corpus per diagonalem AD hujus parallelogrammi movebitur, perindè ac si per hujusmodi diagonalem ab una tantum vi duceretur, quæ ad singulas vires eam proportionem habeat, quam diagonalis AD cum respondente AB, AC observat. Nam ducta per punctum A recta MAN, quæ sit ad diagonalem AD perpendicularis, ducantur ab angulis B, C constructi paralle-

logrammi, BM, CN ad prædictam rectam MAN perpendiculares, et BQ, CO ad diagonalem AD pariter perpendiculares, à quibus rectangula AMBQ, ANCO formentur: poterunt quidem vi per latus AB designatæ substitui duæ illæ vires expressæ per latera AM, AQ: ac vi per alterum latus AC indicatæ, duæ alteræ vires per AN, AO descriptæ pariter subrogari (181), ac proindè corpus A tamquam à quatuor viribus actus AM, AQ, AN, AO loco virium AB, AC, concipi potes. Enimvero duæ illæ vires AM, AN æquales sunt et oppositæ, quoniam AM=BQ, et AN=CO (Math. 351) atque etiam BQ et CD æquales sunt, quippe quæ altitudines existunt duorum triangulorum ABD, ACD æqualium, eamdem basim AD habentium (Math. 354): à duabus igitur viribus AM, AN corpus A moveri non potest (178). Restat itaque, ut corpus à duabus viribus AQ, AO solum moveatur. At hujusmodi vires corpus per eamdem directionem impellunt, quam perpendiculares BQ, CO, in diagonalem AD intra parallelogrammum incurrunt, ac directionibus ex diametro oppositis dirigunt, si in diagonalem extra parallelogrammum incidant: quare corpus A directione AD movebitur (178) vi in primo casu summæ ambarum æquali, in altero autem casu vi æquali differentiæ virium AQ AO. Et quoniam duo triangula QBD, OCA æqualia sunt, erit AC=QD: quare in primo casu habebitur. AQ+AO=AQ+QD =AD; in secundo verò AQ—AO=AQ—QD =AD. Corpus igitur per diagonalem AD pa-

rallelogrammi ABDC movetur, æquè ac si ab una tantum vi ageretur, quæ ad vires per latera expressas eam proportionem habeat, quam diagonalis ad latera observat.

183 In omni igitur parallelogrammo, in quo duo latera exprimant directiones et quantitates duarum virium, diagonalis indicat, directiones et quantitatem vis compositæ, quæ duabus simul agentibus æquivalet. Et versa vice si per diagonalem directio et quantitas cujusdam vis exprimatur, duo latera indicabunt directiones et quantitates duarum virium, quæ simul agentes, eumdem effectum in corpus producunt, qui ad unam tantum per diagonalem expressa proveniret.

184 Quod si plures quam duæ vires eidem corpori simul applicentur, per diagonalem è viribus omnibus tamquam lateribus parallelogrammi composita mobile incedet, ac omnibus pro virium ratione se præstabit. Nam ponantur duæ tantum vires per latera repræsentatæ, ipsisque diagonalis inveniatur, quæ exhibebit directionem utriusque, æquè ac si una tantum vi ageretur; deinde cum alia tertia inventa conferatur, tertia cum quarta, et sic deinceps, donec omnes exhauriantur; quarum postrema dabit directionem et quantitatem omnium virium simul componentium.

185 His præmissis ad motum curvilineum exponendum descendamus. Motus hujusmodi generatur, quum corpori *potentia* quædam continenter agens applicatur, à cujus actione singulis momentis corpus distrahitur à prima di-

rectione, per quam moveretur, si suæ inertiæ solum obsecundaret. Porrò quæcumque causa motum inducens *potentia* appellatur, semel ac *projectio*, aut *percussio* non sit: unde inter potentias *gravitas*, *attractio*, *elasticitas* computantur. Si potentia capax sit producendi in corpus ipsi subjectum velocitatem finitam tempore finito, etiam tempore minimo minimam velocitatem generabit; quoniam velocitas tempore finito genita, provenit à summa omnium velocitatum quolibet instanti genitarum: quæ quidem esset infinita, si velocitas quolibet instanti producta infinitè parva non esset; quum in tempore finito infinita instantia contineantur.

186 Esto igitur corpus, quod directione quadam AT (fig. 9) velocitate finita agatur: quod quidem inertiæ propriæ relictum, directione AT motu æquabili movebitur spatia temporibus proportionalia percurrens (95). At si huic corpori potentia quædam applicetur quæ ipsum à directione AT continenter removeat, particula infinitesima *ab* vix ab eodem decursa, continuò à sua directione potentia distrahetur. Ponamus ipsum directione AC impelli à potentia velocitatem ei imprimente, quæ ad describendum spatiolum *ac* compellat minimo tempusculo, in quo *ab* decurreret. Spatiolum *ac* erit infinitè parvum respectu *ab*; quia quum *ab*, *ac* eodem tempore minimo describantur, erunt proportionalia velocitatibus, et velocitas à potentia generata infinitesima est (185) respectu velocitatis finitæ à projectione genitæ. Corpus itaque minimo hoc tempusculo

à duabus viribus agitur, quarum altera *projectionis* per *ab* impelleret, si sola ageret, altera à potentia impressa, quæ eodem minimo tempusculo ipsum conduceret per *ac*. Constructo parollelogramo *abde*, corpus tempusculo hoc minimo diagonalem *ad* describet, per eamque semper motum suum continuaret, si potentia applicata ab impulsa cessaret, ejus tamen actione permanente, etiam atque etiam ab hac directione removebitur. Ponamus corpus in *d* jam appulsum, à potentia trahi per *d*C actione, quæ ipsum per spatiolum *de* sequenti tempusculo distraheret; et quoniam hoc tempusculo corpus suæ inertiæ obediens, spatiolum $dx=ad$ confecisset, completo parallelogrammo *edxo*, corpus hoc tempusculo diagonalem *dx* describet. Pariter tempusculo tertio eadem directione diagonalis *do* spatiolum $om = do$ conficeret, nisi à potentia distraheretur; continuata tamen ipsius actione per *o*C eadem vi à qua scilicet per spatiolum *on* adduceretur, completo parallelogrammo *nomr*, diagonalem *or* tempusculo tertio describet: quod æquè in quarto tempusculo eveniet, eisdem viribus *r*B, *rp* agentibus, quibus per diagonalem *rz* corpus impelletur. Quare tempusculis sequentibus, eisdem manentibus viribus, corpus ad mutandam continenter directionem adigetur, ita ut si tempus ejus motus in tempuscula infinita, ac infinitè parva divisum concipiatur, quolibet et his tempusculis diagonalem novi parallelogrammi describet: et quoniam sequens parallelogrammum pro latere habet diagonalem præcedentis infinitè parvam, cui respondet alterum latus, quod respectu hujus est infinitè minus, perspicuum fit, corpus motu suo descripturum seriem quamdam linearum infinitè parvarum, quarum alternæ angulum infinitè minorem duobus rectis efficiunt. Quæ quidem linearum rectarum series curvam constituit; quoniam curva quælibet tamquam polygonum infinitorum laterum, atque infinitè parvorum, sic invicem dispositorum concipitur, ut quantitate infinitè parva tantum à rectitudine dissentiant. Corpus ergo, quod directione quacumque impellitur, et cui applicatur potentia continenter in ipsum agens, atque ab impressa directione disturbans, motu suo curvam describat, necesse est.

187 Hujusmodi curva à corpore motu prædicto descripta, dicitur *trajectoria*. Si directiones, per quas *potentia applicata* corpori trajicienti, in quocumque demum *trajectoriæ* puncto consideretur, ipsum impellit omnes peridem punctum transeant, hoc punctum centrum virium appellatur. Lineæ ab hoc punto ad *trajectoriam* ductæ, *radii vectores* dici consueverunt, spatiumque à duobus *radiis vectoribus* et arcu *trajectoriæ* inter ipsos comprehenso interceptum, *area* nuncupatur: quam *aream* describere corpus concipitur, quum arcum trajicit; perinde quasi inter se movendum per arcum secum transferret radium vectorem.

188 Corpus per *trajectoriam* circa *centrum virium* motum *areas* describit temporibus proportionales. Hujus theorematis veritas simul

elucet, ac demonstretur areas infinitesimas, temporibus infinitesimis æqualibus descriptas, esse æquales; quod sic ostenditur. Directiones *potentiæ ac*, *de*, *on* etc. (fig. 9) concurrant omnes in C, atque à punctis b, x, m ducantur rectæ bC, xC, mC etc. quoniam $ab=dx$ (186), triangula aCb, dCx erunt æqualia (Math. 333); at triangulum dCx eisdem parallelis de, xo concluditur, et eamdem basim dC habet, ac triangulum aCo; sunt ergo invicem, atque etiam triangulo aCb æqualia (Math. 334), quæ sunt areæ temporibus infinitesimis æqualibus descriptæ. Similiter triangulum oCm eisdem parallelis on, mr includitur, ac eamdem basem oC habet, quam triangulum oCr; quarè et huic, et præcedentibus æquale erit: quod æquè ad reliqua triangula extendi potest, quæ sunt areæ temporibus æqualibus descriptæ.

§. III.

De viribus centralibus.

189 Vis, qua potentia, quæ in centro residere ponitur, corpus ad suam propriam directionem trahit, quocumque in puncto *trajectoriæ* ipsum inveniatur, *vis centripeta* vocatur, etiam si potentia revulsiva foret, seu quæ corpus à centro repellere niteretur. Unde vis centripeta semper proportionalis est minimo spatiolo, quod per *radii vectoris* directionem quolibet tempusculo corpus decurreret, si huic soli potentiæ obediret, quoniam spatiolum hoc effectus est actionis potentiæ: ob idque si cor-

pus in puncto *d* (fig. 9) trajectoriæ inveniatur, vis centripeta per *de* exprimetur; si in *o* consistat, per *on*; sin *r* per *rp*, et sic deinceps.

190 Præter vim centripetam oportet etiam *vim centrifugam* perpendere. Nonnulli per *vim centrifugam* intelligunt vim æqualem et contrariam vi centripetæ. Nam in quocumque puncto trajectoriæ corpus A moveatur (fig. 9) ab inertia sua per directionem AT moveri tendit, aut per *dx*, si in *d* inveniatur; seu per tangentem ac trajectoriam in quocumque puncto ipsius consideretur: per eamque recederet tempusculo sequente: æquale spatium spatio *ab* conficiens, nisi à potentiæ actione dimoveretur. Quæ quidem *tendentia* vis est, quæ completo parallelogrammo *doxs* considerari potest veluti composita à duabus viribus à quarum prima *do* tempusculo sequente movetur; atque ab *sd*, quæ corpus à trajectoria removere nititur, in qua à vi centripeta *de* retinetur. Atqui *ds*=*ox*, atque adeo etiam æqualis *de*, quæ vim centripetam exprimit; ob idque etiam huic contraria est, et meritò *centrifuga* dici potest. Corpus itaque, quod circa centrum aliquod areas describit temporibus proportionales, à duabus viribus contrariis *centripeta* ac *centrifuga* impellitur: quæ etiam *centrales* non incongruè appellantur à directione earumdem: quæ per centrum transit.

191 Aliis tamen placet vim centrifugam diverso modo explicare: nimirum corpore in trajectoriæ puncto *d* existente, duas rectas trajectoriæ perpendiculares ductas concipiunt; in

puncto *d* alteram, alteram in puncto *o*, ipsi *d* infinitè proximo; factoque centro in puncto, in quo hujusmodi perpendiculares concurrunt, circunferentiam circuli descriptam concipiunt, cui in puncto *d* tangentem ducunt, ita ut productam perpendicularem in puncto *x* ductam, offendat; vimque centrifugam appellant eam, quæ proportionalis est particulæ infinitesimæ hujus perpendicularis, quæ inter circuli peripheriam et tangentem, quæ intercipitur.

192 Hujusmodi *vis centrifugæ* explicationes non nisi in casu, quo trajectoria à corpore descripta circulus sit, convenire possunt. Tunc enim centrum virium idem est ac circuli centrum: ac proinde duæ perpendiculares ad trajectoriam in duobus punctis infinitè proximis ductæ, in centro trajectoriæ circularis concurrunt. Quare lineola exprimens vim centrifugam in secunda expositione, æqualis est et parallela ei, quæ vim centrifugam exprimit in prima. Satiùs itaque ducimus vires centrales exponere in trajectoria circulari, quo in casu luculentiùs concipiuntur.

193 Theor. I. "Corpus quod in circulo, areas temporibus proportionales describens, moveatur, eamdem velocitatem in omnibus punctis suæ trajectoriæ circularis constanter retinet." *Dem.* Si corpus minimis tempusculis æqualibus areas minimas et æquales describit, etiam arcus minimi erunt æquales. Nam quum centrum virium cum trajectoriæ circularis centro congruat, *radii* omnes *vectorii* æquales existunt; adeoque areæ æquales esse non possent,

si inæqualibus arcubus comprehenderentur. At qui arcus sunt spatia à corpore descripta: corpus igitur spatia æqualia æqualibus temporibus describit, ideoque motu æquabili, seu eadem velocitate constanter movetur.

194 Corol. Velocitas hæc exprimi poterit per arcum minimum minimo dato tempore descriptum; quoniam velocitas in motu æquabili proportionalis est spatio dato tempore descripto. Et quoniam arcus minimus cum ejus minima chorda confunditur, hæc arcui substitui poterit.

195 Theor. II. "In trajectoria circulari, si corpus areas temporibus proportionales circa centrum suæ trajectoriæ describit, vis centripeta, atque adeo etiam centrifuga exprimitur per quadratum velocitatis, per diametrum trajectoriæ divisum." *Dem.* Concipiatur corpus in D (fig. 9) ac puncto D ducta sit tangens DF. Si potentia, quæ corpus in curva retinet, ab agendo cessaret, ipsum per tangentem abiret, ac minimo tempusculo dato, spatiolum DF in ea conficeret. Ducta à puncto F ad circuli centrum C recta FC, hæc trajectoriam circularem in M secabit, eritque FM minimum spatiolum, per quod potentia impellet corpus, quod ab actione potentiæ arcum DM, qui ejus velocitatem exprimit (194), describet. Ducatur MP perpendicularis ad diametrum DB, atque idcircò parallela DF, quæ ipsi etiam perpendicularis est: quare DC : FC :: DP : FM (Math. 339). At FM infinitè parva est, ideoque DC velut æqualis FC concipi potest; ergo et DP ut æqualis FM: nimirum etiam DP ut effectus potentiæ accipi potest, quemadmodum FM ipsum repræsentat. Quare DP exprimit vim centrifugam. Ducta itaque Mz, et arcu minimo DM pro chorda ipsi respondere usurpato (194), triangulum DMz erit rectangulum in M; quia angulus DMz diametro insistens rectus est (Math. 313): deinde MP triangulum DMz in duo triangula invicem, et ipsi majori triangulo similia dividit, (Math. 345); erit igitur Dz : DM :: DM : DP, nimirum facto trajectoriæ radio $= R$, velocitate corporis per eam trajicientis $= C$, ac vi centripeta $= V$, erit $2R : C :: C : V$; ac $2RV = C^2$, et $V = \frac{C^2}{2R}$ seu quadratum velocitatis divisum per diametrum æquale vi centripetæ.

166 Corol. 1. Et quoniam in eodem circulo R seu radius constans est, ut etiam C seu velocitas, ita quoque erit constans V seu vis centripeta. Nimirum in corpore, quod per trajectoriam circularem, areas temporibus proportionales circumtrajectoriæ centrum describens moveatur, vis centralis sive centripeta, sive centrifuga fuerit, eadem est, in quocumque trajectoriæ puncto ipsum concipiatur.

197 Corol. 2. Si motus duorum corporum per trajectorias circulares, areas temporibus proportionales describentium, invicem conferantur, ac R, C, V radio trajectoriæ, celeritate, ac vi centrali unius designatis, alterius autem per minusculas r, c, v, ipsius trajectoriæ radio, celeritate, ac vi centripeta pari-

ter indicatis, erit $V : v :: \frac{C^2}{2R} : \frac{c^2}{2r} :: \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$ (Math. 211). Unde præfatæ vires centrales invicem comparatæ sunt in ratione composita ex directa duplicata velocitatum et reciproca radiorum vectorum. Quod si velocitates C, c æquales forent, esset $V : v :: \frac{1}{R} : \frac{1}{r} :: r : R$ (Math. 49), nimirum vires centripetæ aut centrifugæ reciprocè proportionales radiis *trajectoriarum*. Positis autem $R = r$, foret $V : v :: C^2 : c^2$, scilicet vires centrales, ut quadrata velocitatum. Verum si radii trajectoriarum essent reciprocè proportionales velocitatibus, hoc est, si $C : c :: r : R$, foret $V : v :: \frac{r^2}{R} : \frac{R^2}{r}$ sive $V : v :: r^3 : R^3$ (Math. 211), scilicet vires centripetæ aut centrifugæ in ratione inversa cuborum, seu triplicata radiorum trajectoriarum. Denique si radiis trajectoriarum velocitates essent directè proportionales, seu $C : c :: R : r$, etiam vires centrales duorum corporum essent proportionales radiis trajectoriarum, quoniam tunc $V : v :: \frac{R^2}{R} : \frac{r^2}{r}$, sive $V : v :: R : r$.

198 *Tempus periodicum* corporis, per trajectoriam se moventis, dicitur illud, quod in trajectoria describenda corpus impendit. Et quoniam corpora, quæ per trajectoriam circularem moventur, areas circa *trajectoriæ* centra temporibus proportionales describentia, motum æquabilem observant (193); et in motu æquabili tempora sunt in ratione composita ex directa spatiorum, et reciproca velocitatum; retentis in casu præsenti denominationibus prajactis, ac temporibus periodicis corporum per T, τ designatis, erit $T : \tau :: \frac{R}{C} : \frac{r}{c}$, ubi spatiis, quæ sunt integræ peripheriæ, ipsorum radii substituuntur, qui ipsis sunt proportionales.

199 Theor. III. "Tempora periodica duorum corporum, quæ in trajectoriis circularibus moveantur, areas circa propria centra trajectoriarum proportionales temporibus describendo, rationem habent compositam ex directa velocitatum, et reciproca virium centralium."

Dem. Quoniam $V = \frac{C^2}{2R}$ (195), erit $2RV = C^2$ ac $R = \frac{C^2}{2V}$, atque etiam $r = \frac{c^2}{2v}$. Quare his valoribus in analogia [illegible]t. præcedente inventa $T : \tau :: \frac{R}{C} : \frac{r}{c}$ substitutis, eruetur $T : \tau :: \frac{C^2}{2CV} : \frac{c^2}{2cv}$ sive $T : \tau :: \frac{C}{V} : \frac{c}{v}$, nimirum tempora in ratione composita ex directa celeritatum, et reciproca virium centralium.

200 Corol. 1. Hinc etiam eruitur, vires centrales esse in ratione composita ex directa velocitatum, et reciproca temporum periodicorum: nam si $T : \tau :: \frac{C}{V} : \frac{c}{v}$ erit $\frac{Tc}{v} = \frac{\tau C}{V}$ ac proinde $TcV = \tau Cv$; et $\frac{cV}{\tau} = \frac{Cv}{T}$ atque ideo $V : v :: \frac{C}{T} : \frac{c}{\tau}$.

201 Corol. 2. Si vires centrales reciprocè proportionales fuerint quadratis distantiarum, sive quadratis radiorum trajectoriarum, scilicet $V : v :: r^2 : R^2$, qui casus est attractionis Newtonianæ, erit $\frac{C}{T} : \frac{c}{\textsc{t}} :: r^2 : R^2$ (præc.) atque inde $\frac{CR^2}{T}$ $\frac{cr^2}{\textsc{t}}$ atque etiam $CR^2 \textsc{t} = cr^2 T$; unde $C : c :: r^2 T : R^2 \textsc{t}$, atque ad quadratum terminos elevando $C^2 : c^2 :: r^4 T^2 : R^4 \textsc{t}$ (Math. 211). At ex demonstratis articulo 197, $V : v :: \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$, quod in casu præsenti exhibet $r^2 : R^2 :: \frac{C^2}{R} : \frac{c^2}{r}$; unde $\frac{r^2 c^2}{r} = \frac{R^2 C^2}{R}$, sive facta divisione $rc^2 = RC^2$, atque indè deducta analogia $C^2 : c^2 :: r : R$ (Matth. 202). Quare $r : R :: r^4 T^2 : R^4 \textsc{t}^2$, et $rR^4 \textsc{t}^2 = Rr^4 T^2$, sive $R^3 \textsc{t}^2 = r^3 T^2$, et deducta proportione $T^2 : \textsc{t}^2 :: R^3\ r^3$. Itaque in casu attractionis Newtonianæ quadrata temporum periodicorum proportionalia sunt cubis distantiarum sive radiorum trajectoriarum.

202 Hactenus vim centralem consideravimus; quatenus inducit, aut inducere conatur determinatam velocitatem in quamlibet corporis particulam seorsim acceptam, quin integram massam perpenderimus. Quod si vim centralem quatenus producentem determinatam celeritatem in quamlibet corporis particulam, eamdem in totum corpus transfundere, considerare velimus, quod proinde corpus hac

velocitate motum, vim motricem eò majorem acquirit, quò non solum velocitas, sed massa etiam major est: uno verbo, si per vim centralem V vim motricem ab ipsa in corpore productam concipere velimus, loco V substituere oportet $\frac{V}{M}$ quia quum per V vis motrix indicetur, quæ productum est velocitatis in massam M corporis ductam, necesse est ut dividatur hæc vis V per massam corporis M, ut vis applicata singulis corporis particulis ostendatur; et quæ $= \frac{C^2}{2R}$ inventa fuit art. 195: quare $\frac{V}{M} = \frac{C^2}{2R}$, ac proinde vis centralis motrix $V = \frac{MC^2}{2R}$; quæ quidem æquatio theoremata omnia comprehendit, quæ à physicis experimentalibus de viribus centrifugis proponi solent.

203 Et quidem si duo corpora invicem comparentur, retentis ut supra denominationibus, V, C, R, ac v, c, r, quibus vires, celeritates, ac spatia in utroque corpore designentur, eorumque massis per M, m designatis, habebimus ex præjactis principiis $V : v :: \frac{MC^2}{R} : \frac{mc^2}{r}$, seu vires centrales motrices in ratione composita ex directa massarum, directa duplicata celeritatum, et reciproca radiorum trajectoriarum. Hinc si trajectoriæ æquales fuerint, sive $R = r$, erit $V : v :: MC^2 : mc^2$; scilicet vires centrales in ratione composita ex directa massarum, ac directa duplicata celeritatum; quæ

celeritates si etiam æquales forent, esset $V : v :: M : m$, vires nimirum centrales massis proportionales.

204 Quod si in æstimatione virium centralium loco velocitatum ratio temporum periodicorum haberi oporteat, observandum est, quod quum sit $V : v :: \frac{MC^2}{R} : \frac{mc^2}{r}$, erit $\frac{Vmc^2}{r} = \frac{vMC^2}{R}$, ac proinde $VmRc^2 = vMrC^2$, unde deducta proportione $C^2 : c^2 :: VmR : vMr$. At supra ostensum est (198) $T : t :: \frac{R}{C} : \frac{r}{c}$, quare $T^2 : t :: \frac{R^2}{C^2} : \frac{r^2}{c^2}$ (Matth. 211) ac $\frac{T^2 r^2}{c^2} = \frac{t^2 R^2}{C^2}$; atque exterminata fractione $T^2 r^2 C^2 = t^2 R^2 c^2$; unde deducta proportione $C^2 : c^2 :: t^2 R^2 : T^2 r^2$. Quapropter erit $VmR : vMr :: t^2 R^2 : T^2 r^2$, ac propterea $VmR T^2 r^2 = vMrt^2 R^2$, seu $VmT^2 r = vMt^2 R$, et $\frac{Vmr}{t^2} = \frac{vMR}{T^2}$, ac demum $V : v :: \frac{MR}{T^2} : \frac{mr}{t}$ Quamobrem generatim disserendo, vires centrales motrices sunt in ratione composita ex directa massarum, ac radiorum trajectoriarum, et reciproca duplicata temporum periodicorum: quæ tempora periodica si æqualia ponantur, erunt vires centrales in ratione composita directa tam massarum, quam radiorum trajectoriarum: pariter si tempora periodica ac massæ sint æqualia, vires erunt ut radii trajectoriarum; qui si æquales temporibus periodi-

cis supponantur, vires erunt ut massæ.

CAPUT QUINTUM.

De gravitate universali.

205 Gravitatis nomine frequentiùs intelligimus vim illam, qua corpora ad terram tendunt; perinde quasi cætera, quæ extra globum nostrum versantur, aut nullo modo invicem gravitarent, aut tellurem velut centrum respicerent. Præjudicium hoc à sensibus haustum, quibus omnia, quæ nos circumstant, in globo quidem nostro ad ipsius centrum dirigi experimur, quæ autem extrà ipsum existunt, circum ipsum ferri nobis videntur; ratio ipsa, ac observationes astronomicæ, maximè ab inventione telescopii factæ, prorsus ejurant. Nam planetæ omnes majores circa solem torquentur; minores circum proprios planetas volvuntur; stellæ etiam fixæ, quæ extra æquatorem sitæ sunt, axem quidem telluris circumire videntur in circulis ad æquatorem parallelis, ipsius tamen centrum nullo modo affectant: imò quæ ad polos jacent, ab ipso toto cœlo aberrant.

206 Verum ante omnia gravitatem à pondere secernere oportet. Gravitas enim prout sensus nostros afficit, est vis, quæ singulas materiæ particulas deorsum compellit; pondus verò est ipsa gravitatis singulorum elementorum summa, vel aggregatum, à quibus pondus definitur. Hinc rectè dixeris omnia corpora æquè gravia esse; minimè verò æquè pondero-